



UiO • Universitetet i Oslo

Dybdelæring i matematikk

*En empirisk studie om dybdelæring i matematikk
knyttet til Fagfornyelsen*

Av: Camilla Wangen

Masteroppgave i matematikdidaktikk
30stp.

Institutt for lærerutdanning og skoleforskning
Det utdanningsvitenskaplige fakultet
UNIVERSITETET I OSLO

VÅR 2020

Dybdel ring i matematikk

*En empirisk studie om dybdel ring i matematikk knyttet til
Fagfornyelsen*

Masteroppgave ved ILS, Institutt for lærerutdanning og skoleforskning
Camilla Wangen

© Camilla Wangen

2020

Dybdeløring i matematikk

En empirisk studie om dybdeløring i matematikk knyttet til Fagfornyelsen

Camilla Wangen

<http://www.duo.uio.no>

Trykk: Reprosentralen, Universitetet i Oslo

Sammendrag

Dette er en kvalitativ studie som tar utgangspunkt i den nye læreplanen etter Fagfornyelsen, hvor dybdeløring har fått en sentral plass. I tidligere forskningslitteratur om begrepet dybdeløring finnes det lite fagspesifikke forklaringer på hva begrepet betyr i matematikk. Ønsket med denne masteroppgaven er derfor å undersøke hvordan matematikkløerere oppfatter og forholder seg til begrepet dybdeløring. Masteroppgaven belyser problemstillingen: *Hvordan forholder matematikkløerere seg til begrepet dybdeløring?* Problemstillingen vil bli besvart gjennom analyse av observasjons- og intervjuata. Studiens utvalg er to matematikkløerere som begge underviser på ungdomstrinnet. Det ble observert fire undervisningsøkter hos hver av de to lærerne, samt gjennomført ett intervju med hver av dem. Kriterier for utvalg av lærere var ikke annet enn at de underviste matematikk på ungdomstrinnet. Datainnsamlingen foregikk senhøsten 2019, altså i underkant av et år før den nye læreplanen etter Fagfornyelsen trer i kraft.

Resultatene viser at det er stor forskjell i hvordan de to lærerne underviser, noe som kommer frem i observasjonsdata. I intervjuene beskriver de to lærerne begrepet dybdeløring likt, men de har ulike tanker om hva dybdeløring er i egen undervisning. Med andre ord *operasjonaliserer* lærerne dybdeløring ulikt. Begge lærerne gjennomførte en prøve i perioden jeg observert, og resultatene viser at det var store forskjeller i hvordan lærerne forberedte elevene på denne prøven. I intervjuene kommer det frem at lærerne har ulike tanker om forberedelse til prøve, og dette spiller inn på hvor mye tid de mener man kan bruke på dybdeløring. Resultater fra intervjuene viser også at lærerne ser på mengde elever, tidspress og antall kompetansemål i dagens læreplan som en utfordring i relasjon til dybdeløring.

Studien har to hovedfunn. Første hovedfunn bekrefter at hva slags matematikkundervisning man får, i stor grad bestemmes av hvilken lærer man har, uavhengig av læreplaner. Det andre og kanskje mest interessante hovedfunnet er at lærerne definerer begrepet dybdeløring likt, men *operasjonaliserer* dybdeløring ulikt i undervisningen. Dette er spennende i forbindelse med overgangen til den nye læreplanen etter Fagfornyelsen, hvor dybdeløring som nevnt er beskrevet som et sentralt begrep. Funnet viser at viktige begreper som kun blir teoretisk beskrevet i en læreplan, har begrensninger for innvirkning på lærernes praksis. Dette fører til at lærere *operasjonaliserer* viktige begreper formulert i læreplanen forskjellig.

Forord

Med denne masteroppgaven er fem lange og fine år på lektorprogrammet over. Det har vært fem spennende, krevende og ikke minst lærerike år. Takk Blindern, for all kunnskap du huser og opplevelser du har gitt meg.

Det er flere som fortjener en stor takk etter dette halvåret. Først og fremst min veileder Arne Hole for uvurderlig hjelp på vei frem mot resultatet. Uten deg hadde jeg mest sannsynlig ikke sittet her i dag med en ferdigskrevet masteroppgave.

Jeg vil rette en stor takk til lærerne som sa seg villig til å delta i denne studien. Uten dere hadde ikke denne studien vært mulig å gjennomføre.

Til slutt vil jeg takke venner og familie for god støtte gjennom hele prosessen. Dere har hjulpet meg gjennom mange oppturer og nedturer. Jeg vil rette en spesiell takk til min kjæreste André, mine gode venner Helga og Helga P., og ikke minst mamma og pappa som har hjulpet med korrekturlesing og støttende ord på slutten av prosessen. Jeg er sikker på at dette har løftet oppgaven mange hakk.

Takk for meg fleksible studenthverdag. Hvem vet, kanskje vi ses igjen?

Oslo, juni 2020

Camilla Wangen

Innholdsfortegnelse

1	Innledning.....	1
1.1	Bakgrunn for valg av tema	1
1.2	Fagfornyelse og fokus på dybdelæring.....	1
1.3	Problemstilling og forskningsspørsmål	2
1.4	Oppbygning av oppgaven.....	3
1.5	Kilder	3
2	Teori	4
2.1	Begrepet dybdelæring.....	4
2.1.1	Introduksjon av begrepet dybdelæring i Ludvigsen-utvalgets utredninger.....	4
2.1.2	Begrepet dybdelæring i forskningslitteraturen	8
2.1.3	Begrepet dybdelæring i den nye læreplanen etter Fagfornyelsen	11
2.2	Kompetansebegrepet	12
2.2.1	Rammeverk for matematisk kompetanse og deres innflytelse på norske læreplaner	12
2.2.2	Fornyelse av kompetansebegrepet etter Fagfornyelsen	16
2.3	Sammenhengen mellom dybdelæring, kjerneelementer i Fagfornyelsen og matematiske kompetanserammeverk.....	17
2.3.1	Hva er kjerneelementer i Fagfornyelsen?.....	17
2.3.2	Sammenhengen mellom kjerneelementer og dybdelæring	17
2.3.3	Kjerneelementene i matematikk og matematisk kompetanse	19
2.4	Læringsprosesser som er relevant for diskusjon av dybdelæring i matematikkundervisning	21
2.4.1	Problemløsning.....	21
2.4.2	Utforskning.....	23
2.4.3	Metakognisjon	25
2.4.4	Progresjon gjennom skoleløpet	26
2.4.5	Samtaler i matematikk.....	27
3	Metodiske valg og refleksjoner	31
3.2	Valg av metode for datainnsamlingen	31
3.2.1	Observasjonen	32
3.2.2	Intervjuene.....	33
3.3	Datainnsamlingsprosessen.....	34

3.3.1	Valg av skoler og trinn	34
3.3.2	Pilotundersøkelsen	35
3.3.3	Hovedundersøkelsen	36
3.4	Analyseprosessen.....	36
3.5	Studiens troverdighet	38
3.5.1	Studiens validitet og reliabilitet.....	38
3.5.2	Troverdighet i observasjonssituasjonene	39
3.5.3	Troverdighet i intervjusituasjonene.....	40
3.5.4	Etiske refleksjoner.....	41
3.5.5	Feilkilder	42
4	Resultater.....	43
4.1	Observasjon av lærerne	43
4.1.1	Klasse A (9. trinn) time 1	43
4.1.2	Klasse A (9. Trinn) time 2.....	48
4.1.3	Klasse A (9. Trinn) time 3.....	52
4.1.4	Klasse B (9. Trinn) time 1	54
4.1.5	Klasse B (9. Trinn) time 2 og 3	58
4.2	Tidsbruk på forskjellige læringsaktiviteter.....	60
4.3	Intervju med lærerne.....	61
4.3.1	Lærernes forståelse av begrepet dybdelæring	61
4.3.2	Lærernes tanker om dybdelæring i undervisningen	63
4.3.3	Utfordringer med dybdelæring i undervisningen	66
4.3.4	Bruk av timene til forberedelser til prøve	68
5	Hovedfunn og diskusjon knyttet til studiens forskningsspørsmål.....	71
5.1	Hovedfunn 1: Generelt sett store ulikheter i lærernes undervisning	71
5.2	Hovedfunn 2: Lærerne formulerer seg likt om dybdelæring, men operasjonaliserer det ulikt.....	73
5.3	Diskusjon av lærernes undervisning opp mot dybdelæring i læreplanen etter Fagfornyelsen.....	74
6	Oppsummering	77
6.1	Svar på problemstilling.....	77
6.2	Studiens begrensninger.....	78
6.3	Forslag til videre forskning.....	78

7	Litteraturliste	80
8	Vedlegg	85
8.1	Vedlegg 1: Sjekkliste GeoGebra	85
8.2	Vedlegg 2: Intervjuguide lærer A	87
8.3	Vedlegg 3: Intervjuguide lærer B	89
8.4	Vedlegg 4: Informasjonsskriv og samtykkeskjema til deltakerne	91
8.5	Vedlegg 5: Meldeskjema til NSD	93
8.6	Vedlegg 6: Svar og vurdering fra NSD	97

1 Innledning

1.1 Bakgrunn for valg av tema

Som ferdig utdannet lektor i 2020, har jeg naturlig nok opplevd fokus på Fagfornyelsen i løpet av utdannelsen. Min opplevelse av forventningene til den nye læreplanen, var at det skulle skje store forandringer i hvordan man tenkte rundt undervisning. Som lærerstudenter fikk vi høre at «nå har dere muligheten til å komme med ny kompetanse inn i skolen om den nye læreplanen» eller «som nyutdannede vil dere være ekstra attraktive i overgangen til ny læreplan». Jeg tenkte at dette må da være fint, men hva visste jeg egentlig om den nye læreplanen? Jeg begynte å lese meg opp om Fagfornyelsen, og jeg så fort at begrepet *dybdelæring* fikk stor oppmerksomhet. Dette synes jeg var spennende, og da vi senere skulle skrive et essay i matematikdidaktikk, valgte jeg å skrive om dybdelæring. Utgangspunktet for dette essayet ble da problemstillingen *hva er dybdelæring i matematikk?* I arbeidet med essayet ble det fort klart for meg at å definere hva dybdelæring er i matematikk, var lettere sagt enn gjort. I ettertid satt jeg igjen med et stort spørsmål: Hvordan skal jeg som lærer undervise for dybdelæring i matematikk, når jeg ikke engang vet hvordan jeg skal tolke dette begrepet?

Med utgangspunkt i dette spørsmålet vil jeg i denne masteroppgaven undersøke hvordan dagens matematikklærere oppfatter og forholder seg til begrepet dybdelæring. Som jeg vil beskrive nærmere i kapittel 3, velger jeg en kvalitativ tilnærming. Grunnen til dette er at jeg ikke er interessert i å høre om lærerne kan fortelle hvordan man arbeider med dybdelæring på den riktige måten, men heller undersøke hvordan de operasjonaliserer begrepet i klasserommet. Dette vil jeg si mer om i kapittel 3.

Håpet er at denne masteroppgaven skal kunne hjelpe meg på veien som nyutdannet lærer med en ny læreplan å forholde seg til.

1.2 Fagfornyelse og fokus på dybdelæring

Grunnoplæringen har en stor betydning for elevenes fremtid. Det er derfor viktig at innholdet i opplæringen stadig blir vurdert, slik at det er i tråd med endringene i samfunnet (Kunnskapsdepartementet, 2016). I løpet av det siste århundret har forandringene i samfunnet vært radikale, og mye av grunnen til dette er den teknologiske revolusjonen. Før var målet med utdanningen å forberede elevene på den industrialiserte økonomien, og samfunnet som ventet

dem da. Da var fokuset i skolen på *hvordan* elevene lærte. Etter den teknologiske revolusjonen ble samfunnet derimot mye mer komplekst, og det var derfor behov for ny kunnskap hos samfunnsborgerne. I denne sammenheng ble tanken om at elevene må lære i dybden stående som sentral (Sawyer, 2006).

I Norge presenterte regjeringen i 2016 en Stortingsmelding (nr.28) om behovet for en fornyelse av Kunnskapsløftet (Kunnskapsdepartementet, 2016). Denne stortingsmeldingen var basert på tanker fra to utredninger presentert av Ludvigsen-utvalget. Ludvigsen-utvalget er et utvalg som ble satt sammen for å vurdere grunnopplæringen opp mot hvilke kompetanser som blir viktige i fremtiden.

I arbeidet med å undersøke hva som kreves av grunnleggende fagkompetanse i fremtidens skole, laget Ludvigsen-utvalget to utredninger: NOU 2014:7 *Elevenes læring i fremtidens skole – Et kunnskapsgrunnlag* og NOU 2015:8 *Fremtidens skole – Fornyelse av fag og kompetanser*.

I likhet med Sawyer (2006), hevder Ludvigsen-utvalget at elevene trenger en dyp kunnskap i fremtidens komplekse samfunn. Det er her fokuset på dybdelæring kommer frem (NOU, 2014:7; NOU, 2015: 8). Disse utredningene setter fokuset på dybdelæring i skolen, og dette blir videreført som et sentralt tema i Fagfornyelsen.

1.3 Problemstilling og forskningsspørsmål

Målet med denne oppgaven er å undersøke hvordan matematikklærere oppfatter og forholder seg til begrepet dybdelæring, og problemstillingen kan formuleres slik:

Hvordan forholder matematikklærere seg til begrepet dybdelæring?

For å besvare problemstillingen på best mulig måte vil jeg fokusere på to forskningsspørsmål:

- Hva legger matematikklærere i begrepet dybdelæring?
- I hvilken grad samsvarer lærernes undervisning med dybdelæring slik dette beskrives i Fagfornyelsen?

1.4 Oppbygning av oppgaven

Denne oppgaven er bygd opp av seks overordnede kapitler. I kapittel 2 vil jeg presentere teori og tidligere forskning som er relevant for denne studiens problemstilling. Videre blir metode presentert i kapittel 3, der jeg redegjør for valg av forskningsmetode og analysevalg, samt diskuterer oppgavens gyldighet ut fra studiens metodevalg. I kapittel 4 presenteres resultater fra datainnsamlingen, som drøftes opp mot relevant teori. Kapittel 5 inneholder en diskusjon av oppgavens hovedfunn. Til slutt vil jeg i kapittel 6 komme med en oppsummering knyttet til oppgavens problemstilling, studiens begrensninger og forslag til videre forskning.

1.5 Kilder

På grunn av utbruddet av covid-19 (våren 2020) som denne oppgaven ble skrevet under, er det tilfeller hvor primærkilder ikke var tilgjengelig på grunn av stengte bibliotek. Jeg har derfor i noen tilfeller måttet ta i bruk sekundærkilder.

2 Teori

2.1 Begrepet dybdelæring

Som bakteppe for denne studien vil det være interessant å undersøke den litteraturen som legger grunnlag for norske læreres kunnskap om begrepet dybdelæring. Jeg vil derfor i dette delkapittelet drøfte hvordan begrepet dybdelæring er presentert av Ludvigsen-utvalget, samt i ulik forskningslitteratur. Jeg vil på grunnlag av studiens forskningsspørsmål fokusere på forskningslitteratur som har vært aktuell i lærerutdanning i Norge, da dette mest sannsynlig er den erfaringsbakgrunnen norske lærere sitter med når de skal forholde seg til begrepet dybdelæring. I tillegg vil jeg i dette delkapittelet drøfte hvordan begrepet dybdelæring kommer frem i den nye læreplanen etter Fagfornyelsen.

2.1.1 Introduksjon av begrepet dybdelæring i Ludvigsen-utvalgets utredninger

I Ludvigsen-utvalgets utredninger har begrepet dybdelæring som nevnt fått en sentral plass. Begrepet blir for første gang nevnt i forbindelse med *kompetanse* og *stofftrengsel* (NOU, 2014: 7, s. 10). Utvalget mener at elevene trenger en bredere kompetanse enn de får i dag, og at kompetanser som for eksempel kritisk tenkning, kreativitet, metakognisjon, kompetanse i samarbeid og kompleks problemløsning bør vektlegges sterkere enn de blir i dagens læreplan (LK06). Dette mener utvalget vil føre til at det vil bli flere kompetansemål, samtidig som fremtiden vil føre med seg mer lærestoff som skal inn i skolen. Ludvigsen-utvalget er her klare på at om mer innhold skal inn i skolen, må noe tas ut (NOU, 2014: 7, s. 10). Det er i denne forbindelse dydbegrepet for første gang blir tatt opp. Ludvigsen-utvalget skriver at: «Læringsforskningen viser at det å lære noe i dybden, og ikke bare på overflaten, tar tid. Dette leder oppmerksomheten mot hvor mange fag, fagområder og kompetanser det er realistisk at elevene skal lære og utvikle i dybden i løpet av grunnopplæringen. Med stofftrengsel forstår utvalget at nytt innhold, som kan være både fagstoff, arbeidsmåter og kompetanser, hele tiden tas inn i skolen uten at noe annet tas ut» (NOU 2014: 7, s.10).

Videre i utredningen kommer utvalget dypere inn på hva de mener med dybdelæring, og hvorfor dette får en så sentral plass i utvalgets utredninger. Utvalget begynner med å henwise til forskning som viser at «dybdelæring har betydning for elevenes utvikling i og på tvers av

fag, og er avgjørende for dem når de senere skal fungere godt som arbeidstakere og selvstendige samfunnsborgere i et mer komplekst samfunn» (NOU 2014: 7, s.10).

Deretter definerer utvalget begrepet dybdelæring på følgende måte:

«Dybdelæring vil si at elevene utvikler forståelse av begreper og sammenhenger innenfor et fagområde. Det innebærer å knytte nye ideer til allerede kjente begreper og prinsipper, slik at ny forståelse kan brukes til problemløsning i nye og ukjente sammenhenger» (NOU 2014: 7, s.10).

For Ludvigsen-utvalget handler dybdelæring om *forståelse* og *sammenhenger* innenfor faget. De presiserer også at dybdelæring er helt avgjørende for faglig utvikling, varig læring og mestring over tid (NOU 2014: 7, s. 11).

Ludvigsen-utvalget knytter også dybdelæring opp mot *progresjon*. De antyder at å gå i dybden vil gi varig læring og progresjon, samtidig som de setter progresjon som en forutsetning for dybdelæring. Dette gjør de når de skriver at «dybdelæring forutsetter at det er en god progresjon i elevenes læringsarbeid som tilpasses elevenes ulike forkunnskaper og erfaringer» (NOU 2014: 7, s.11). Ludvigsen-utvalget ser på stofftrengselen som utfordringen når det skal tilrettelegges for varig læring og progresjon. Som nevnt presiserer utvalget at å lære i dybden tar tid, og det vil derfor være helt avgjørende at elevene får jobbe grundig med noen utvalgte områder. Dette vil da gå på bekostning av å arbeide i overflaten med mange temaer (NOU 2014:7, s. 10).

Som nevnt kobler utvalget dybdelæring til arbeid på tvers av fag, og legger til grunn at dette er viktig for å utvikle gode samfunnsborgere og selvstendige arbeidsgivere (NOU 2014:7, s. 10). I den sammenheng problematiserer Ludvigsen-utvalget dagens faginndelinger, og hevder at dagens struktur gjør det vanskelig å jobbe med temaer på tvers av fag. De hevder at sentrale utviklingstrekk i samfunnet og nyere forskning på elevenes læring, viser at noen temaer, problemstillinger og kompetanser bør jobbes med på tvers av fag for å få et mer sammenhengende innhold i skolen (NOU, 2014: 7, s. 12). Her trekker Ludvigsen-utvalget for første gang inn *fagovergripende kompetanser*. I dagens læreplan (LK06) kan de fem grunnleggende ferdighetene ses på som fagovergripende kompetanser, da disse ferdighetene gjelder i alle fag. Disse ferdighetene er: *lesing, regning, skriving, digitale ferdigheter og muntlige ferdigheter*. Ludvigsen-utvalget ønsker å undersøke om disse fagovergripende kompetansene burde synliggjøres og vektlegges annerledes enn de blir i dagens læreplan, og

undersøke hvilke kompetanser som bør prioriteres (NOU, 2014:7, s. 12). Ludvigsen-utvalget hevder at kompetanser som vil være viktige for aktiv deltakelse i arbeidslivet og samfunnet i fremtiden er knyttet til: *teknologiutvikling, globalisering, kulturelt mangfold og demokrati, klima og miljø, og den raske utviklingen i kunnskapssamfunnet* (NOU, 2014: 7, s. 12). I læreplanen fra Fagfornyelsen har de tverrfaglige temaene blitt: *Folkehelse og livsmestring, demokrati og medborgerskap, og bærekraftig utvikling.*

Ludvigsen-utvalget setter dybdelæring i kontrast til *overflatelæring*. Slik utvalget beskriver overflatelæring, legges det vekt på innlæring av faktakunnskap uten at dette settes i sammenheng med noe annet. Denne type kunnskap dannes gjennom undervisning som ses på som *kunnskapsoverføring* (NOU 2014:7, s. 35-36). Ludvigsen-utvalget tar her utgangspunkt i Sawyer (2006), som laget en oversikt over forskjellene mellom det han kaller *learning knowledge deeply* (hva Ludvigsen-utvalget kaller dybdelæring i sine utredninger) og *traditional classroom practices* (kalt overflatelæring i Ludvigsen-utvalgets utredninger). *Traditional classroom practices* baseres på hva Sawyer (2006) kaller *instructionism*. *Instructionism* var måten man underviste på 1900-tallet, hvor målet som nevnt var å forberede elevene på det industrialiserte samfunnet (Sawyer, 2006). På 1970-tallet kom det derimot en ny æra innen læreforskningen basert på et mer komplekst samfunn, hvor dybdelæring kom på agendaen for første gang. Det er denne forskningen Sawyer (2006) baserer *learning knowledge deeply* på. Her ble dybdelæring sett på som en måte å knytte undervisningen opp mot den virkelige verden, noe man så på som essensielt for å forberede elevene på fremtidens komplekse samfunn (Sawyer, 2006).

Dybdelæring	Overflatelæring
Elever relaterer nye ideer og begreper til tidligere kunnskap og erfaringer.	Elever jobber med nytt lærestoff uten å relatere det til hva de kan fra før.
Elever organiserer egen kunnskap i begrepssystemer som henger sammen.	Elever behandler lærestoff som atskilte kunnskapselementer.
Elever ser etter mønstre og underliggende prinsipper.	Elever memorerer fakta og utfører prosedyrer uten å forstå hvordan eller hvorfor.
Elever vurderer nye ideer og knytter dem til konklusjoner.	Elever har vanskelig for å forstå nye ideer som er forskjellige fra dem de har møtt i læreboka.
Elever forstår hvordan kunnskap blir til gjennom dialog og vurderer logikken i et argument kritisk.	Elever behandler fakta og prosedyrer som statisk kunnskap, overført fra en allvitende autoritet.
Elever reflekterer over sin egen forståelse og sin egen læringsprosess.	Elever memorerer uten å reflektere over formålet eller over egne læringsstrategier.

Figur 1: Dybdelæring og overflatelæring. Kilde: NOU 2014:7 (s. 36) (Hentet og oversatt fra Sawyer 2006).

Figur 1 viser Sawyer (2006) sine beskrivelser av dybdelæring kontra overflatelæring. Dersom man tolker denne tabellen litt nærmere, ser man at dybdelæring for Sawyer (2006) handler om evne til å knytte sammenhenger og utvikle forståelse for begreper. Dette skjer ifølge Sawyer (2006) gjennom å finne mønstre og underliggende prinsipper, vurdere nye ideer og logiske argumenter kritisk, og å trekke slutninger. Her ser man en likhet mellom Sawyer (2006) og begrepene *sammenhenger* og *forståelse for begreper*, som Ludvigsen-utvalget bruker for å definere dybdelæring i utredningene. Til slutt trekker Sawyer (2006) også inn refleksjon over egen læring som en del av elevenes dybdelæring. Dette kan ses i sammenheng med *metakognisjon* som jeg vil komme tilbake til i avsnitt 2.4.3.

Overflatelæring presentert i figur 1, er ifølge Sawyer (2006) læring hvor det ikke knyttes noen sammenhenger mellom nye og gamle ideer, og hvor fakta kun memoreres. Sawyer (2006) trekker også frem hvordan man ved overflatelæring kun gjennomfører prosedyrer uten å forstå hvordan eller hvorfor. Fakta og prosedyrer blir da behandlet som statisk kunnskap. Sawyer (2006) beskriver også overflatelæring som læring uten refleksjon over formål og egne læringsstrategier. Med andre ord er overflatelæring læring uten metakognisjon.

2.1.2 Begrepet dybdelæring i forskningslitteraturen

Ohlsson (2011) har skrevet om dybdelæring i et kognitivt perspektiv. Han bruker det engelske begrepet «*deep learning*», et begrep som også blir brukt om maskinlæring. Begrepet har derimot ingen tilknytning til maskinlæring i denne sammenhengen, det er heller begrepet Ohlsson (2011) bruker for det norske begrepet dybdelæring. Ohlsson (2011) definerer dybdelæring som en dyptgripende kognitiv forandring, som han mener at skjer når kognitive vaner brytes. På den måten setter det dypere spor enn annen læring (Ohlsson, 2011). Ohlsson (2011) deler dybdelæring inn i tre kategorier; *creativity*, *adaption* og *conversion*. Disse begrepene kan oversettes til norsk som kreativitet, tilpasning og endring av antakelser (egen oversettelse).

Kreativitet handler om kunne finne løsninger på problemer, og Ohlsson (2011) trekker i denne sammenheng frem tre begreper: *Oppdage*, *skape* og *oppfinne*. Dette gjøres gjennom utforskende tankegang, finne nye ideer og løsninger, og å kombinere kunnskap og erfaringer på nye måter. Dette er en form for dybdelæring da kreativitet fører til endringer i vanlige tankerekker. Det krever også at elevene graver dypt i tankerekkene for å kombinere gammel og ny kunnskap (Ohlsson, 2011). Her kan man trekke linjer til hvordan Sawyer (2006) beskriver dybdelæring gjennom de tre første punktene i tabellen (se figur 1).

Tilpasning handler om å kunne tilpasse handlinger til ulike kontekster. Dette betyr at kunnskap og ferdigheter må brukes på andre områder enn hvor de er lært. Automatisk anvendelse av allerede innlært kunnskap kategoriseres derimot ikke som tilpasning, da tilpasning handler om å manipulere gammel kunnskap inn i en ny kontekst. Her kan man igjen trekke linjer til hvordan Sawyer (2006) beskriver dybdelæring i figur 1, som blant annet beskriver dybdelæring gjennom at «elever relaterer nye ideer og begreper til tidligere kunnskap og erfaringer».

Endring av antakelser handler om evne til å endre holdninger og antakelser når vi lærer nye ting. Ohlsson (2011) deler læring inn i tre ulike nivåer: ren anvendelse av allerede innlært kunnskap, konfliktløs læring og dyptgripende endring av antakelser, hvorav siste er definisjonen av dybdelæring. Ved ren anvendelse av kunnskap bruker man det man allerede vet i ny læring. Ved konfliktløs læring endres ens syn på ting, men uten å være i konflikt med allerede innlært kunnskap. Ved dyptgripende endring av antakelser vil nye erfaringer føre til at man endrer syn på allerede innlært kunnskap (Ohlsson, 2011). I det siste nivået finner man endring av antakelser som en del av dybdelæring.

Selv om det finnes lite forskning som gir en fagspesifikk definisjon av hva dybdeløring er i matematikk, finnes det forskning som omtaler viktigheten av dyp forståelse innen matematikkfaget. Stein, Grover og Henningsen (1996) er opptatt av hvordan elever lærer matematikk, og hvordan dette skjer gjennom dyp og sammenkoblet forståelse. De ser på dyp forståelse i matematikk som noe mer enn et statisk avgrenset system av fakta, begreper og prosedyrer. Dyp forståelse handler derimot om en dynamisk prosess av å *oppdage, samle og skape* kunnskap gjennom matematiske aktiviteter (Stein et al., 1996). Her finnes det flere likheter mellom Stein et al. (1996), Sawyer (2006) og Ohlsson (2011). Selv om Stein et al. (1996) fokuserer på matematikk og Sawyer (2006) er mer generell i sine beskrivelser, ser man at begge fokuserer på viktigheten av dyp forståelse og læring. Beskrivelsene av dyp forståelse gjennom en dynamisk prosess kan ses i lys av Sawyer (2006) sin beskrivelse av dybdeløring kontra overflateløring. Ohlsson (2011) beskriver kreativitet som en del av dybdeløring, og hevder det handler om å *oppdage, skape og oppfinne*. Dette er svært likt Stein et al. (1996) sin beskrivelse av dyp forståelse i matematikk, som beskrives som en dynamisk prosess av å *oppdage, samle og skape* kunnskap. Selv om Ohlsson (2011) kaller dette kreativitet og Stein et al. (1996) kaller det en dynamisk prosess, er de begge med i deres beskrivelse av dybdeløring og dyp forståelse. På grunnlag av dette vil jeg presisere relevansen av disse tre begrepene.

Begrepet dybdeløring kan tilsynelatende se ut til å være et relativt nytt tema innen læreforskning, men begrepet kan ses i sammenheng med tidligere forskning på *forståelse* innen matematikk. I 1976 skrev Skemp en artikkel om forskjellen mellom *relasjonell* og *instrumentell* forståelse (Skemp, 1976). Han innleder med å snakke om *faux amis*, et fransk begrep som handler om at like ord kan ha ulik betydning på forskjellige språk. Dette mener han gjelder betydningen av begrepet *forståelse* i matematikk. Inspirert av Stig Mellin-Olsen, skriver Skemp (1976) at betydningen av begrepet forståelse skilles ved relasjonell forståelse og instrumentell forståelse. Relasjonell forståelse er det Skemp (1976) tidligere hevdet var definisjonen av forståelse: å vite *hva* man skal gjøre og *hvorfor*. Instrumentell forståelse har derimot Skemp (1976) ikke sett på som forståelse, og har selv beskrevet begrepet som «*regler uten grunner*». Skemp (1976) innså derimot med inspirasjon fra Mellin-Olsen at å kunne bruke regler uten grunn, regnes for mange elever og lærere som å ha forstått noe.

Det kan fremstå som om Skemp (1976) legger til grunn at instrumentell forståelse er galt mens relasjonell forståelse er den riktige forståelsen. Likevel argumenterer Skemp for at også instrumentell forståelse kan være bra. Instrumentell forståelse involverer en mindre mengde

kunnskap, og vil dermed føre til at man raskere kommer frem til riktig svar, som også er mer pålitelig. For mange vil dette virke motiverende gjennom følelsen av suksess (Skemp, 1976). Forventingen til å oppnå et mål, og den verdien det har å oppnå det, er en av de viktigste kildene til motivasjon innen kognitiv teori (Manger, 2013).

Relasjonell forståelse har sine fordeler ved at den er en mer tilpasningsdyktig forståelse til nye oppgaver, samtidig som relasjonell forståelse gjør det lettere å huske (Skemp, 1976). At relasjonell forståelse gjør det lettere å huske kaller derimot Skemp (1976) et paradoks, da å lære relasjonelt absolutt er vanskeligere. Likevel vil å lære relasjonelt gi en mer varig kunnskap når læringsprosessen først er over (Skemp, 1976).

Som nevnt ble Skemp (1976) inspirert av Mellin-Olsen da han skrev om forskjellen mellom instrumentell og relasjonell forståelse. Selv har Mellin-Olsen vært opptatt av å fremme betydningen av den instrumentelle forståelsen. Han ser på den instrumentelle forståelsen som en mer praktisk bruk av kunnskap istedenfor en dypere struktur, og mener denne kunnskapen er mer nyttig enn den ofte blir fremstilt som (Mellin-Olsen, 1981). Mellin-Olsen beskriver begrepet *instrumentalisme* som en tankegang som produserer instrumentell forståelse, og mener instrumentalisme handler om noe mer. Han mener at elevenes forståelse av *hva* som skal gjøres, ikke burde ses på som noe dårligere enn *hvorfor* det gjøres men heller som et alternativ (Mellin-Olsen, 1981).

En annen sentral person som har preget norsk lærerutdanning i matematikk, og dermed antakelig også norske lærere når de snakker om forståelse i matematikk, er Piaget. Piaget skiller mellom *figurativ* og *operasjonell kunnskap* ut fra hva slags kunnskapstyper man ønsker å utvikle hos elever (Solvang, 1992). For å forstå hva Piaget mener med dette, må man først få et overblikk over hva han mener med *skjemaer* som elevenes mentale struktur. Slike skjemaer er tankemessige *operasjoner*, som vil si tankemessige handlinger elevene har som skal oppfylle noen gitte krav (Solvang, 1992).

Figurativ kunnskap utvikles når elevene pugger ny kunnskap gjennom å huske knep og ytre trekk. Ved slik type kunnskap vil skjemaet eleven utvikler kun inneholde slike ytre trekk. Slik type kunnskap kommer til uttrykk ved at elevene lett glemmer formler og regler, fordi de kun har ytre trekk de forbinder det med (Solvang, 1992). Solvang (1992) hevder dette er kunnskap lærere bør unngå å utvikle hos elevene.

Ifølge Piaget er operasjonell kunnskap motstykket til figurativ kunnskap. Med operasjon mener Piaget en handling som innehar fire egenskaper: Handlingen er *reversibel*, skal kunne *kombineres* med andre handlinger, er en del av en *helhetsforståelse*, og må kunne *internaliseres* (Solvang, 1992). Med *reversibel* menes det at handlingen som blir utført skal kunne snus og gjøres motsatt vei. Ser man for eksempel på en annengardslikning vil dette si at man både kan regne seg fra x^2+2x+1 til $(x+1)^2$, og motsatt vei uten problemer. For å forstå hvordan man skal regne ut dette er man nødt til å ha en *helhetsforståelse* av algebra, og for å gjennomføre alle regneoperasjonene som trengs må man *kombinere* ulike operasjoner. Når man også klarer å tenke hvordan operasjonene skal utføres uten å nødvendigvis måtte utføre dem, sier man at operasjonen er *internalisert* (Solvang, 1992). Ut fra hvordan Piaget forstår operasjoner, definerer han operasjonelle kunnskaper som utvikling av skjemaer bestående av operasjoner som oppfyller de fire kravene som er beskrevet over (Solvang, 1992).

Det fremkommer at det er klare fellestrekk mellom beskrivelser av relasjonell kunnskap, operasjonell kunnskap og dybdeløring, og beskrivelsene av disse begrepene er derfor interessante i denne oppgaven.

2.1.3 Begrepet dybdeløring i den nye læreplanen etter Fagfornyelsen

Både Ludvigsen-utvalget og Stortingsmelding 28 var som nevnt med på å sette kursen for fremtidens skole og en ny læreplan. Her var retningen tydelig satt mot mer dybdeløring i skolen. Man kunne imidlertid se tendenser til økt fokus på dybdeløring allerede i LK06, spesielt etter revisjonen i 2013 (Bjørshol & Nolet, 2017). Bjørshol og Nolet (2017) viser til at man kunne se disse tendensene i det ideologiske bakteppet til LK06, som var preget av den generelle delen i L97. Utforskning og dybdeløring kom da frem gjennom elementer som *det skapende mennesket* (KUF., 1996). Dybdeløring er altså ikke nytt, men har derimot fått mye større betydning og innflytelse.

Dybdeløring blir i den nye læreplanen beskrevet i den overordna delen under *kompetanse i fagene*. Her står det følgende:

«Skolen skal gi rom for dybdeløring slik at elevene utvikler forståelse av sentrale elementer og sammenhenger innenfor et fag, og slik at de lærer å bruke faglige kunnskaper og ferdigheter i kjente og ukjente sammenhenger. I arbeidet med fagene skal elevene møte oppgaver og delta

i varierte aktiviteter av stadig økende kompleksitet. Dybdeløring i fag innebærer å anvende kunnskaper og ferdigheter på ulike måter, slik at elevene over tid kan mestre ulike typer faglige utfordringer individuelt og i samspill med andre» (Utdanningsdirektoratet, 2020a).

Her ser man samsvar mellom Ludvigsen-utvalget og Utdanningsdirektoratets beskrivelser av dybdeløring, noe som viser til utvalgets påvirkning på Fagfornyelsen.

2.2 Kompetansebegrepet

2.2.1 Rammeverk for matematisk kompetanse og deres innflytelse på norske læreplaner

Matematiske rammeverk skal beskrive *hva* man må lære for å bli matematisk kompetent (Kilpatrick, 2014). Det vil derfor være naturlig å trekke dette inn i denne oppgaven, da dybdeløring ifølge Ludvigsen-utvalget er avgjørende for at elevene lærer det de trenger i framtidens komplekse samfunn (NOU 2014:7, s. 10). I tillegg til at rammeverkene er relevante for denne studien fordi de handler om hva elevene skal lære i matematikk, ser man tendenser til at både LK06 og Fagfornyelsen er basert på rammeverk for matematisk kompetanse.

Da Læreplanverket for den tiårige grunnskolen (L97) ble gjeldende som ny læreplan, var tilsynelatende fokuset på prosess i motsetning til kompetansemål. Med dette mener jeg at læreplanen beskrev læringsløpet som en prosess elevene skulle igjennom, istedenfor å beskrive kompetansemål elevene skulle lære. Et eksempel på de prosessorienterte momentene i L97 er et av hovedmomentene for 1.-4. klasse i matematikk:

«I oppløringen skal elevene prøve å lage og følge regler i lek og spill, ordne og telle» (KUF., 1996, s. 159).

Her ser man hvordan momentet beskriver noe elevene *skal gjennomføre* i motsetning til å tilegne seg en bestemt kompetanse.

L97 var ifølge Bjørshol og Nolet (2017) generelt sett preget av innholdsmessig styring i en uoverkommelig mengde faglige emner. I arbeidet med ny læreplan, kom derfor ønsket om mer frihet til innhold og metode. I den sammenheng kom det opp at læringsutbytte skulle styres gjennom kompetansemål (Bjørshol & Nolet, 2017). I den nye læreplanen Kunnskapsløftet -

LK06, kom dermed kompetansemål inn. Dette fokuset på kompetanser er en motsetning til de prosessorienterte målene i L97, og et eksempel på et slikt kompetansemål i LK06 er:

«... eleven skal kunne beskrive og bruke plassverdisystemet for dei heile tala, bruke positive og negative heile tal, enkle brøkar og desimaltal i praktiske samanhengar og uttrykkje talstorleikar på varierte måtar» (KD, 2006).

I motsetning i hovedmomentet om hva eleven *skal gjennomføre* fra L97, har LK06 fokus på en kompetanse som eleven skal *tilegne seg*.

En av grunnene til at LK06 ble kompetansebasert, var antakelig det såkalte PISA-sjokket i 2003. Her innså man behovet for endringer i matematikkundervisningen, etter at norske elever presterte dårlig i forhold til andre land i matematikk. Når man etter det skulle utvikle en ny læreplan, valgte man å ta utgangspunkt i PISA (OECD, 2003). Se også Pettersen og Nortvedt (2018). Rammeverket for matematikk i PISA (OECD, 2003), var kompetansebasert og har sterke likhetstrekk med kompetanserammeverket til det danske KOM-prosjektet fra rundt år 2000. Dette prosjektet var et resultat av arbeidet med å lage en kompetansebasert læreplan i Danmark. KOM står for «kompetencer og matematikklæring» og det skal beskrive hva som kjennetegner mestring i matematikk (Niss M. , 2003). Kompetanserammeverket som ble til under KOM-prosjektet, opererer med to ulike grupper kompetanser: kunne stille og svare på spørsmål om og med matematikk, og å kunne mestre det matematiske språket og bruke hensiktsmessige verktøy (Niss & Jensen, 2002). Disse to gruppene har videre fire ulike kompetanser hver. Innenfor å kunne stille og svare på spørsmål om og med matematikk finner man kompetansene:

Tankegangskompetanse. Dette handler om å kunne stille spørsmål og vite svar på typiske matematiske spørsmål (Niss & Jensen, 2002).

Problembehandlingskompetanse. Dette handler om arbeid med matematiske problemer, samt løse problemene på ulike måter (Niss & Jensen, 2002).

Modelleringskompetanse. Dette handler om å kunne tolke, analysere og stille seg kritisk til matematiske modeller (Niss & Jensen, 2002).

Resonnementskompetanse. Handler om å kunne bedømme og gjennomføre et matematisk resonnement, samt skille mellom bevis og uformelle resonnementer (Niss & Jensen, 2002).

Innenfor å kunne mestre det matematiske språket og bruke hensiktsmessige verktøy finnes kompetansene:

Representasjonskompetanse. Dette handler om å kunne tolke og analysere ulike matematiske representasjoner (Niss & Jensen, 2002).

Symbol- og formalismekompetanse. Denne er nært knyttet til foregående kompetanse, og handler om den skriftlige kommunikasjonen, hvor man skal kunne avkode mellom naturlig og symbolholdig matematisk språk (Niss & Jensen, 2002).

Kommunikasjonskompetanse. Dette handler om å kunne uttrykke seg på forskjellige måter innen matematikk, både skriftlig, muntlig eller visuelt (Niss & Jensen, 2002).

Hjelpemiddelskompetanse. Dette er en kompetanse knyttet til hjelpemidlene man kan ta i bruk i matematisk sammenheng (Niss & Jensen, 2002).

Til sammen danner disse kompetansene en åttedelt modell, med en prosessorientert tilnærming. Man kan se på den som prosessorientert, da de ulike kompetansene handler om *arbeidsmåter*. Niss og Jensen (2002) presiserer at selv om det er en åttedelt modell kan man ikke se på kompetansene fra de ulike gruppene som separate, da det kan være forbindelser mellom ulike kompetanser (Niss & Jensen, 2002).

Som nevnt ser det ut som kompetanserammeverket fra KOM-prosjektet har hatt stor innflytelse på LK06. Når de første utkastene til Fagfornyelsen kom, kunne man derimot se tendenser til at et annet rammeverk ble lagt til grunn innenfor matematikken. Dette rammeverket ble utviklet av Jeremy Kilpatrick sammen med hans forskningsgruppe, og fikk navnet «The Strands of Mathematical Proficiency» (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001). Oversatt til norsk blir dette rammeverket kalt *trådmodellen*, og ordet *proficiency* kan bli oversatt med *kyndighet*. Trådmodellen er bestående av fem komponenter som er sammenvevd i hverandre. Det vil si at man ikke kan se på de ulike komponentene separat (Kilpatrick et al., 2001).

Tendensene til trådmodellens innvirkning på Fagfornyelsen kan man se allerede i Ludvigsen-utvalgets utredning NOU, 2015:8. Matematikk er her et av to fag som utvalget bruker for å eksemplifisere hva dybdelæring er, og bruker i den sammenheng trådmodellen. Trådmodellen blir brukt til å beskrive matematisk kompetanse, og utvalget viser nærmest til at rammeverket

kan brukes som implementering av dybdeløring i matematikk (NOU, 2015:8, s. 57). Utvalget oversetter her de fem komponentene på folgende m te: *forståelse, beregning, anvendelse (strategisk tankegang), resonnering og engasjement*.

Koblingen mellom trådmodellen av Kilpatrick et al. (2001) og dybdeløring kan også ses i lys av Matematikksenterets presentasjon av «*Dybdeløring i matematikk*», i forbindelse med Fagfornyelsen. Her har de valgt å koble dybdeløring til trådmodellen, og viser til at komponentene («trådene») i rammeverket kan bidra til dybdeløring i matematikk (Nosrati & Wæge, 2018). Nosrati og Wæge (2018) kaller her de fem komponentene folgende: *begrepsmessig forståelse, prosedyrekunnskap, anvendelse, resonnering, metakognisjon og selvregulering*.

Selv har jeg valgt å oversette de fem komponentene på folgende m te: *konseptuell forståelse, prosedural forståelse, strategisk tenkning, adaptiv tenkning og produktive holdninger*. Denne oversettelsen er basert på hvordan jeg har hørt komponentene beskrevet tidligere, og som man ser samsvarer oversettelsen med flere av oversettelsene til Nosrati og Wæge (2018).

Jeg vil nå beskrive nærmere hva som ligger i de ulike komponentene:

Konseptuell forståelse handler om å knytte isolert kunnskap sammen i et nettverk. På denne måten vil ny og gammel kunnskap kobles sammen (Hiebert, 1986). Konseptuell forståelse legger til rette for at kunnskap lettere huskes, da den læres med forståelse og gjennom at kunnskap knyttes sammen. Kunnskap lært med forståelse, gir også grunnlag for å generere ny kunnskap til å løse ukjente problemer (Kilpatrick, et al. 2001). Konseptuell forståelse i trådmodellen kan ses i lys av relasjonell forståelse fra Skemp (1976) og Piaget sin operasjonelle kunnskap (Solvang, 1992).

Prosedural forståelse kan ses på som motsatsen til konseptuell forståelse, og omhandler elevenes prosedyreferdigheter i matematikk. Dette betyr evne til å forstå hvordan man skal gjennomføre prosedyrer på korrekt måte, samt være fleksibel effektiv (Kilpatrick et al., 2001). Hiebert (1986) kaller dette kunnskap om hvordan man *skriver* matematikk. Dette er den samme kunnskapen som Skemp (1976) kaller instrumentell forståelse, og som Mellin-Olsen (1981) bygger på i sin definisjon av instrumentalisme.

Strategisk tenkning handler om evne til å formulere matematiske problemer, kunne presentere dem for andre og til slutt kunne løse dem. Med andre ord handler strategisk tenkning om problemløsning, hvor evne til å velge fleksibelt mellom ulike metoder for å løse ikke-

rutinemessige problemer er viktig (Kilpatrick et al., 2001). Et av de viktigste prinsippene for problemløsning er evnen til å vurdere hvilken metode som er mest effektiv. Det vil si å ikke bare velge en tilfeldig metode som vil løse problemet, men velge den metoden som er best egnet for det gitte problemet (Schoenfeld, 1987b). Strategisk tenkning er avhengig av både konseptuell og prosedural forståelse (Kilpatrick et al., 2001).

Adaptiv tenkning handler om å kunne tenke logisk i arbeid med begreper og situasjoner, samt vurdere gyldigheten av resultater. Adaptiv tenkning i matematikk handler om å bevege seg gjennom ulike fakta, prosedyrer, konsepter og løsningsmetoder, og velge det som er riktig til ulike situasjoner. Med andre ord handler adaptiv tenkning om evne til å resonnerer godt i matematikk (Kilpatrick et al., 2001).

Produktive holdninger handler om metakognisjon og evnen til å se fornuft i matematikken. Dette krever at elevene får mulighet til å tenke over matematikkens mening, og reflektere over fordelene ved å gjøre seg opp denne meningen (Kilpatrick et al., 2001). Som nevnt i avsnitt 2.1.1 handler Sawyer (2006) sitt siste punkt i tabellen (figur 1) om å kunne reflektere over egen læring, og jeg hevder at dette kan ses i sammenheng med beskrivelser av *metakognisjon*. Jeg kommer tilbake til metakognisjon i avsnitt 2.4.3.

I motsetning til de åtte kompetansene i rammeverket til Niss og Jensen (2002) fra KOM-prosjektet, har Kilpatrick et al. (2001) sin trådmodell kun fem komponenter. Likevel ser man tendenser til at komponentene til Kilpatrick et al. (2001) dekker over flere av kompetansene til Niss og Jensen (2002), men trådmodellen har derimot et mer kognitivt preg enn Niss og Jensen (2002) sine kompetanser. Dette ser man fordi Kilpatrick et al. (2001) bruker ord som *forståelse* i definisjonen av komponentene, noe man for eksempel ser i de to første komponentene i trådmodellen.

2.2.2 Fornyelse av kompetansebegrepet etter Fagfornyelsen

Kompetansebegrepet har stått sentralt i LK06, men ble fornyet etter Fagfornyelsen. I Kunnskapsløftet defineres kompetanse som:

«Evnen til å løse oppgaver og mestre komplekse utfordringer. Elevene viser kompetanse i konkrete situasjoner ved å bruke kunnskaper og ferdigheter til å løse oppgaver. Det kan handle om å mestre utfordringer på konkrete områder innenfor utdanning, yrke og samfunnsnivå eller på det personlige plan» (Utdanningsdirektoratet, 2016).

I den nye læreplanen har begrepet fått en ny betydning og defineres som:

«Kompetanse er å kunne tilegne seg og anvende kunnskaper og ferdigheter til å mestre utfordringer og løse oppgaver i kjente og ukjente sammenhenger og situasjoner. Kompetanse innebærer forståelse og evne til refleksjon og kritisk tenkning» (Utdanningsdirektoratet, 2020a).

Sammenliknet med kompetansebegrepet i LK06, kan man argumentere for at kompetansebegrepet i Fagfornyelsen er mer prosessorientert. Dette ser man gjennom bruken av «å kunne tilegne seg», som viser en dreining i en mer prosessorientert retning.

2.3 Sammenhengen mellom dybdelæring, kjerneelementer i Fagfornyelsen og matematiske kompetanserammeverk

2.3.1 Hva er kjerneelementer i Fagfornyelsen?

Utdanningsdirektoratet (2019a) definerer kjerneelementene i Fagfornyelsen på følgende måte: «Kjerneelementer er det viktigste faglige innholdet elevene skal arbeide med i opplæringen. [...] Kjerneelementene består av sentrale begreper, metoder, tenkemåter, kunnskapsområder og uttrykksformer. Kjerneelementene preger innholdet og progresjonen i læreplanene og skal bidra til at elevene over tid utvikler forståelse av innhold og sammenhenger i faget» (Utdanningsdirektoratet, 2019a). Med andre ord vil kjerneelementene tilsynelatende være noe av det mest sentrale i læreplanen, og fungere som en ledetråd for arbeid med hvert enkelt fag.

2.3.2 Sammenhengen mellom kjerneelementer og dybdelæring

Bjørshol og Nolet (2017) hevder at Ludvigsen-utvalget vil fremheve dybdelæring ved å ha fokus på fagenes kjerneelementer over tid. Likevel blir aldri begrepet kjerneelementer brukt i hverken NOU 2014:7 eller NOU 2015:8. Det interessante er derfor sammenhengen mellom dybdelæring og kjerneelementer. Når kom begrepet kjerneelementer inn?

Når kjerneelementene skulle defineres i hvert enkelt fag, presiserte Kunnskapsdepartementet i Stortingsmelding nr. 28 at dette handlet om å prioritere faglig innhold på en måte slik at man unngikk *stofftrengsel* i opplæringen (Kunnskapsdepartementet, 2016). Som nevnt i avsnitt 2.1.1 problematiserte Ludvigsen-utvalget denne stofftrengselen, da den ville hindre elevene i å gå i dybden i faget (NOU, 2014: 7, s. 10). Ludvigsen-utvalget hevder også, som nevnt i avsnitt 2.1.1, at *progresjon* vil være avgjørende for dybdelæring (NOU 2014: 7, s.11). Denne progresjonen mener Kunnskapsdepartementet (2016) vil kunne bli tydeligere gjennom at man systematisk bygger på skolefagets kjerneelementer. Man ser altså tendenser til at beskrivelsene fra Kunnskapsdepartementet (2016) tilsier at dybdelæring skal være sentralt i utarbeidelsen av kjerneelementene i Fagfornyelsen. Etter å ha vært i kontakt med leder av kjerneelementgruppa i matematikk, Tom Lindstrøm, kan dette også bekreftes. Han kan fortelle at selv om det ikke er veldig tydelig i det endelige utkastet, var dybdelæring kanskje den viktigste ledetråden i arbeidet med kjerneelementene. Dette mener Lindstrøm kan være en av grunnene til at kjerneelementene fikk en såpass overordnet form (T. Lindstrøm, personlig kommunikasjon, 21.03.2020).

At dybdelæring tilsynelatende ikke kommer eksplisitt frem i kjerneelementene i Fagfornyelsen forklarer Lindstrøm med at den offisielle beskrivelsen av kjerneelementene gruppa kom med ikke er identisk med det endelige utkastet. Hva som var motivasjonen for denne endringen er for han ukjent, men han hevder at mange av kjerneelementgruppens begrunnelser forsvant underveis uten at det er lett å se en systematisk tanke bak (T. Lindstrøm, personlig kommunikasjon, 21.03.2020).

I forbindelse med utarbeidelsen av kjerneelementene er det interessant å undersøke hvilke forklaringer kjerneelementgruppa fikk av begrepene *dybdelæring* og *kjerneelement*. Ifølge Lindstrøm var det kun Ludvigsen-utvalgets utredninger som var bakgrunns materialet i utarbeidelsen av kjerneelementene (T. Lindstrøm, personlig kommunikasjon, 21.03.2020). I Ludvigsen-utvalgets utredninger har som nevnt dybdelæring en sentral plass, der utvalget også kommer med en eksplisitt definisjon av hva de mener ligger i begrepet (NOU 2014: 7, s. 10). Begrepet kjerneelementer ble som nevnt derimot aldri brukt i Ludvigsen-utvalgets utredelser, så hvor forklaringen på dette begrepet kom fra virker tilsynelatende uklart. I arbeidet med kjerneelementene fikk ikke kjerneelementgruppa, ifølge Lindstrøm, noen andre føringer enn en muntlig beskjed om at programmering skulle inn i matematikkfaget. Føringer underveis kom kun i form av offentlige høringer av utkastene (T. Lindstrøm, personlig kommunikasjon,

21.03.2020). Med andre ord ser det ut som at kjerneelementgruppa sto relativt fritt til å utarbeide kjerneelementene.

2.3.3 Kjerneelementene i matematikk og matematisk kompetanse

I matematikk ble seks kjerneelementer fastsatt: *Utforskning og problemløsning, modellering og anvendelser, resonnering og argumentasjon, representasjon og kommunikasjon, abstraksjon og generalisering, og matematiske kunnskapsområder* (Utdanningsdirektoratet, 2020b).

De fem første kjerneelementene handler om arbeidsmåter, tenkemåter og metoder i matematikk, mens det siste kjerneelementet representerer de viktige kunnskapsområdene i faget. Her er tanken at de fem første kjerneelementene skal brukes i arbeidet med det siste (Kunnskapsdepartementet, 2018).

Kjerneelementet *utforskning og problemløsning* forklarer Utdanningsdirektoratet (2020b) at handler om at elevene gjennom utforskning skal lete etter mønster, sammenhenger og kunne diskutere seg frem til felles forståelse. Her er det viktig at det heller legges vekt på framgangsmåte og strategier enn på selve løsningen. Gjennom problemløsning skal elevene utvikle metoder for å løse ukjente problemer. Her legges det vekt på at algoritmisk tenkning er viktig når elevene skal utvikle strategier og framgangsmåter. Det å kunne analysere og forme kjente og ukjente problemer og vurdere gyldigheten av løsninger, er også en viktig del av problemløsning (Utdanningsdirektoratet, 2020b).

Kjerneelementet *modellering og anvendelser* handler for Utdanningsdirektoratet (2020b) om virkeligheten i det matematiske språket gjennom matematisk modellering. Matematisk modellering handler om å definere begreper og lage modeller som kan beskrive dagliglivet, arbeidslivet og samfunnet, samt kunne vurdere disse modellene kritisk. Gjennom anvendelse skal elevene lære seg hvordan de kan bruke matematikken de har lært både i og utenfor faget (Utdanningsdirektoratet, 2020b).

Kjerneelementet *resonnering og argumentasjon* forklarer Utdanningsdirektoratet (2020b) som evnen til å resonnerer gjennom å følge, forstå og vurdere matematiske tankerekker. Elevene skal også lære seg å resonnerer selv. I den sammenheng skal elevene lære å argumentere i matematikk for å begrunne framgangsmåter, resonnement og løsninger (Utdanningsdirektoratet, 2020b).

Kjerneelementet *abstraksjon og generalisering* handler ifølge Utdanningsdirektoratet (2020b) om å lære seg å tenke abstrakt i matematikk ved å formalisere tanker, strategier og matematisk språk. Generalisering handler om at elevene finner sammenhenger og strukturer i matematikk, og klarer å formalisere disse (Utdanningsdirektoratet, 2020b).

Kjerneelementet *matematiske kunnskapsområder* omhandler den kunnskapen elevene trenger for å utvikle matematisk forståelse gjennom å utforske sammenhengen mellom de ulike matematiske kunnskapsområdene. Kunnskapsområdene som er aktuelle her er: tall og tallforståelse, algebra, funksjoner, geometri, sannsynlighet og statistikk (Utdanningsdirektoratet, 2020b).

Ut fra beskrivelsene av kjerneelementene i matematikk, ser man mange likheter med komponentene i trådmodellen til Kilpatrick et al. (2001). Denne har jeg tidligere i dette kapitlet argumentert for at har preget den nye læreplanen i matematikk etter Fagfornyelsen.

Inspirasjonen til kjerneelementene i den nye læreplanen kan også ses i lys av den amerikanske «standards and positions» i *National council of teachers of mathematics* (NCTM, 2020), et sentralgitt sett av retningslinjer for matematikkundervisning i USA. Ser man denne i lys av Fagfornyelsen og dens kjerneelementer i matematikk, ser man svært mange likheter. Disse retningslinjene kom allerede på 1980-tallet, noe som indikerer at NCTM var relativt tidlig ute sammenliknet med Fagfornyelsen. NCTM (2020) viser til at elever bør utvikle følgende områder innen matematikk:

- **Problemløsning** - bygge matematisk kunnskap gjennom *problemløsning*, og kunne bruke forskjellige strategier for å løse disse problemene. Samtidig skal elever lære seg å overvåke og reflektere rundt prosessen ved å løse problemet (NCTM, 2020).
- **Resonnering og bevis** - gjenkjenne matematisk *resonnering* og *bevis* som en del av matematikken, samt utvikle og evaluere matematiske argumenter og beviser. Det handler også om å velge og bruke forskjellig type resonnering og metoder for bevis (NCTM, 2020).
- **Kommunikasjon** – her skal elevene trene på matematisk tenking gjennom *kommunikasjon*. Elevene skal kunne kommunisere deres matematiske tenking korrekt og tydelig til andre. De skal også kunne analysere og evaluere andres

matematiske tenkning og strategier. Det er også viktig at elevene lærer seg å bruke det matematiske språket når de skal kommunisere matematikk (NCTM, 2020).

- **Sammenhenger** – det er viktig at elevene lærer seg å gjenkjenne og bruke *sammenhenger* i matematikken. De må lære seg hvordan all matematikk bygger på hverandre og henger sammen. Elevene må også lære seg å ta i bruk matematikk i andre kontekster (NCTM, 2020).
- **Representasjoner** – elevene må lære å bruke *representasjoner* til å organisere og kommunisere matematiske ideer (NCTM, 2020).

Det interessante er at NCTM (2020) kaller disse områdene for *prosesser*, og disse prosessene ser man igjen i kjerneelementene. Denne eksplisitte prosessorienteringen finner vi ikke i Kilpatrick et al. (2001) sine komponenter, da disse som nevnt har et mer kognitivt preg slik de er utformet. Sammenhengen mellom «standards and positions» (NCTM, 2020) og trådmodellen er likevel vist av blant annet Schoenfeld (2007), som knytter trådmodellen til Kilpatrick et al. (2001) og NCTM (2020) «standards and positions» sammen for å diskutere meningen av begrepet *proficiency* i matematikk.

2.4 Læringsprosesser som er relevante for diskusjon av dybdelæring i matematikkundervisning

Jeg vil nå se litt nærmere på ulike læringsprosesser som kan tenkes å være relevante for diskusjon av dybdelæring i undervisningen. Valget av de ulike læringsprosessene jeg tar for meg her, har utgangspunkt i kjerneelementene i Fagfornyelsen.

2.4.1 Problemløsning

I den nye læreplanen for matematikk har det blitt lagt vekt på at elevene skal bli gode *problemløsere*, og lære seg å oppdage sammenhenger i faget og mellom fag. På denne måten vil det bli lagt til rette for dybdelæring og forståelse i faget (Utdanningsdirektoratet, 2019b). Problemløsning er en viktig del av den nye læreplanen i matematikk gjennom kjerneelementene, og er derfor interessant å undersøke nærmere i diskusjonen om dybdelæring.

Et *problem* blir ofte identifisert som en matematisk oppgave som skal gjennomføres (Schoenfeld, 1992). Bjørqvist (2001) viser derimot til at en matematisk oppgave nødvendigvis ikke er et problem. Skal en oppgave oppfattes som et problem, må det være uklart for oppgaveløseren hvilke løsningsmetoder som skal brukes. Om man kan kategorisere en matematisk oppgave som et problem, avhenger derfor av hvordan oppgaven *oppleves* av oppgaveløseren (Bjørqvist, 2001). Ut fra denne oppfatningen er det ikke oppgaven i seg selv som avgjør hva som er et problem, men det avgjøres derimot av individet som løser oppgaven. Lesh og Zawojewski (2007) foreslår følgende definisjon av et problem: «a task, or goal-directed activity becomes a problem (or problematic) when the “problem solver” (which may be a collaborating group of specialists) need to develop a more productive way of thinking about the given situation» (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 782). Med «productive way of thinking» mener Lesh og Zawojewski (2007) at problemløseren må *tolke* situasjonen matematisk. Det å tolke en situasjon matematisk innebærer å uttrykke, teste, revidere matematiske tolkninger og sortere ut, integrere og modifisere matematiske konsepter fra forskjellige emner innenfor og utenfor matematikken (Lesh & Zawojewski, 2007). Med andre ord er det for Lesh og Zawojewski (2007), i likhet med Bjørqvist (2001), avgjørende *hvem* som løser problemet.

Et av de viktigste og mest sentrale verkene innen problemløsning er Geroge Pòlyas *How to solve it* (Schoenfeld, 1987a). Pòlya (2004) presenterer et rammeverk for problemløsning, bestående av fire faser: *understanding the problem, make a plan, carrying out the plan, look back*. Oversatt til norsk vil dette være: forstå problemet, lage en plan for å løse problemet, gjennomføre planen og evaluere løsningen. Den første fasen handler om å forstå problemet som skal løses. Her er det også viktig at eleven *ønsker* å løse problemet. Det er derfor viktig at læreren velger oppgaver som er interessante for elevene og at vanskelighetsgraden er tilpasset (Pòlya, 2004). Etter at eleven har forstått problemet, må eleven lage en plan for å løse det. Dette er en vanskelig fase, og den avhenger av elevens forkunnskaper, fokus på målet, gode mentale ferdigheter og ikke minst litt flaks. Når eleven kommer så langt at man kan utføre planen, er ikke dette like krevende (Pòlya, 2004). I den siste fasen skal eleven se tilbake på løsningsmetoden og den endelige løsningen, og evaluere det. Her skal eleven vurdere om problemet kunne vært løst på en annen måte, eller om løsningsmetoden kan brukes i andre problemer (Pòlya, 2004).

Pòlya (2004) presiserer at alle fire fasene er like viktig, og utelatelse av én kan gi uheldige konsekvenser. For eksempel kan elever tro at de har en god løsnig på et problem, uten at de gjør de nødvendige forberedelsene. Om eleven for eksempel utelater første fase, kan resultatet være at eleven egentlig ikke forstår problemet, og dermed ikke forstår hovedpoenget. Dette kan føre til at eleven ikke løser oppgaven riktig (Pòlya, 2004).

Gode problemløsere kan skilles fra dårlige problemløsere ved fem aspekter:

- Kunnskapen til en god problemløser er sammenkoblet og komponert av rike skjemaer.
- En god problemløser fokuserer på de strukturelle funksjonene ved et problem, mens en svak problemløser ser på problemets overfladiske funksjoner.
- En god problemløser har evne til å se egne styrker og svakheter som problemløser.
- En god problemløser har evne til å regulere og overvåke egne problemløsningsstrategier.
- En god problemløser har evne til å løse problemer på en *elegant* måte.

(Lester & Kehle, 2003).

Her ser man klare tendenser til at definisjonen av en god problemløser av Lester og Kehle (2003), samsvarer med definisjoner av dybdelæring. De to første punktene kan knyttes til å kunne trekke *sammenhenger* i faget, som er viktig i beskrivelsen av dybdelæring for både Sawyer (2006) og Ohlsson (2011). Evne til å se sammenhenger er også viktig hos Skemp (1976) gjennom relasjonell forståelse og hos Piagets operasjonelle kunnskap (Solvang, 1992), som begge kan kobles til dybdelæring. Lester og Kehle (2003) sitt tredje og fjerde punkt kan knyttes til metakognisjon, som er en komponent i trådmodellen av Kilpatrick et al. (2001). Dette viser at ut fra Lester og Kehle (2003) sin beskrivelse av en god problemløser, er problemløsning sterkt knyttet opp til dybdelæring.

2.4.2 Utforskning

Når Utdanningsdirektoratet (2019b) beskriver hva som er nytt i matematikk i Fagfornyelsen skriver de blant annet følgende: «Faget legger også til rette for at elevene skal utforske matematikken og kommunisere om den. Læreplanene knytter seg tett til elevenes hverdag og skal forberede dem på et samfunn og arbeidsliv i stadig endring». Utforskning har i likhet med

problemløsning fått plass blant matematikkfagets kjerneelementer i den nye læreplanen. I tillegg til at begrepet har fått plass i kjerneelementene, blir det også omtalt i svært mange kompetanser. Et eksempel på dette er kompetansemål fra 10. trinn:

«Utforske og samanlikne eigenskapar ved ulike funksjonar ved å bruke digitale verktøy» (Utdanningsdirektoratet, 2020b, s. 13).

Utforskning er derfor en læringsprosess som er naturlig å trekke inn når det er snakk om dybdelæring. Matematikklæring gjennom utforskende aktiviteter kan beskrives ved at elever blir utfordret til å finne sammenhenger og løsningsstrategier. Med en utforskende tilnærming vil elevene gjøre mer enn å kun utføre gitte prosedyrer (Opheim & Simensen, 2017). Denne definisjonen har flere likhetstrekk med beskrivelser av dybdelæring fra tidligere delkapitler, gjennom *sammenhenger* og *å gjøre mer enn gitte prosedyrer*.

Skovmose (1998) er en av de som har forsket på utforskende tilnærminger. Han argumenterer for at det finnes to ytterpunkter i matematikkundervisningen: *oppgavedirskusen* og *undersøkelseslandskap*.

Målet med oppgavedirskursen i matematikkundervisningen er å få avklart matematiske forhold, slik at elevene klarer å løse oppgaver og løse dem korrekt (Skovmose, 1998). Skovmose (1998) presierer at oppgaver som befinner seg blant oppgavedirskursen nødvendigvis ikke er oppgaver med kun en løsning. Åpne oppgaver uten entydige løsninger finner vi også innunder oppgavedirskusen. Det samme gjelder oppgaver som karakteriseres som problemløsningsoppgaver (Skovmose, 1998). Med dette skaper Skovmose (1998) et skille mellom problemløsning og utforskning i matematikk.

Undersøkelseslandskaper karakteriseres ved at det ikke er en formulert oppgave. Elevene blir derimot invitert, av for eksempel læreren, til å utforske landskapet som presenteres. Vanlige spørsmål i utforskningen av et landskap er «hva nå hvis..?» eller «hvorfor er det slik?» (Skovmose, 1998). Skovmose (1998) presiserer at selv om læreren inviterer elevene til et undersøkelseslandskap, må elevene likevel godta invitasjonen for at noe skal bli et undersøkelseslandskap. Med dette finnes det ingen absolutter for hva som er undersøkelseslandskap, da dette tilsynelatende er interessebasert. Dette kan ses i likhet med problemløsning hvor det, ifølge Bjørqvist (2001), er problemløseren som avgjør om en oppgave er et problem.

At et undersøkelseslandskap er interessebasert kan ses i lys av resultatene fra Wæge (2007) sin doktorgradsavhandling om motivasjon og utforskende matematikkundervisning. I avhandlingen viser Wæge (2007) til at elever får økt motivasjon til å jobbe med matematikk når de opplever at de utvikler forståelse. Denne forståelsen bør helst være relasjonell forståelse, da studien viser at en instrumentell tilnærming vil virke demotiverende i lengden. Resultatene viser videre at slik utforskende matematikkundervisning gir elevene økt relasjonell forståelse, og vil derfor påvirke elevenes motivasjon på en positiv måte (Wæge, 2007). Ut fra dette kan man tenke at om man klarer å skape interesse for undersøkelseslandskaper som Skovmose (1998) presiserer er avgjørende, vil den utforskende undervisningen i seg selv være motiverende for elevene.

2.4.3 Metakognisjon

Schoenfeld (1987b) hevder metakognisjon i daglitalen kan defineres som «tenking over egen tenking», men presiserer at dette også handler om noe mer konkret. For en mer presis definisjon av metakognisjon deler Schoenfeld (1987) begrepet inn i tre adskilte kategorier av intellektuell oppførsel:

- *Kunnskap om egen tankeprosess.* Dette handler om hvor korrekt man kan beskrive egen tenking.
- *Selvregulering.* Dette handler om hvor god kontroll man har over hva man gjør når man løser et problem, og hvordan man bruker dette til videre problemløsning.
- *Holdninger og intuisjon.* Dette handler om hvilke ideer og holdninger man tar med seg inn i arbeidet med matematikk, og hvordan det påvirker måten man jobber med matematikken.

(Schoenfeld, 1987b).

Metakognisjon handler altså om å tenke og reflektere over eget arbeid i matematikk. Dette beskriver Kilpatrick et al. (2001) som evnen til å se fornuft i matematikken, som knytter det til komponenten «*produktive holdninger*» i trådmodellen. Dette kan som nevnt ses i likhet med Sawyer (2006) sitt siste punkt i tabellen (figur 1), som handler om å kunne reflektere over egen

forståelse og egen læringsprosess. Her ser man altså en kobling mellom metakognisjon og dybdelæring.

Metakognisjon kan også knyttes til dybdelæring ved at metakognisjon har vist seg å spille en viktig rolle i problemløsning. Forskning har vist at spesielt to punkter er viktige i problemløsning: (1) kunnskap om egen tankeprosess og (2) regulering og overvåkning av egen aktivitet og problemløsning (Lester & Kehle, 2003). Denne tanken støttes også av Schoenfeld (1987b). Fordi problemløsning står sentralt i kjerneelementene i den nye læreplanen i matematikk, er metakognisjon derfor svært relevant. Flavell (1979) viser til at metakognisjon spiller en viktig rolle i muntlig kommunikasjon og argumentasjon, leseforståelse, skriving, innlæring av språk, hukommelse, problemløsning, sosial anerkjennelse, selvkontroll og egen læring. Med andre ord er metakognisjon generelt viktig for elevenes læring.

2.4.4 Progresjon gjennom skoleløpet

Som nevnt i avsnitt 2.1.1 ser Ludvigsen-utvalget på progresjon i skoleløpet som en avgjørende faktor for dybdelæring (NOU 2014: 7, s.11). Ifølge Ludvigsen-utvalgets utredninger kan man se på progresjon i lys av et læringspsykologisk perspektiv og et fagdidaktisk perspektiv. Progresjon handler om, i lys av et læringspsykologisk perspektiv, hvordan elevs forståelse utvikles over tid som et læringsforløp innenfor et bestemt fagområde. Progresjon i et fagdidaktisk perspektiv handler om hvordan fagets byggesteiner fungerer som progresjon mellom trinn. Ludvigsen-utvalget hevder at disse perspektivene til sammen tydeliggjør behovet for progresjon i elevenes læring (NOU, 2015: 8, ss. 41-42).

Disse tankene fra Ludvigsen-utvalgets utredninger ser ut til å ha hatt betydning for hvordan læreplanene ble bygd opp i Fagfornyelsen. Utdanningsdirektoratet la ut en video 18. november 2019 om hva som er nytt i matematikk etter Fagfornyelsen. Her presiseres det at matematikk er et fag hvor det er viktig at kompetanse bygges steg for steg, for å opparbeide en grunnmur for videre kunnskap. For å legge til rette for dette har den nye læreplanen fått kompetansemål til hvert trinn (unntatt 1. trinn). På denne måten vil det legges til rette for en tydelig progresjon i læringsløpet (Utdanningsdirektoratet, 2019c, 0:47).

I matematikk kan man knytte progresjon til dualiteten fra prosess til objekt beskrevet av Sfard (1991). Denne dualiteten handler om hvordan matematisk kunnskap formens hos et individ. Når en elev lærer seg noe nytt i matematikk, vil eleven utføre en *prosess* på allerede kjente

objekter. Når denne prosessen etter hvert blir kjent for eleven, vil prosessen bli et objekt i seg selv. For eksempel vil en elev først lære om prosessen *telling av tall*. Når eleven etterhvert blir kjent med denne prosessen, blir dette til et objekt for eleven. Så tar eleven dette objektet med seg inn og lærer om prosessen *regning med tall*. Etter hvert blir dette også et objekt for eleven, noe eleven tar med seg inn og lærer om prosessen *algebra*. Sånn fortsetter det, objektet algebra blir videreutviklet til prosessen *regning med funksjoner*, før funksjoner blir til et objekt og tas med inn i prosessen *regning med integraler*. Slik fortsetter det i matematikken i en tilnærmet uendelig utvikling av matematisk kunnskap. Hvis det blir lagt til rette for en oppbygging av kunnskap fra prosess til objekt, kan man øyensynlig ivareta kravene om progresjon i matematikk.

2.4.5 Samtaler i matematikk

Ludvigsen-utvalget legger vekt på kommunikasjons-, samhandling og samarbeid som viktige kompetanser i det 21-århundre (NOU, 2015: 8, s. 27). I den nye læreplanen i matematikk ser man at kommunikasjon og argumentasjon er et av fagets kjerneelementer, noe som i seg selv viser viktigheten av dette. Samtidig viser forskning at elever må lære å begrunne og formulere matematiske ideer, samt resonnere gjennom egne og andres forklaringer for å utvikle dyp forståelse i matematikk (Carpenter, Franke, & Levi, 2003).

Å lære gjennom sosiale aktiviteter er essensielt i Vygotskys sosiokulturelle teori. For Vygotsky er språket et av de viktigste redskapene mennesker har, og dette kaller han «the tools of the tools». Språket, altså «the tools and the tools», er for Vygotsky helt sentralt i alle læringsprosesser (Säljö, 2016). Bruk av samtaler, sett i et sosiokulturelt syn, kan derfor være med på å utvikle elevenes kollektive og individuelle tenkning (Mercer & Howe, 2012).

Samtaler i matematikk kan enten foregå i mindre grupper eller i helklasse. Videre vil jeg snakke om samtaler i mindre gruppe som *samarbeidslæring*, og samtaler i helklasse som *klasseromsdiskusjoner*.

Klasseromsdiskusjoner

Stein, Engle, Smith, og Hughes (2008) hevder at klasseromsdiskusjoner er viktig for at læring skal skje. Målet med klasseromsdiskusjoner er å få elevene til å bli bevisst over egen læringsprosess. I den forbindelse er det viktig at læreren ikke kun spør elevene om rett eller galt svar, men også diskuterer elevenes strategier, samt fordeler og ulemper med de ulike strategiene (Stein et al., 2008). Mercer og Howe (2012) viser likevel til at helklassesamtaler i

skolen i dag som regel består av at læreren kun stiller lukkede spørsmål, hvor elevene så responderer med et rett svar. Denne tilnærmingen blir ofte kalt IRE (initiate, response, evaluate) (Cazden, 2001). Cazden (2001) viser til at denne type spørsmålstilling gir begrenset læringsutbytte, i motsetning til spørsmål hvor elevene blir bedt om å utdype og begrunne. For å derimot oppnå gode klasseromssamtaler som legger til rette for mer enn lukkede spørsmål, må læreren stille spørsmål som for eksempel «hvordan visste du det?» og «hvorfor?» (Mercer & Howe, 2012).

Talk moves, oversatt til norsk som *samtaletrekk*, er beskrevet som verktøy læreren kan bruke for å implementere matematiske diskusjoner. Disse verktøyene vil kunne fremme elevens tenkning og læring i matematikk (Wæge, 2015). Her er det viktig å merke seg at samtaletrekk ikke er ment som spesielle trekk ved en samtale, men heller som trekk i sjakkspill. Kazemi og Hintz (2014) presenterer syv slike samtaletrekk som vil kunne bidra til å skape samtaler med høy kvalitet. Kazemi og Hintz (2014) sin bok om *talk moves*, har fått såpass stor betydning at den også ble oversatt til norsk i 2019.

De syv samtaletrekkene er: *gjenta*, *repetere*, *resonnere*, *tilføye*, *vente*, *snu og snakk* og *endre*. I figur 2 vises typiske spørsmål for de ulike trekkene.

Gjenta	«så du sier at...?»
Repetere	«Kan du gjenta hva han sa med dine egne ord?»
Resonnere	«Er du enig eller uenig, og hvorfor?» «Hvorfor gir det mening?»
Tilføye	«Har noen noe de vil føye til?»
Vente	«Ta den tiden du trenger ... vi venter.»
Snu og snakk	«Snu og snakk med sidemannen din»
Endre	«Har noen av dere forandret tenkingen deres?»

Figur 2: Samtaletrekk. Kilde: (Kazemi & Hintz, 2014; Kazemi & Hintz, 2019; Wæge 2015)

Stein et al. (2008) viser til at man som lærer også må ta høyde for at man vil bli møtt av et bredt spekter med innspill fra elevene. Det er derfor viktig at læreren klarer å lede samtalen slik at den bidrar til kunnskap av dypere forståelse. Stein et al. (2008) har på grunnlag av dette laget

en modell for effektiv bruk av elevresponser i klasserommet. Denne modellen tar både høyde for elevresponser, og samtidig åpner for at viktige matematiske ideer kommer frem. Modellen består av fem praksiser som alle avhenger av hverandre:

1. Forutse sannsynlige responser fra elever på kognitivt krevende matematiske oppgaver.
2. Overvåke elevenes løsninger og svar på oppgavene under utforskningsfasen.
3. Velge ut bestemte elever som skal presentere sine løsninger i helklassediskusjonen.
4. Etter å ha valgt ut bestemte elever til å presentere sine løsninger, bør læreren vurdere hvilke rekkefølge innspillene skal komme i. Dette for å bruke elevenes innspill til å maksimere sjansene for å komme i mål med den matematiske diskusjonen.
5. Bidra til at elevene klarer å se forbindelser mellom de ulike matematiske ideer som har kommet fra elevene.

(Stein et al., 2008).

Stein et al. (2008) sine fem praksiser, sammen med samtaletrekkene beskrevet over (Kazemi & Hintz, 2014; Kazemi & Hintz, 2019; Wæge 2015), kan sammen operere som gode praksiser for klasseromsdiskusjoner.

Lee (2006) ser også på måter læreren kan påvirke i klasserommet, slik at elevene kan lære å bruke det matematiske språket til å utvikle dypere forståelse. Lee (2006) hevder at når elevene lærer seg å uttrykke ideer, så vil de kunne « snakke seg gjennom » et matematisk problem, samt lære seg å bruke ideene i nye omstendigheter (Lee, 2006).

Lee (2006) bruker ordet *diskurs* i stor grad. Diskurs handler om å kunne diskutere ideer, og transformere det over til skriving. Lee (2006) legger her vekt på at å snakke matematikk er empirisk, og gjennom å skrive kan man gjøre empiriske tanker om til permanente tanker. På denne måten vil tankene bli lettere å huske. Lee (2006) presiserer at det er viktig at elevene klarer å lage en bro mellom sin uformelle diskurs og et korrekt matematisk språkregister, da det viser seg at elever sliter med å bruke matematisk ordforråd. Gjennom å bruke dirskursen i undervisningen til å danne slike broer, vil elevene selv kunne utvikle matematiske definisjoner. Dette vil føre til at elevene blir mer fortrolige med det matematiske språket, istedenfor å bli

pålagt presise definisjoner fra læreren. Dette skaper trygghet til det matematiske språket som igjen hjelper elevene å uttrykke sine matematiske ideer (Lee, 2006).

Samarbeidslæring

Samarbeidslæring oversettes fra det engelske ordet «*collaborative learning*», og kan bredt defineres som en situasjon hvor to eller flere forsøker å lære noe sammen (Dillenbourg, 1999; Gokhale 1995). Gokhale (1995) viser til at samarbeidslæring er en undervisningsmetode hvor elevene som jobber sammen ofte er på forskjellige faglige nivåer, men jobber frem mot et felles mål. Å jobbe sammen på denne måten kan ses i lys av Vygotsky sin teori om at læring skjer i *den proksimale utviklingssonen*. Dette betyr at for å tilegne seg ny kunnskap, må eleven utfordres faglig til et nivå der eleven kun klarer oppgaven med hjelp fra *the more competent peer*, eller på norsk *den mer kompetente andre*. Dette kan enten være en voksen eller en medelev (Säljö, 2016). Gjennom å få støtte fra medelever ved samarbeidslæring, lærer elever gjennom å hjelpe hverandre frem mot målet (Gokhale, 1995). Gokhale (1995) hevder at samarbeidslæring gir elever mulighet til å engasjere seg i diskusjoner, ta kontroll over egen læring og bli kritiske tenkere.

3 Metodiske valg og refleksjoner

Spørsmålet denne studien tar for seg er:

Hvordan forholder matematikklærere seg til begrepet dybdelæring?

For å besvare problemstillingen ønsker jeg som nevnt å fokusere på to forskningsspørsmål:

- Hva legger matematikklærere i begrepet dybdelæring?
- I hvilken grad samsvarer lærernes undervisning med dybdelæring slik dette beskrives i Fagfornyelsen?

For å svare på disse forskningsspørsmålene måtte jeg gjøre valg av datainnsamlings- og analysemetode. I dette metodekapittelet vil jeg begrunne valgene jeg har tatt, samt argumentere for hvorfor jeg mener dette var gode valg. Jeg vil i dette kapittelet ta for meg valg av metode, redegjørelse for datainnsamlingsprosessen og analyseprosessen, samt reflektere over validiteten og reliabiliteten til denne studien, etiske refleksjoner og eventuelle feilkilder ved studien.

3.2 Valg av metode for datainnsamlingen

Da jeg skulle bestemme meg for valg av metode, vurderte jeg først en kvantitativ studie. Grunnen var at jeg ønsket generaliserbare data. Jeg ville da kunne se på dybdelæring i matematikkundervisning i et større perspektiv, og innhente informasjon om hvordan situasjonen er i dagens matematikkundervisning. Om jeg skulle gjennomføre en kvantitativ undersøkelse i denne studien, ville spørreskjema vært det mest aktuelle. Dette kunne gitt meg innsikt i hvordan lærere oppfatter dybdelæring, og hvordan de *selv* forholder seg til dette i egen undervisning. Etter arbeid med ulik teori om dybdelæring fant jeg etter hvert ut at dybdelæring er et begrep som er beskrevet på mange ulike måter. I tillegg er det ikke sikkert at et spørreskjema ville fange opp hvordan lærerne *operasjonaliserer* dybdelæring i klasserommet. På grunnlag av dette innså jeg at å spørre lærere om hvordan de selv mener at de forholder seg til dybdelæring ikke ville være godt nok. I tillegg ville det vært vanskelig innenfor rammen av en masteroppgave, å få et tilstrekkelig stort utvalg til at generaliserbarhet sikres. En kvalitativ undersøkelse ville i dette tilfellet gi en mer autentisk forståelse av hvordan lærere forholder seg til dybdelæring (Silverman, 2011).

Det å studere hvordan lærere forholder seg til dybdelæring, er en studie av et fenomen. Innenfor det meste av fagdidaktikk er det som regel studier av kvalitative fenomener og prosesser som er vanlig, da læring eller kunnskap ikke lar seg måle med tall (Postholm & Jacobsen , 2016). Dette gjelder også for denne studien. I tillegg er dybdelæring et komplekst fenomen, og jeg var nødt til å se på informasjonen i datamaterialet som dynamisk og unikt. Dette er en tilnærming som har fokus på prosessen i motsetning til fokus på variablene. Det betyr å forstå det som skjer i en helhet, og legge vekt på kompleksiteten i denne helheten (Postholm & Jacobsen , 2016). For å få et helhetlig bilde av dybdelæring innså jeg at jeg selv måtte ut og observere hva som faktisk foregikk i klasserommene. På grunnlag av dette var det naturlig å velge en metode som tok utgangspunkt i klasseromssituasjoner. Valget falt derfor på observasjon.

I tillegg til observasjon så jeg det hensiktsmessig å kombinere det med noe annet for å forstå kompleksiteten rundt det aktuelle fenomenet. Observasjonen i seg selv ville gi meg gode data på hva som faktisk fant sted, men det ville ikke gi meg noen forståelse av lærernes begrunnelser for valg i undervisningen eller deres forståelse av dybdelæring. Intervju vil derimot kunne føre til forståelse for *hvorfor* ting skjer (Postholm & Jacobsen , 2016). Jeg valgte derfor kombinere observasjonen med intervju for å få en dypere innsikt i lærernes begrunnelser og forståelse av dybdelæring. Til sammen ville kombinasjonen av observasjon og intervju gi meg en mer autentisk forståelse av fenomenet dybdelæring (Silverman, 2011).

3.2.1 Observasjonen

Det første man må ta stilling til som forsker når man skal bruke observasjon som metode, er *hvem* man skal observere og *når* observasjonen skal gjennomføres. Når observasjonen skal gjennomføres handler også om hvor langt *tidsrom* observasjonen skal foregå over. Hvem, når og hvor langt tidsrom observasjonen skal spenne over finnes det ingen regler for. Dette er noe forskeren må vurdere i henhold til problemstillingen (Postholm & Jacobsen , 2016). I denne studien valgte jeg to lærere som jeg skulle observere. Da jeg skulle velge tidspunkt for observasjonen var det først og fremst tidspunkter som passet for de aktuelle lærerne som ble valgt. Da jeg skulle vurdere tidsspennet for observasjonen, var det i hovedsak studiens omfang som avgjorde hvor lenge jeg skulle observere de to lærerne. Til denne studien ville observasjon over så lang tid som mulig være det absolutt beste, men jeg valgte å kutte det ned til 4 timer i hver klasse.

Observasjon handler først og fremst om å observere *handlinger*. Observasjon i klasserommet vil i motsetning til dagligdags observasjon være systematisk og målrettet for å se etter spesifikk aktivitet. I en slik innsamling av data vil problemstillingen knyttet til observasjonen være sentral for hvor fokuset skal ligge (Postholm & Jacobsen , 2016). Min observasjonsstudie var ustrukturert, noe som vil si at forskeren står mer fritt til å velge fleksibelt hva som skal observeres (Kleven, 2014). Jeg forsøkte å gå inn i klasserommene med så åpent sinn som mulig. Dette kan også kalles en *induktiv* studie, hvor jeg forsøkte å legge igjen forutinntatte holdninger og bare registrere det som skjer. Denne typen observasjon har sin styrke i at interessante hendelser ikke vil bli utelatt, noe som de ville blitt om de ikke var med i kategoriene ved en strukturert observasjon (Kleven, 2014). Som forsker må man likevel ta i betraktning at det alltid vil finnes noen antakelser som tross med inn når man skal observere undervisning. På grunnlag av dette vil det ikke være helt korrekt å kalle studien totalt induktiv, men heller et samspill mellom induktiv og *deduktiv* metode (Postholm & Jacobsen , 2016).

For å gjennomføre observasjonen på så effektiv måte som mulig, tok jeg kun med meg penn og papir, og forsøkte å skrive ned så mye som mulig av det jeg observerte. Som Blikstad-Balas (2017) skriver vil en slik type observasjon ikke gi meg samme muligheter som for eksempel en videoanalyse ville gjort, men jeg så det ikke som nødvendig med video- og lydopptak i denne studien. Samtidig vil en slik observasjon virke mindre innvandrende for lærer og elever, og på den måten ville det ikke i like stor grad forstyrre undervisningen.

3.2.2 Intervjuene

Som nevnt er observasjon en ypperlig metode for å finne ut hva som faktisk skjer, samtidig som det gir innblikk i spesifikke handlinger. Observasjon vil derimot gi lite informasjon om *hvorfor* ting skjer, og menneskers *motiver* og *begrunnelser* vil ikke komme frem. Dette vil intervju derimot kunne belyse (Postholm & Jacobsen , 2016). I intervjuet ønsket jeg både å høre lærernes generelle oppfatning av dybdeløring i undervisningen, men også begrunnelser knyttet direkte opp mot *egen* undervisning. I tillegg til dette var jeg interessert i utenforliggende faktorer som kunne påvirke valgene lærerne tok i undervisningen. Gjennom intervjuet ville jeg få mulighet til å innhente mer utfyllende og beskrivende informasjon om lærernes erfaringer og tanker rundt studiens tema (Dalen, 2011).

Intervju blir i likhet med observasjon delt inn i *strukturert* og *ustrukturert intervju*. I det ustrukturerte intervjuet, som jeg brukte i denne studien, vil temaet for intervjuet være klart,

men intervjueren står friere til å lede samtalen i ønsket retning underveis. På denne måten vil intervjueren ha mulighet til å gå dypere inn i problematikken (Kleven, 2014). Et ustrukturert intervju krever mye av intervjueren. Det er viktig at intervjueren har gode fagkunnskaper om intervjuets tema og har evne til å følge opp interessante momenter (Kleven, 2014). For å kunne gjennomføre et best mulig intervju var jeg derfor nødt til å ha satt meg inn i teorien om dybdelæring, samt utarbeidet en god *intervjuguide* som kunne lede meg gjennom samtalen.

Intervjuguiden vil være en liste over temaer som bør snakkes om i løpet av intervjuet (Postholm & Jacobsen, 2016). Videre bør intervjuet bygges opp i henhold til *traktprinsippet*. Dette betyr å begynne i randen av det man skal undersøke, og avslutte med spørsmål som spisses mer inn på temaet (Dalen, 2011). Da jeg skulle utforme intervjuguiden til de to intervjuene, ble jeg nødt til å lage to separate intervjuguider. Dette fordi deler av intervjuet omhandlet de spesifikke timene jeg hadde observert. Likevel var intervjuguidene innom de samme temaene, hvor variasjonen kun lå i de spesifikke spørsmålene om timene (se intervjuguider i vedlegg 2 og vedlegg 3). Jeg forsøkte å utforme intervjuguidene i henhold til traktprinsippet, samtidig som jeg forsøkte å lage spørsmål som var brede nok til at de kunne føre samtalen innen ulike interessante aspekter av temaene som ble tatt opp. Intervjuguidene ble derfor bygd opp på en slik måte at den startet med temaer knyttet opp mot dybdelæringsbegrepet generelt, før den gikk inn på de konkrete undervisningsøktene.

3.3 Datainnsamlingsprosessen

Jeg vil nå fortelle og forklare valgene jeg tok i datainnsamlingsprosessen. Gjennom høsten 2019 har jeg samarbeidet med tre lærere på tre ulike skoler, hvorav en av lærerne deltok i pilotundersøkelsen, og to i hovedundersøkelsen. Alle tre skolene er lokalisert på det sentrale Østlandsområdet.

3.3.1 Valg av skoler og trinn

I valg av informanter til en studie vil det teoretisk sett være ideelt være å velge helt tilfeldig for å få et så representativt utvalg som mulig. I virkeligheten vil dette derimot ikke være så enkelt (Firebaugh, 2008). I denne studien ble valg av skoler gjort på grunnlag av nettverket jeg allerede har bygd meg opp, og rekrutteringen ble derfor via et *bequemmelighetsutvalg*. Gjennom mine bekjenskaper kontaktet jeg tre lærere, hvorav en ble med i pilotundersøkelsen, og to i hovedundersøkelsen. Disse lærerne underviser alle i ungdomskolen. Jeg vurderte

underveis om det var behov for en informant til i hovedundersøkelsen, men denne vurderingen valgte jeg å ta etter at jeg hadde samlet inn alle data fra de to informantene jeg hadde funnet. Deretter kunne jeg vurdere om det var behov for mer. Som forsker er omfanget av informanter en vurdering som må tas, og i den forbindelse er det viktig å huske at større utvalg nødvendigvis ikke gir bedre resultater. Det som derimot er av betydning er hvor representativt utvalget er (Firebaugh, 2008). I denne studien vil resultatene uansett ikke kunne generaliseres, og utvalget vil derfor bare gi et innblikk i fenomenet som studeres.

At valget av trinn falt på ungdomsskole var tidlig klart for meg. Jeg har selv undervist mye på ungdomsskole, og jeg har store deler av min praksiserfaring herfra. På grunn av dette har jeg både sett og erfart mulighetene og utfordringene undervisning på ungdomstrinnet byr på, og jeg ønsket derfor å rette denne studien i retning av ungdomsskolen.

I denne studien var målet som nevnt å undersøke hvordan lærere oppfatter og forholder seg til dybdelæring. Hvilke lærere som deltok i studien var derfor ikke basert på noen andre kriterier enn at de jobbet på ungdomsskole.

3.3.2 Pilotundersøkelsen

For å gjennomføre undersøkelsen på best mulig måte trengte jeg trening, og jeg valgte derfor å pilotere både observasjons- og intervjuetoden. På denne måten kan man avdekke eventuelle mangler og feil i innsamlingsmetodene. En slik *pretesting* av datainnsamlingsmetodene vil fungere som korrektiv til hovedundersøkelsen (Grønmo, 2004). Pilotundersøkelsen bestod av to timer med observasjon, etterfulgt av et intervju. Klassen jeg observerte var en 10. klasse, og alle elevene var blitt informert om min tilstedeværelse på forhånd. Pilotundersøkelsen handlet i stor grad om å få undersøkt hvor mye informasjon det lot seg gjøre å notere ned, og om jeg fikk med meg det som var interessant fra timene. Etter endt observasjon, intervjuet jeg læreren hvor jeg fikk testet ut intervjuguiden. Gjennom et slikt prøveintervju kunne jeg få tilbakemeldinger fra informanten om spørsmålene var utformet forståelig, og hvordan informanten oppfattet meg som intervjuer (Dalen, 2011).

3.3.3 Hovedundersøkelsen

Hovedundersøkelsen i denne studien ble gjennomført senhøsten 2019. Jeg observerte undervisningen hos de to lærerne parallelt, etterfulgt av ett intervju med hver lærer etter endt observasjon. Videre vil jeg omtale de to lærerne som lærer A og lærer B, med deres tilhørende klasser som klasse A og klasse B.

I klasse A deltok jeg i fire 45 minutters økter. Denne klassen var en delingsklasse som vil si at det ikke var en hel klasse, men en mindre gruppe på 16-18 elever fra ulike klasser. Læreren i denne klassen fortalte meg at de har én delingstime i uken på 45 minutter, og en dobbeltime i uken på 90 minutter med sin basisklasse. Læreren var godt informert om temaet for min masteroppgave, og elevene var klar over at jeg skulle komme og observere timene deres. Jeg observerte en delingstime i uka, og var dermed på denne skolen i en fire ukers periode. Etter endt observasjon intervjuet jeg læreren én uke senere. Begrunnelsen for at jeg valgte å utføre intervjuet én uke etter endt observasjon, var for å få tid til å se over datamaterialet fra observasjonen først, slik at jeg kunne stille relevante spørsmål knyttet opp mot lærerens undervisning.

I klasse B deltok jeg i fire 60 minutters økter. Dette var en full basisklasse med 25 elever. Denne klassen hadde tre 60 minutters økter i uka, og jeg deltok på fire økter som gikk etter hverandre. På denne måten gikk jeg ikke glipp av noen økter i mellom, noe som resulterte i at jeg fikk se progresjonen fra første til fjerde økt jeg deltok i, med unntak av at elevene hadde halvårsprøve mellom tredje og fjerde økt. Av praktiske årsaker ble intervjuet først gjennomført rett etter juleferien i januar 2020.

Begge klassene gjennomførte en prøve i perioden jeg observerte. Fjerde time som ble observert, ble derfor brukt til egenvurdering av denne prøven i begge klassene. Jeg har derfor valgt å ikke ta med disse timene i resultatet, da jeg ikke så de som relevante for denne studien. Jeg valgte likevel å ikke observere en ekstra time i de to klassene, da jeg mente de tre første timene i hver klasse ga meg nok informasjon.

3.4 Analyseprosessen

Etter at jeg hadde samlet inn datamaterialet begynte analyseprosessen. Målet med analyse i en kvalitativ studie, er som regel å skape en helhetsforståelse av spesifikke forhold (Grønmo, 2004). I denne studien var disse spesifikke forholdene knyttet opp mot lærernes forhold til

dybdeløring. Som nevnt innledningsvis i dette kapittelet er dybdeløring et komplekst fenomen, noe som gjorde at jeg måtte se på datamaterialet som dynamisk og unikt. Fokuset i analysen lå derfor i prosessen framfor variablene gjennom å forsøke å skape et helhetsinntrykk av fenomenet.

For å skaffe meg et slikt helhetsinntrykk av lærernes undervisning i lys av dybdeløring, var det nødvendig å presentere hvordan timene fra observasjonen foregikk i sin helhet. Analysen av observasjonsdata begynte med en *førstegrads fortolkning* hvor jeg kun konstaterte hva jeg hadde sett og hørt (Fangen, 2004).

Etter dette handlet det om å gå dypere inn i analysen av datamaterialet gjennom en *andregrads fortolkning*. Dette gjøres ved å trekke inn erfaringsfjerne tilnærminger i tillegg til de erfaringsnære, og på denne måten skape en *tykk beskrivelse* av datamaterialet fra observasjonen. Ved en slik tykk beskrivelse vil mine utsagn om hva som kan ligge bak ulike hendelser komme med i analysen, og dermed kunne bidra til forståelse av fenomenet som studeres (Fangen, 2004).

Den siste fortolkningsprosessen som ble gjort var *tredjegrads fortolkning*. Her kom tolkning av eventuelle underliggende interesser og drivkrefter med, samt annen kritisk tolkning i form av underliggende betydninger (Fangen, 2004).

I tillegg til fortolkningsprosessene av observasjonene, kodet jeg tidsbruk av læringsaktiviteter i de ulike timene. Dette gjorde jeg for å få håndfaste tall på tidsbruk i de to klassene. Kategoriene læringsaktivitetene ble delt inn i var: klasseromsdiskusjon, elevsamarbeid, selvstendig arbeid og gjennomgang av lærer. Disse kategoriene ble valgt ut fra de læringsaktivitetene det var mest av i de respektive timene. Under observasjonen hadde jeg samlet inn tall for tidsbruk, ved at jeg skrev ned klokkeslett igjennom hele observasjonen, slik at jeg visste når de forskjellige sekvensene foregikk. Da jeg skulle plassere ulike sekvenser fra timene inn i kategoriene valgte jeg å se på følgende karakterer ved de fire kategoriene:

- *Selvstendig arbeid* er arbeid hvor elevene jobber med hver sin oppgave/hvert sitt objekt, uavhengig av om de snakker sammen.
- *Elevsamarbeid* er oppgaver hvor elevene jobber sammen om en felles oppgave/et felles objekt.

- *Gjennomgang av lærer* er når lærer ikke stiller spørsmål til elevene, men det er kun monolog fra lærer.
- *Klasseromsdiskusjon* er når lærer stiller elevene spørsmål i undervisningen, og samtalen varierer mellom lærer- og elevinnspill.

Etter å ha analysert observasjonsdata, begynte jeg å ta for meg intervjuene. Intervjuene ble transkribert i tekstbehandlingsprogrammet Word. Dette anså jeg som godt nok, da det kun var to intervjuer som skulle transkriberes. Da transkripsjonen var ferdig begynte jeg å lese over datamaterialet fra intervjuene. Etter å ha lest over datamaterialet flere ganger, begynte jeg å danne meg et inntrykk av forskjellige sammenhenger som stod sentralt. Jeg laget deretter stikkord som kunne beskrive og karakterisere de ulike sentrale momentene fra intervjuene. Disse stikkordene ble induktive koder for datamaterialet fra intervjuene. Med induktive koder menes koder som blir til underveis med bakgrunn i det empiriske datamaterialet. Slike koder i kvalitativ data fungerer som et avsnitt for et sentralt tema i datamaterialet (Grønmo, 2004). Et eksempel på en kode som ble laget her er «utfordringer med dybdelæring i undervisningen». Denne koden inneholdt utdrag fra intervjuet hvor lærerne beskrev eventuelle utfordringer med dybdelæring i undervisningen.

Jeg avsluttet analyseprosessen med å ferdigstille tredjegrads fortolkningen av observasjonsdata ved å trekke inn utdrag fra intervjuene, da disse kunne være med på å forklare lærernes valg i egen undervisning.

I resultatkapittelet er resultatene fra analysen presentert først, deretter den ferdigstilte kodingen av tidsbruken av læringsaktiviteter, før jeg til slutt presenterer resultatene fra analysen av intervjuene.

3.5 Studiens troverdighet

3.5.1 Studiens validitet og reliabilitet

Å undersøke studiens validitet handler om gyldigheten til studiens resultater. Dette handler om å stille seg spørsmål som: Er data jeg har samlet relevant for det jeg skal undersøke? Har jeg vært for selektiv slik at jeg har oversett viktig data? (Everett & Furseth, 2012). Reliabilitet handler om i hvilken grad resultatene er nøytrale og etterprøvbare.

I en masteroppgave vil det på grunn av begrensninger i formatet være vanskelig å ha med alt som vil være relevant. Det kan være fare for at viktige data har blitt utelatt, eller at irrelevante data for hovedargumentet blir tatt med. Forskeren må derfor være klar over hva som er utelatt, og forklare hvorfor det som er med er relevant (Everett & Furseth, 2012). I denne studien er datainnsamlingens omfang en utelatt faktor. Med kun to lærere vil man kun få et snevert innblikk i hvordan undervisningen er i norsk skole, og svarer derfor ikke på hvordan lærere generelt oppfatter og forholder seg til dybdelæring. Likevel er dette en kvalitativ studie, hvor hovedpoenget som nevnt er å dokumentere eksistensen av et fenomen.

Som nevnt innledningsvis i dette kapitlet, er fenomenet som studeres i denne oppgaven komplekst, og må ses på som en dynamisk prosess. For å få et godt innblikk i ulike aspekter av studiens problemstilling, var det viktig å skaffe data fra ulike perspektiver. Å innhente data fra ulike perspektiver kalles for *triangulering*, og er en god prosedyre for å sikre studiens validitet (Creswell & Miller, 2000). Gjennom triangulering kan forskeren ta i bruk flere ulike metoder for datainnsamling og/eller ulike teoretiske perspektiver i søket etter konvergens i resultatene (Johnson, 2013). I denne studien tok jeg i bruk både observasjon og intervju som metode. På denne måten ville de kunne utfylle hverandre, og jeg kunne lete etter konvergens mellom de to metodene. I arbeidet med analysen var det likevel viktig å være klar over at konvergens mellom metodene ikke alltid ville forekomme. Dette skal forskeren likevel ikke se på som noe negativt. Divergente resultater er også interessante resultater, da de belyser studiens objekter på en annen måte (Johnson, 2013).

3.5.2 Troverdighet i observasjonssituasjonene

En potensiell feilkilde i denne studien vil være at hendelser som registreres i observasjonene, ikke stemmer overens med hva som faktisk skjedde. Dette kan skje fordi forskeren ikke får med seg hele konteksten av det som skjer, feiltolker, eller tolker ut fra hva forskeren *ønsker* å observere. Det sistnevnte problemet kalles *forskerbias*. Dette resulterer ofte fra selektiv observasjon eller selektivt opptak av informasjon (Johnson, 2013). I denne studien ønsket jeg å lete etter momenter av dybdelæring i undervisningen, og mitt forskerbias kan da være at jeg la mye vekt på slike momenter og overså andre relevante observasjoner.

For å sikre studien for eventuelle bias, kan forskeren bruke strategien kalt *refleksivitet*. Dette går ut på at forskeren kritisk vurderer sine eventuelle bias. Det finnes ulike måter å bruke refleksivitet for å sikre forskningen mot ulike bias, en av disse er *negative-case samling*. Da

går forskeren ut og søker etter tilfeller som avkrefter det man ønsker å finne. På denne måten kan viktig informasjon bli vanskelig å ignorere (Johnson, 2013). I denne studien var det viktig å lete etter informasjon både for og imot dybdelæring i undervisningen, slik at det ikke kun ble momentene av dybdelæring som ble vektlagt.

I denne studien kan målesikkerheten ha blitt påvirket av den såkalte *observatøreffekten*. Den går ut på at når forskeren observerer hva som skjer i et klasserom, vil det være fare for at informantene påvirkes av at det er en observatør tilstede. Dette kan føre til at informantene oppfører seg annerledes enn de vanligvis gjør (Kleven, 2014). For å unngå dette på best mulig måte, forsøkte jeg å holde meg tilbaketrukket i klasserommet så jeg ikke tiltrakk mye oppmerksomhet. Likevel vil det være umulig å gjøre seg helt usynlig i en observasjonsrolle, så observatøreffekten må regnes å ha hatt en innvirkning.

Dataene fra observasjonen ble samlet inn med håndskrevne notater. Dette er et aspekt ved dataanalysen som er viktig å drøfte i forhold til denne studiens validitet. Under observasjonen av de to lærerne så jeg det som nevnt ikke som nødvendig med opptak av timene, da det var essensen av aktivitetene som ble brukt i timen og hvordan disse ble brukt som var relevant. Når man skriver notater underveis er det fare for at det som blir sagt ikke blir skrevet ned på eksakt samme måte. Dette kan påvirke hvordan de ulike ytringene blir fremstilt i de håndskrevne notatene, i tillegg kan samtalen flyt forsvinne.

3.5.3 Troverdighet i intervjusituasjonene

I likhet med observatøreffekt kan liknende problemer oppstå ved intervju. Her finnes det i hovedsak tre kilder til feilslutninger: *intervjueffekt*, *spørsmåleffekt* og *konteksteffekt* (Larsen, 2017).

Intervjueffekt handler om ytre kjennetegn eller oppførsel intervjueren viser, som kan påvirke hva informanten svarer. Dette kan for eksempel være forskerens reaksjoner på informantens svar eller omgivelsene intervjuet skjer under (Larsen, 2017). I denne studien ble intervjuet gjennomført på arbeidsplassen til informantene, noe som kan føre til at informantene føler seg tryggere (Larsen, 2017). I tillegg forsøkte jeg å være så moderat i mine reaksjoner på informantens ytringer som overhodet mulig, slik at min reaksjon ikke skulle påvirke svarene.

Spørsmåleffekten handler om hvordan spørsmålene er formulert, og her burde målet være å unngå å stille ledende spørsmål (Larsen, 2017). I intervjuguidene til de to intervjuene, forsøkte

jeg å stille så åpne spørsmål som mulig, uten å lede informanten i en bestemt retning. Likevel visste informanten at studien handlet om dybdelæring, noe som kan ha påvirket svarene.

Konteksteffekten handler om hvilken rekkefølge spørsmålene stilles i, og i hvilken grad tidligere spørsmål kan påvirke svaret (Larsen, 2017). Her tok jeg som nevnt i bruk det såkalte traktprinsippet, hvor jeg begynte med åpne spørsmål om temaet før jeg spisset det mer inn på lærernes egen undervisning.

I tillegg til eventuelle feilslutninger som kan oppstå under intervjuet, er det også en risiko for troverdigheten i transkripsjonsprosessen, da det er vanskelig å være helt objektiv i oversettelsen fra muntlig til skriftlig form (Kvale & Brinkmann, 2015). For eksempel må man som forsker vurdere hvordan man skal transkribere eventuelle tenkepauser eller bruken av «ehm». For å ikke miste for mye av muntlige kjennetegn, forsøkte jeg å ta vare på eventuelle tenkepauser og andre momenter som i utgangspunktet ikke hører hjemme i en skriftlig oversettelse.

3.5.4 Ethiske refleksjoner

«All forskning som gjøres med mennesker, har etiske implikasjoner» (Everett & Furseth, 2012, s. 136). Det er derfor viktig i enhver studie som dette å overveie eventuelle etiske dilemmaer.

En viktig del av de etiske retningslinjene man skal følge i en empirisk studie er informert samtykke. Informantene skal få ærlig informasjon om undersøkelsens formål og omfang, og dette skal formidles på et språk informantene forstår. Informantene skal også vite hva som forventes av dem og undersøkelsens tidsspenn. Forskeren sitter også med ansvaret for at undersøkelsen ikke skaper problemer for informantene eller kan skade dem (Everett & Furseth, 2012). I lys av dette fikk informantene i denne studien et informasjonsskriv og samtykkeskjema (se vedlegg 4), som ga informantene mulighet til godt informert samtykke. For å forsikre meg at informantene forsto at det skulle være uproblematisk å delta i undersøkelsen, fortalte jeg informantene at jeg i observasjon av undervisningen ikke skulle påvirke forholdene i klassen på noen måte. Informantene fikk også beskjed om at intervjuene skulle vare i 30 minutter, og de ble lagt opp ut fra når det passet best for informantene. Informantene fikk også beskjed om å gi meg tilbakemelding om dette ville bli problematisk for dem.

Frivillig deltakelse er et viktig etisk aspekt innen forskning. Det er viktig at forskeren er tydelig på informantens frihet til å trekke seg når som helst i studien. Dette er ekstra viktig da det i noen sammenhenger vil kunne være et sosialt press om deltakelse i en gruppe (Everett &

Furseth, 2012). Informantene i denne studien ble derfor godt informert om at de når som helst kunne trekke seg.

Forskningsprosjektet ble meldt inn til NSD (se vedlegg 5 og 6). Dette ble gjort på grunnlag av NSD sine regler for håndtering av persondata.

At deltakernes anonymitet bevares gjennom hele forskningsprosessen er et annet grunnleggende prinsipp for all forskningsetikk (Befring, 2015). Gjennom hele forskningsprosessen har jeg anonymisert all informasjon jeg har samlet inn, og lagret alt på en sikker måte. Navnene i undersøkelsen ble byttet ut med navnene lærer A og lærer B og kjønnene er ikke gjenkjennbare.

3.5.5 Feilkilder

Det finnes flere feilkilder som kan påvirke min studie. For det første vil observasjon, hvor innsamlingen av data skjedde ved å notere ned det jeg så og hørte, føre til at det er liten sannsynlighet for at jeg fikk med meg alt som skjedde i timen. Det er en risiko for at viktige momenter i undervisningen uteble i min data, samt at jeg kan ha tolket handlinger og utsagn feil. Dette kvalitetssikres derimot ved å triangulere metodene (Creswell & Miller, 2000). På den måten kan intervjuet dekke opp for eventuelle hull fra observasjonsdataen.

Videre er utvalget av lærere naturligvis en feilkilde. Med kun to informanter er det en stor risiko for at de to lærerne i utvalget mitt, er to lærere som er et unntak fra det som er normalt. På denne måten vil ikke resultatene mine gjenspeile lærerpraksisen i norsk skole. I arbeid med kvalitativ data vil derimot dette være en naturlig feilkilde da datamaterialet skal være lite. Som nevnt i delkapittel 3.6.1, er hovedpoenget å påvise et fenomen, heller enn å se på utbredelsen av fenomenet.

4 Resultater

I dette kapitlet vil jeg presentere resultatene fra datainnsamlingen i lys av teori og tidligere forskning. Jeg vil presentere resultatene fra observasjonen og intervjuene separat, men jeg vil trekke inn segmenter fra intervjuene når jeg presenterer resultatene fra observasjonene. For at det skal bli tydelig hvilken lærer og klasse jeg snakker om, vil jeg som nevnt i metodekapitlet kalle den ene læreren for lærer A med tilhørende klasse A, og den andre læreren kaller jeg lærer B med tilhørende klasse B.

4.1 Observasjon av lærerne

I dette delkapitlet presenteres timene jeg har observert i klasse A og klasse B. For å kunne presentere timene på mest hensiktsmessig måte i forhold til oppgavens problemstilling, er det nødvendig å presentere hvordan undervisningstimene foregikk i en helhet med fokus på de ulike læringsaktivitetene som ble brukt.

4.1.1 Klasse A (9. trinn) time 1

Dette var en 45 minutters økt hvor store deler av timen bestod av helklassediskusjoner. Før timen startet fortalte lærer A meg at de holdt på med temaet geometri, og at de skulle bruke denne timen på å utforske egenskapene ved et A4-ark. Under intervjuet med lærer A spurte jeg om det er spesielle hensyn å ta i forhold til undervisning i denne klassen. Hen fortalte at dette er en delingstime sammensatt av to klasser, og at det betyr at det er færre elever enn i en vanlig klasse. Samtidig sa lærer A at det er en relativt kort time som gjør det lettere å gjøre små dykk.

Timen startet med at elevene fikk utdelt hvert sitt A4-ark, før læreren forklarte elevene hva de skulle gjøre:

Lærer: «Vi skal bruke A4-ark og en linjal denne timen, og vi skal bruke dette til å utforske litt. Første dere skal gjøre er å finne lengdene på A4-arket ved å måle med linjal. Vi kaller den lengste siden for a og den korte siden for b . Skriv ned målene i boka deres og ha en overskrift som heter 'forske på A4 ark'.»

Man ser her at læreren starter timen med å fortelle elevene at dette er en time hvor de skal *utforske*. Dette kan ses i lys av Skovmose (1998), ved at læreren inviterer elevene inn i et

undersøkelseslandskap. Likevel er det avgjørende for Skovmose (1998) at elevene godtar invitasjonen inn i dette undersøkelseslandskapet for at det skal fungere som en utforskende time. Om dette skjer her, vil jeg diskutere senere. Utforskning er, som nevnt i kapittel 2, sentralt i matematikkfagets kjerneelementer etter Fagfornyelsen. Samtidig er begrepet utforskning som nevnt brukt i svært mange kompetansemål i den nye læreplanen i matematikk. Med tanke på at dybdelæring står sentralt i Fagfornyelsen, er det derfor god grunn til å tenke at denne timen er et utgangspunkt for dybdelæring.

Etter at elevene fikk instruksjoner av læreren om hva de skulle gjøre, satt de i gang med å måle arkene. Læreren spurte etter hvert elevene i helklasse hva slags figur arket var.

En elev: *«Det er et rektangel.»*

Lærer: *«Ja, hvorfor?»*

Samme eleven: *«Fordi den har to like langsider og to like kortsider.»*

Her ser vi at læreren bruker et av de syv samtaletrekkene, resonnering gjennom å stille spørsmålet *«hvorfor?»* (Kazemi & Hintz, 2014; Kazemi & Hintz, 2019; Wæge K. , 2015). *«Hvorfor?»* er også et spørsmål Mercer og Howe (2012) mener er viktig for gode klasseromsdialoger, og det er ifølge Skovmose (1998) et vanlig spørsmål i arbeid med et undersøkelseslandskap.

Læreren fortsatte med å tegne et parallellogram på tavlen, og spurte om det hen hadde tegnet var et rektangel.

En annen elev: *«Nei for vinklene må være 90 grader.»*

Lærer: *«Ja det stemmer. Alle vinklene må være 90 grader, langsiden må være like og kortsiden må være like. Dette er definisjonen på et rektangel.»*

Her kan man se at læreren er opptatt av å definere begreper de bruker i klasseromsdiskusjonen, og ønsker at de kommer frem til definisjonene sammen. Det å legge vekt på å definere matematiske begreper gjennom diskurs, vil føre til at elevene utvikler sitt matematiske språk (Lee, 2006). Dette kan ses i lys av kjerneelementet *modellering og anvendelser* hvor det matematiske språket, samt definisjon av begreper og matematiske modeller står sentralt

(Utdanningsdirektoratet, 2020b). Ved å bruke klasseromsdiskusjon på denne måten, legger lærer A til rette for at elevene utvikler kompetanse innen dette kjerneelementet.

Etter diskusjonen om definisjon av rektangel, rettet læreren fokuset tilbake på målene av arket, og spurte elevene hva de hadde målt. Elevene fortalte hvilke tall som ble målt, så ga læreren elevene en ny oppgave:

Lærer: *«Dere skal nå finne forholdstallet mellom a og b.»*

Her er det verdt å legge merke til at læreren trekker inn et nytt begrep: forholdstall.

Elevene jobbet i fire til fem minutter med dette, før læreren spurte elevene om hvordan man fant forholdstallet. En elev sa at man må dele 29,7 på 21 (dette var målene på a og b) og at det blir 1,414. Læreren spurte så hvilket svar eleven da fikk.

Elev: *«Et tall med mange desimaler bak.»*

Lærer: *«Hva gjør man da?»*

Elev: *«Man runder av.»*

Lærer: *«Hvilket tall kommer etter 4?»*

Elev: *«To.»*

Lærer: *«Og hvorfor spør jeg om det?»*

Elev: *«Fordi det avgjør om vi skal runde opp eller ned.»*

Igen trekker læreren inn et begrep: avrunding. Det som er interessant er hvordan læreren hele tiden bruker helklassediskusjon når hen tar opp nye begreper.

Samtalen ovenfor fortsatte ved at læreren ga elevene en ny oppgave:

Lærer: *«Nå skal dere få en ny oppgave. Halver langsiden på arket. Hvordan skal dere gjøre det?»*

Elevene svarte at de kan brette arket. Læreren nikket og ga elevene i oppgave å måle halve langsiden av arket og kalle den c, og deretter finne forholdet mellom b og c. Elevene jobbet med dette i fire minutter før læreren gikk igjennom i plenum, og elevene fortalte hvilke tall de

hadde målt. Læreren spurte elevene om hvordan de helt sikkert *vet* at tallet de hadde målt er nøyaktig. En elev svarte at det finner man ved å bare dele på to.

Ved å hele tiden stille spørsmål som dette, legger læreren tilsynelatende til rette for at elevene må resonnerer og argumentere. Lærer A fortalte også i intervjuet at denne timen i stor grad handlet om å resonnerer og argumentere. Dette er interessant i forhold til dybdelæring, da resonnering og argumentasjon i likhet med utforskning, modellering og anvendelser, er en del av kjerneelementene i den nye læreplanen etter Fagfornyelsen (Utdanningsdirektoratet, 2020b).

Læreren spurte så om forholdstallet til den nye ark-størrelsen. Elevene sa at de fikk det samme tallet som for forrige ark-størrelse.

Lærer: *«Er ikke det oppsiktsvekkende? Husk at vi utforsker denne timen så ingen har utforsket dette før. Dere må derfor passe på at dere skriver ned resultatene dere finner. Nå skal dere få enda en ny oppgave. Legg to A4-ark sammen og mål de nye lengdene og finn forholdstallet.»*

Måten lærer A formulerer seg vil tilsynelatende engasjere elevene. Dette er interessant når om man ser det i lys av hvordan Skovmose (1998) beskriver undersøkelseslandskaper. Som nevnt presiserer Skovmose (1998) at elevene må bli invitert til å utforske, og at dette er helt avgjørende for om man kan kalle det et undersøkelseslandskap. Det er tydelig at læreren ønsker å skape entusiasme rundt det de utforsker, og dette vil kunne bidra til at elevene ønsker å utforske videre.

Timen fortsatte med at elevene fikk i oppgave å finne forholdstall til alle de ulike størrelsene av ark, og hver gang kom de frem til samme forholdstall.

Lærer: *«Så vi får samme tallet hele tiden. Er det noen som skjønner hva det tallet betyr? Det er et spesielt tall og det er et av mine favorittall.»*

Elev: *«Det gylne snitt?»*

Lærer: *«Nei, men jeg skal gi dere et hint på fire bokstaver: S Q R T. Det er ikke en vits, men en faktisk matematisk greie.»*

Elevene satt og tenkte på dette. Noen elever snakket sammen, mens læreren gikk rundt og hørte hva elevene sa. Plutselig hadde en elev et forslag:

Elev: «SQRT handler om kvadrattall.»

Lærer: «Ja det vet vi handler om kvadrattall. La oss tenke, hva er kvadratroten av 25?»

Elev: «Fem.»

Lærer: «Ja for fem ganger fem er 25. Hva med kvadratroten av 1?»

En annen elev: «En.»

Lærer: «Ja for en ganger en er en. Så hvilken kvadratrot passer til 1,414?»

Elevene testet ut på kalkulatoren for å finne hvilket tall som passet.

Elev: «Det er kvadratroten til 2! For 1,414 ganger 1,414 er 2.»

Her ser man at læren enda en gang trekker inn et nytt begrep (kvadratrot), og lar igjen elevene utforske veien mot dette begrepet. Hittil i denne timen har læreren trukket inn måling, definisjon av rektangel, forholdstall, avrunding og kvadratrot. I tillegg til at lærer A legger til rette for å utvikle elevenes matematiske språk ved å få elevene til å definere begrepene selv, vil det å trekke inn ulike begreper innen matematikk gjøre at lærer A er innom flere ulike områder i matematikken på en gang. Under intervjuet forteller lærer A at kompetansemål er mulig å jobbe med parallelt, og at man i denne undervisningsøkten blant annet var innom både tallforståelse og geometri. Det fremgår i intervjuet at lærer A er opptatt av at kompetansemål ikke er noe som bare skal hukkes av for da stjeler det tid fra muligheten til å utforske, tenke, teste, resonnerer og komme frem til noe (se avsnitt 4.2.3).

Timen fortsatte med at læreren ga elevene enda en ny utfordring:

Lærer: «Nå skal vi gjøre en litt mer krevende øvelse. Ta flere ark og gjør følgende: Dere skal klare å lage A0-ark. Dere skal få et hint: A0-ark er utgangspunktet for alle de andre ark-størrelsene og arealet til A0-arket er 1 m^2 . Husk at to A4 ark er A3-ark og halvt A4-ark er A5-ark. Ut fra det dere vet fra tidligere mål, skal dere nå finne forholdstallet til sidene i A0-arket og regne ut arealet.»

Elevene samarbeidet og lagde først et A2-ark, og doblet for å få A1-arket. Slik fortsatte de til de hadde laget A0-arket. Lærer A nevnte i intervjuet at det var viktig at det var en lav inngangsterskel til det de jobbet med i undervisningen. Dette ser man et eksempel på her hvor

de faglig svake elevene kunne bidra ved å pusle sammen ark, mens de faglig sterke elevene kunne finne forholdstall og areal. På denne måten klarer læreren tilsynelatende å engasjere flere elever på en gang.

Når elevene var ferdige med å lage A0-arket, var læreren igjen interessert i forholdstallet. En elev sa at det er det samme som de andre gangene.

Lærer: «*Ja og spørsmålet er stadig hvorfor vi får samme tall.*»

Timen avsluttes med at læreren spurte etter arealet til A0-arket og en elev svarte at det var $9979,2 \text{ cm}^2$. Læreren bekreftet dette, og ble enig med elevene om at dette er det samme som 1 m^2 hvis de rundet opp. Timen avsluttes uten at læreren gir elevene noe forklaring på *hvorfor* forholdstallet har vært likt hele tiden.

Time 1 (klasse A) fra et dybdelæringsperspektiv

Lærer A beskriver som nevnt denne timen som en utforskende undervisningstime. Dette støttes av hvordan Skovmose (1998) karakteriserer et undersøkelseslandskap, hvor han sier at i et undersøkelseslandskap finnes det ikke en formulert oppgave. Denne timen bestod av ulike undersøkelser av A4-arkets egenskaper og bestod derfor ikke av noen klare oppgaver. Læreren klarer også tilsynelatende å invitere elevene inn i undersøkelseslandskapet på en vellykket måte. Som nevnt er dette avgjørende for at arbeidet med undersøkelseslandskapet skal fungere ifølge Skovmose (1998). Utforskende matematikkundervisning samsvarer som nevnt godt med læreplanen i matematikk etter Fagfornyelsen og fagets kjerneelementer.

I tillegg til utforskning, vil også bruken av klasseromsdiskusjon være et grunnlag for dybdelæring. Den hyppige bruken av klasseromsdiskusjoner i denne timen vil legge til rette for at elevene får formulere matematiske ideer, noe som er avgjørende for at elevene utvikler dyp forståelse i faget (Carpenter et al., 2003; Stein et al., 1996; Lee, 2006).

4.1.2 Klasse A (9. Trinn) time 2

I forkant av timen informerte læreren om at de skulle jobbe videre med geometri og utforskning, og at fokuset i dag skulle være areal av trekant. Timen startet med at læreren fortalte hva elevene skulle gjøre:

Lærer: «*I dag skal vi utforske litt. Vi skal klare å gjøre et bevis.*»

I likhet med forrige time fortalte læreren elevene at de skulle utforske, og denne gangen var det utforskning gjennom bevis. Ser man på kompetansemålene for grunnskolen i dagens læreplan (LK06) er ikke bevisføring en del av denne, men som det fremgår i intervjuet, mener lærer A at matematikk hele tiden handler om å stille spørsmål om *hvorfor*. Gjennom bevis mener hen at elevene får trent på å argumentere for hvorfor ting er som de er (se avsnitt 4.3.2). Evnen til å forstå hvorfor noe er som det er i matematikk handler om å forstå konseptuelt/operasjonell kunnskap, som kan knyttes til begrepet dybdelæring (Skemp, 1976; Solvang, 1992).

Læreren fortsatte timen med å spørre elevene om de visste hva et bevis egentlig var:

En elev: *«Det forklarer hvorfor.»*

En annen elev: *«Det forklarer om noe er sant eller usant.»*

En tredje elev: *«Om det er en etterforsknings sak så finner man bevis i saken.»*

Lærer: *«Ja nettopp. Bevis finnes i etterforsknings saker, men vi skal bevise i matematikk, men det handler mye om det samme.»*

I denne sekvensen av timen ser man i likhet med time 1 (klasse A) at læreren gir elevene mulighet til å utforske begreper, i dette tilfelle begrepet *bevis*. Dette fortsatte da læreren ønsket å definere et nytt begrep, areal:

Lærer: *«Det vi skal bevise i dag er areal. Husker dere hva areal er?»*

Elevene og læreren brukte litt tid på å diskutere hva definisjonen av et areal var, før læreren tok diskusjonen videre til å definere areal av rektangel og trekant. Etter diskusjonen på omtrent fem minutter, fortalte læreren hva de skulle bevise denne timen:

Lærer: *«Beviset vi skal vise i dag er at det er en sammenheng mellom arealet til et rektangel og arealet til en trekant. Dere skal bruke en linjal til å lage et rektangel på et A4-ark. Du bestemmer størrelsen selv.»*

Elevene gjorde dette på hvert sitt ark, før læreren ba elevene om å regne ut arealet til rektangelet, og deretter lage en diagonal gjennom rektangelet.

Lærer: *«Hvordan ser det ut og hva er diagonalen?»*

En elev viste på arket sitt hvordan hen hadde tegnet diagonalen. Læreren spurte deretter elevene hva slags figur de nå hadde.

Elev: «*To rettvinklede trekanter.*»

Lærer: «*Ja! Nå skal dere få en ny oppgave. Fargelegg en av trekantene og finn arealet av den.*»

Elevene gjorde dette, før læreren spurte hva de fikk som svar.

Elev: «*Vi kan ta arealet av rektangelet delt på to.*»

Lærer: «*Ja det ser ut som kan stemme. Men hvordan skal du bevise dette?*»

Elevene tenkte mens læreren gikk rundt med en saks og en linjal, og hintet om at kanskje dette kanskje kunne brukes.

Elev: «*Kan vi ikke bare bruke formelen g ganger h delt på to?*»

Lærer: «*Ja det kan vi, men det må vi bevise. Kan vi klippe noe? Er det et bevis?*»

Elev: «*Ja tror det. Så kan vi legge de oppå hverandre å vise at de er like store.*»

Lærer: «*Synes du det er godt nok bevis?*»

Elev: «*Ja.*»

Lærer: «*Ja det er jeg enig i.*»

Elevene satt så i gang med å klippe ut trekantene fra rektangelet, og elevene så at trekantene ble like store. Læreren spurte så hva elevene nå hadde bevist.

Elev: «*At de er like store.*»

Lærer: «*Ja, eller at trekanten er halvparten av rektangelet. Men vil det alltid være sånn at en trekant er halvparten av et rektangel? Hva om trekanten ikke er rettvinklet?*»

Elevene brukte litt tid på å tenke, før læreren så tok beviset videre til et mer avansert nivå:

Lærer: «*For nå kommer selve rosinen i pølsa. Nå skal du finne ut hvordan det kan gjelde for alle trekanter. Nå skal vi gjøre et bevis på et høyere nivå. Vi skal nemlig*

generalisere. Alle skal lage forskjellige trekkanter. Alle skal nå tegne et rektangel igjen. Sett et vilkårlig punkt på den øverste langsiden og trekk linjer fra de to nederste hjørnene opp mot punktet, og fargelegg trekanten dere får.»

Elevene satt så i gang med å tegne det nye rektangelet med trekanten inni. Etter syv minutter tok læreren opp i plenum. Læreren hadde i mellomtiden vært rundt og snakket med elevene, og ville at en spesiell elev skulle fortelle hva hen hadde funnet.

Den utvalgte eleven: *«Det er et puslespill. De to bitene som blir igjen når man klipper ut trekanten passer perfekt oppå trekanten. Så de to ekstra bitene er like store som trekanten.»*

Her kan man se et eksempel på at læreren først overvåker elevenes arbeid i utforskningsfasen, før læreren velger ut en bestemt elev som mest sannsynlig sitter med svaret læreren ønsker å diskutere. Når læreren gjør dette bruker hen deler av de fem praksisene til Stein et al. (2008), som de mener legger til rette for gode og faglig dype klasseromsdiskusjoner. I lys av Stein et al. (2008) sine fem praksiser har læreren både i time 1 (klasse A) og time 2 (klasse A) tilsynelatende også bidratt til at elevene skal se forbindelser mellom elevinnspillene, som er den siste av de fem praksisene.

Læreren fortsatte timen med å be alle elevene om å teste ut det den utvalgte eleven foreslo. Hen presiserte at dette gjelder for alle, selv om alle har tegnet forskjellige trekkanter. Læreren spurte så hva elevene nå har bevist.

Elev: *«At trekanten er halvparten av arealet til rektangelet.»*

En annen elev: *«Grunnlinjen er samme for trekanten og rektangelet.»*

Lærer: *«Hva med høyden da?»*

Elev: *«Den er også samme hos trekanten og rektangelet.»*

Lærer: *«Ja! Dermed har vi bevist at areal til trekant, uansett hvilken form den har, er halvparten av areal til rektangel.»*

Med dette avsluttes timen.

Time 2 (klasse A) fra et dybdelæringsperspektiv

Denne timen har mange likhetstrekk med time 1 (klasse A). Lærer A legger igjen opp til utforskende arbeid hvor elevene ikke får en definert oppgave, men heller får utforske sammenhengen mellom arealet av rektangelet og arealet av trekanten. Igjen kan man derfor si at denne timen samsvarer med Skovmose (1998) sitt undersøkelseslandskap.

Klasseromsdiskusjon står også sentralt i denne timen, og man ser eksempel på bruk av Stein et al. (2008) sine fem praksiser for gode og faglig dype klasseromssamtaler i denne timen. Klasseromsdiskusjonene er også her preget av definisjon av begreper gjennom diskurs (Lee, 2006).

Ut fra dette og likhetene med time 1 (klasse A), er det naturlig å tro at også denne timen potensielt vil legge til rette for dybdelæring.

4.1.3 Klasse A (9. Trinn) time 3

Før denne timen fortalte lærer A at de skal jobbe med å lage parallellogram i GeoGebra. Læreren startet timen med å fortelle hva de skal gjøre:

Lærer: *«Vi skal fordype oss lenger inn i den geometriske verden. Vi skal konstruere et parallellogram i GeoGebra.»*

Det er interessant at lærer A her selv bruker ordet «fordype» når hen forklarer timen, og det settes dermed en forventning til at denne timen går i dybden.

Lærer fortsetter: *«Det er viktig at når vi skal konstruere noe i GeoGebra, så må figuren vi lager alltid være et parallellogram uansett hva vi gjør med den. Da må vi fortelle programmet det. Hva må vi fortelle programmet da?»*

En elev svarte at to sider må være parallelle.

Lærer: *«Riktig, og hva betyr at noe er parallelt?»*

Annen elev: *«At det er to linjer som aldri kommer til å møtes.»*

Læreren sa seg enig, og viste deretter på tavla hvordan to linjer aldri vil møtes. En elev kom så med en interessant observasjon:

Elev: *«Men om linjene tar en u-sving så møtes de jo.»*

Lærer: «Ja riktig, så linjene må være rette om de aldri skal møtes.»

En gjenganger i lærer A sin undervisning er, som nevnt tidligere, at definisjoner skapes gjennom helklassediskusjoner. Jamfør begrepet diskurs i klasserommet som blir diskutert av Lee (2006), er dette med på å gjøre elevene tryggere på det matematiske språket. Her ser man også at elevene vurderer og stiller seg kritisk til definisjonene som blir tatt frem. Å utvikle evne til å vurdere matematiske argumenter og resonnementer er en del av matematikkfagets kjerneelementer etter Fagfornyelsen, og man finner dette også i adaptiv tenkning i trådmodellen av Kilpatrick, et al. (2001).

Etter at klassen hadde blitt enige om definisjonen av et parallelogram, viste læreren hvordan man trekker en linje mellom to punkter i GeoGebra, og hvordan man lager en parallell linje til den linjen som er laget.

Lærer: «Resten må dere finne ut selv. Målet er at du skal forske deg frem til et parallelogram som alltid vil være et parallelogram. Dere får 10 minutter på dere.»

Her kan det tenkes at læreren kunne forklart elevene hvordan man skal gjøre dette i GeoGebra, og deretter la elevene teste dette selv. Dette ville spart tid, men som lærer A forteller i intervjuet er det viktig at elevene selv kommer frem til løsningen. Dette mener lærer A er en viktig del av dybdelærling.

I likhet med de foregående timene i klasse A skal elevene forske seg frem, men i denne timen får elevene mer tid til å utforske selv uten mye bruk av helklassediskusjoner. Som Stein et al. (2008) hevder, er det nå viktig at læreren overvåker elevenes løsninger og svar i utforskningsfasen. Dette gjorde læreren ved å gå rundt og observere elevene.

En elev kom etter en stund bort til læreren og mente at hen hadde fått det til. Læreren så på figuren eleven hadde laget og flyttet litt på den i GeoGebra, som resulterte i at figuren ble ødelagt. Læreren sa at da hadde eleven kun laget et parallelogram, men ikke gitt GeoGebra beskjed om at det *alltid* skal være et parallelogram. I intervjuet fortalte læreren at dette var en god måte å bevisstgjøre elevene på hva som kreves for at man følger definisjonen av et parallelogram, for om de ikke gjorde det ville ikke figuren i GeoGebra fungere om læreren flyttet på den.

Læreren hadde etter hvert en gjennomgang i plenum og spurte hva elevene hadde fått til. En elev rakk opp hånda og fikk lov til å vise svaret sitt på tavla gjennom GeoGebra. Læreren viste så hvordan parallelogrammet som eleven hadde laget forblir et parallelogram selv om man

flytter på det. Læreren viste også parallellogrammet som et rektangel, og presiserte at dette var et parallellogram men også et rektangel. Læreren viste det samme med kvadrat. På denne måten viste læreren sammenhenger mellom ulike geometriske figurer. Det å se sammenhenger mellom ulike geometriske figurer var det lærer A trakk frem når hen argumenterte for at time 3 (klasse A) var en time som la til rette for dybdelæring. I kapittel 2 har evne til å knytte sammenhenger vært sentralt i nesten all teori på hvordan man definerer dybdelæring. Dette ser man både hos Sawyer (2006), Ludvigsen-utvalget (NOU, 2014: 7) og ikke minst beskrivelser av dybdelæring i den overordna delen i den nye læreplanen.

Time 3 (klasse A) fra et dybdelæringsperspektiv

I likhet med de to foregående timene i klasse A, er det i denne timen fokus på at elevene skulle forske seg frem til riktig løsning. Denne timen var derimot annerledes fra de to første timene ved at elevene utforsket mer alene og det var mindre klasseromsdiskusjon. Likevel var læreren opptatt av at elevene selv skulle forske seg frem i GeoGebra-programmet, og ikke gi elevene for mange ledetråder på hvordan oppgaven løses. Jamfør lærer A sin beskrivelse av dybdelæring i intervjuet, er det at elevene selv forsker seg frem til svaret en del av dybdelæringen.

Klasseromsdiskusjon preger som sagt denne timen i mindre grad enn i de to foregående timene, men det er likevel sekvenser hvor læreren diskuterer begreper og definisjoner. Generelt preges klasseromsdiskusjonene i alle timene i klasse A av få lukkede spørsmål, men at elevene heller må utdype og begrunne svarene sine. Dette vil gi gode klasseromsdiskusjoner hvor elevene utvikler sitt matematiske språk og dypere forståelse i matematikk (Lee, 2006; Mercer & Howe, 2012).

Ut fra den utforskende tilnærmingen i GeoGebra-programmet, og hvordan klasseromsdiskusjonen tilrettelegger for mer enn lukkede spørsmål, kan det argumenteres for at denne timen også inneholder potensiell dybdelæring.

4.1.4 Klasse B (9. Trinn) time 1

Jeg vil nå gå over til lærer B sine undervisningstimer. Denne klassen er i motsetning til klasse A en større klasse bestående av 25 elever. Dette er som lærer B gir uttrykk for i intervjuet, en utfordring når man skal jobbe med utforskende arbeid.

Lærer B fortalte før timen startet at tema for økten var å jobbe i GeoGebra. Læreren startet timen med å presentere dagens mål som var å kunne gjøre og levere oppgaver i GeoGebra. I denne sammenheng fikk elevene utdelt en «sjekkliste» over hvordan man løser og leverer oppgaver i GeoGebra (se vedlegg 1). Læreren sa de skulle gjøre dette for å forberede seg til halvårsprøven de snart skulle ha. Sjekklisten og forberedelser til prøven legger derfor grunnlaget for denne timen.

Læreren startet timen med å vise et eksempel på hvordan man løser en oppgave i GeoGebra på tavla, med innspill fra elevene.

Oppgaven var følgende:

$$S(x)=0,99x+49$$

$$T(x)=0,29x+139$$

- A) Tegn grafene til Snakkis og Talkis når x er antall ringeminutter og T og S er prisen.
- B) Per har Snakkis. Han får en regning på 200 kr. Bestem grafisk hvor mange minutter han må ha ringt denne måneden.

Lærer: «Hva er egentlig prisen per minutt per Snakkis?»

Elev: «0,99, fordi det er hva et minutt koster.»

Lærer: «Ja riktig.»

Lærer: «Hva med Talkis da?»

En annen elev: «0,29 kr.»

Lærer: «Ja det stemmer.»

Læreren viste så hvordan man skriver funksjonene inn i GeoGebra, og henviste til steg én i sjekklista. Videre spurte læreren om hva elevene ville kalt aksene, som var neste steg på sjekklista. En elev svarte minutter på x -aksen. Lærer sa seg enig, og viste så hvordan man gjorde det i GeoGebra.

Lærer: «Hva skal y -aksen hete?»

En elev: «Pris.»

En annen elev: «Sekunder.»

En tredje elev: «Kostnader.»

En fjerde elev: *«Pris i NOK.»*

Lærer sa at både kostnader og pris hadde fungert, men at om man skulle hatt med NOK så måtte man vært sikker på at det var snakk om norske kroner. I denne sekvensen kommer det flere ulike innspill fra elevene. Likevel velger lærer B å ikke bruke tid på å diskutere hva som er mest riktig med elevene, men trekker derimot den slutningen selv. Ser man dette i lys av lærer A sin undervisning, er det en forskjell her. Som Mercer og Howe (2012) legger vekt på er det viktig at læreren stiller spørsmål som «hvordan visste du det?» og «hvorfor?» for å unngå lukkede spørsmål. Dette er også spørsmål som er en del av samtaletrekkene for gode klasseromsdiskusjoner (Kazemi & Hintz, 2014; Kazemi & Hintz, 2019; Wæge, 2015). Skovmose (1998) presiserer at dette også er vanlige spørsmål i undersøkelseslandskaper.

Timen fortsatte videre med at læreren presiserte hvor viktig det er med navn på aksene når man skal levere en oppgave i GeoGebra. Læreren spurte så en spesifikk elev hva neste steg på lista var, og eleven sa hva som sto på steg fire. Igjen viser læreren hvordan man gjør dette punktet, og denne gangen uten å spørre elevene om innspill.

Læreren spurte så elevene om de neste stegene på sjekklista, før læreren selv utførte de på tavla. Etter å ha løst oppgave a, løste læreren oppgave b med innspill fra elevene:

Lærer: *«Nå er vi ferdig med oppgave a, og nå skal vi gjøre oppgave b. Klarer dere å se hva han har ringt for 200 kr ut fra grafen? Dere kan diskutere med naboen, og forklare hvorfor dere tror det dere tror.»*

Ved å be elevene diskutere med naboen, bruker læreren her samtaletrekket *snu og snakk* som, ifølge Kazemi og Hintz (2014), er et godt redskap for gode diskusjoner i matematikk. Elevene fikk omtrent 30 sekunder tenketid før læreren spurte hva elevene hadde tenkt. Første elev som ble spurt visste ikke, og andre elev svarte 150 minutter.

Lærer: *«Hvordan fant du ut av det?»*

Elev: *«Jeg så på grafen på pris 200 kr til den traff grafen og går ned derfra til x linja.»*

Lærer: *«Ja det stemmer.»*

En annen elev fikk 151 minutter ved å bruke regning.

Lærer: *«Bra! Men nå har du løst det ved regning og ikke grafisk.»*

En annen elev fant 152. Den eleven sa hen prøvde å finne punktet med punktknappen i GeoGebra.

Lærer: «Ja det er bra, men det finnes en enda mer nøyaktig måte å gjøre det. Nå skal jeg vise dere hvordan dere kan finne dette ut helt nøyaktig ut i GeoGebra, men først er det x eller y akse som er 200 kr?»

Elev: «y.»

Lærer skrev så inn $y=200$ i GeoGebra og viste hvordan man fant skjæringspunkt mellom denne linja og grafen.

Lærer: «Hvilken knapp gir skjæringspunkt?»

En elev ga riktig svar, og læreren spurte så om hvordan man kan se hvor mange minutter dette gir. En annen elev svarte at det blir 152,2 minutter, noe læreren sa seg enig i.

Klasseromsdiskusjonen som foregår i denne sekvensen kan ses i lys av et IRE-samtalemønster hvor undervisningen preges av flere tilsynelatende lukkede spørsmål (Cazden, 2001). Dette er som nevnt, ifølge Mercer og Howe (2012), vanlig i dialogene i klasserom, men som, ifølge Cazden (2001), fører til begrenset læringsutbytte hos elevene. Lærer B forklarer derimot i intervjuet at hen var klar over at klasseromsdiskusjonen burde bestått av flere reflekterende spørsmål, men at tidspress er grunnen til at dette ikke skjer (se avsnitt 4.3.2). Det kommer også frem i intervjuet at lærer B mener det er viktig å forberede elevene godt til prøven de skal ha så de ikke skal bli overrasket over hva som eventuelt kommer. Det var derfor viktig for læreren at elevene fikk god nok tid til å lære seg formelle ting som å levere en GeoGebra-fil. Dette gikk da tilsynelatende på bekostning av at elevene fikk tid til å reflektere.

Mangel på refleksjon i klasseromsdiskusjonene vil også begrense elevenes utvikling av komponentene *adaptiv tenkning* og *produktive holdninger* i trådmodellen av Kilpatrick, et al. (2001), slik de er beskrevet i kapittel 2. Dette er viktige komponenter i rammeverket, og som nevnt viser rammeverket å ha preget kjerneelementene i den nye læreplanen etter Fagfornyelsen.

Timen fortsatte med at elevene fikk en nesten tilsvarende oppgave som den de hadde gått igjennom, hvor kun tallene var byttet ut. Denne oppgaven skulle elevene jobbe med individuelt og lærer presiserte at elevene skulle øve på å bruke sjekklista når de løste oppgaven. Dette gikk

resten av timen med til. Flesteparten av elevene rakk ikke å bli ferdige, og læreren avsluttet derfor timen med å si at de skulle fortsette å jobbe med denne oppgaven neste time.

Time 1 (klasse B) fra et dybdelæringsperspektiv

Denne timen har en annen tilnæringsmåte enn i klasse A. Timen inneholdt en sekvens med klasseromdiskusjon hvor læreren løste oppgaven på tavla, før timen så bestod av individuelt arbeid med en ny oppgave. Generelt preges timen av at elevene skal lære det formelle ved innleveringer av GeoGebra-filer.

Siden klasseromdiskusjonen besto av lukkede spørsmål, er det tilsynelatende ingen rom for utforskning eller dypere forståelse innen det aktuelle temaet for undervisningstimen. Oppgaven elevene får på slutten av timen er nesten identisk med eksempeloppgaven. Dette gjør at elevene allerede har vært igjennom hvilke prosedyrer som kreves for å løse oppgaven. Det legges derfor tilsynelatende kun til rette for en instrumentell forståelse, og den relasjonelle og dype forståelsen uteblir (Skemp, 1976).

4.1.5 Klasse B (9. Trinn) time 2 og 3

Jeg vil nå presentere de to neste timene jeg observerte i klasse B samlet. Grunnen til dette er at klassen jobbet med det samme over de to timene. Første halvdel av time 2 gikk med på å ferdiggjøre GeoGebra-oppgaven elevene hadde jobbet med i første time. Her ble elevene satt sammen to og to for å samarbeide om resten av oppgaven. Etter dette skulle elevene sitte i gruppe og jobbe med del to eksamensoppgaver fra 10. trinn:

Lærer: «Resten av denne timen skal vi jobbe med oppgaver til del to. Vi fikk høre fra 10. klasse som har hatt tentamen, at de ikke var godt nok forberedt på oppgaver fra del to. Derfor skal dere få jobbe med sånne oppgaver. Til de oppgavene skal dere få et ark med hint til hver oppgave. Det vil si at hvis dere ikke får til oppgavene kan dere ta for dere et og et hint av gangen.»

Læreren satt elevene i grupper som samarbeidet om å løse oppgavene. I intervjuet kom det frem at lærer B brukte disse oppgavene for å øve på å hente ut den viktigste informasjonen, samt klare å bruke forskjellige strategier for å løse oppgaven. Dette fortalte lærer B at i all hovedsak ble gjort for å forberede elevene på halvårsprøven de snart skulle ha, samtidig som det var forberedelse til eksamen (se avsnitt 4.3.2).

Elevene startet å jobbe i gruppene læreren hadde laget. Hver gruppe var på tre til fire elever. Som nevnt i kapittel 2, er samarbeid mellom en liten elevgruppe definert som samarbeidslæring (Dillenbourg, 1999; Gokhale 1995). Samarbeidslæring kan ses i lys av Vygotskys proksimale utviklingssone, hvor elever lærer ved hjelp av en mer kompetent medelev eller voksen. På denne måten vil elevene kunne jobbe med oppgaver som er for vanskelige å løse selv, men er mulig å løse ved hjelp av *den mer kompetente andre* (Säljö, 2016). Lærer B fortalte derimot at gruppene var delt inn slik at elevene satt i gruppe med andre elever på samme faglige nivå. Dette gjorde at elevene ikke i like stor grad hadde tilgang på en «mer kompetent» medelev. Likevel viser Gokhale (1995) at samarbeidslæring vil kunne engasjere elevene i diskusjoner, ta kontroll over egen læring og bli kritiske tenkere. Dette er områder som blant annet kan knyttes til trådmodellen av Kilpatrick et al. (2001) gjennom for eksempel komponentene *adaptiv tenkning* og *produktive holdninger*, slik de er beskrevet i kapittel 2. Trådmodellen har som nevnt mange likhetstrekk med kjerneelementene i den nye læreplanen etter Fagfornyelsen, og kan gjennom dette knyttes til dybdelæring.

Mens elevene jobbet med eksamensoppgavene i grupper, gikk jeg rundt og observerte arbeidet. Jeg så at noen av gruppene jobbet godt med oppgaven, mens en gruppe rakk opp hånda og spurte etter hjelp relativt fort. På en annen gruppe satt tre elever og diskuterte hvordan man skulle tenke for å løse oppgaven. Jeg satt igjen med inntrykket av at oppgavene var utfordrende for elevene, og at de fleste var avhengige av enten å samarbeide, eller spørre lærer for å få det til. Når elevene oppfattet oppgavene som utfordrende kan man argumentere for at elevene oppfattet oppgavene som problemløsningsoppgaver. Som Bjørqvist (2001) og Lesh og Zawojewski (2007) argumenterer for, er det eleven som skal løse en oppgave som avgjør om man kan kalle noe et problem. Om man argumenterer på denne måten og kaller eksamensoppgavene problemløsningsoppgaver, vil de kunne kobles til dybdelæring. I intervjuet hevder lærer B nettopp at arbeidet med disse eksamensoppgavene hadde potensial for dybdelæring. Dette vil diskuteres mer i avsnitt 4.3.2.

Time 2 og 3 (klasse B) fra et dybdelæringsperspektiv

I disse timene ble altså mye av tiden brukt til elevsamarbeid. Dette kaller Dillenbourg (1999) og Gokhale (1995) samarbeidslæring, og som argumentert for over, kan dette knyttes til dybdelæring gjennom koblingen til komponenter i trådmodellen og kjerneelementene i matematikk etter Fagfornyelsen. Eksamensoppgavene kan også argumenteres for som dybdelæringsoppgaver ved at man definerer oppgavene som problemløsning. Dette vil jeg som nevnt komme tilbake til i avsnitt 4.3.2.

4.2 Tidsbruk på forskjellige læringsaktiviteter

I dette delkapittelet vil jeg se på tidsbruk av forskjellige læringsaktiviteter i klasse A og klasse B. Her er kategoriene som nevnt i kapittel 3, *selvstendig arbeid*, *elevsamarbeid*, *gjennomgang av lærer* og *klasseromsdiskusjon*. Disse kategoriene ble valgt da alle fire gikk igjen i begge klassene, og det var derfor interessant å se på forskjellene i tidsbruk av de forskjellige læringsaktivitetene. Kriteriene for de bestemte læringsaktivitetene var som nevnt i kapittel 3 følgende: *Selvstendig arbeid* er arbeid hvor elevene jobber med hver sin oppgave/hvert sitt objekt, uavhengig av om de snakker sammen. *Elevsamarbeid* er oppgaver hvor elevene jobber sammen om en felles oppgave/et felles objekt. *Gjennomgang av lærer* er når lærer ikke stiller spørsmål til elevene, men det kun er monolog fra lærer. *Klasseromsdiskusjon* er når lærer stiller elevene spørsmål i undervisningen, og samtalen varierer mellom lærer- og elevinnspill.

	Klasse A (minutter)	Klasse B (minutter)
Klasseromsdiskusjon	Time 1: 29 Time 2: 30 Time 3: 9 Sum = 68	Time 1: 31 Time 2: 0 Time 3: 0 Sum = 31
Elevsamarbeid	Time 1: 7 Time 2: 0 Time 3: 0 Sum = 7	Time 1: 0 Time 2: 24 Time 3: 37 Sum = 61
Selvstendig arbeid	Time 1: 9 Time 2: 13 Time 3: 10 Sum = 32	Time 1: 17 Time 2: 0 Time 3: 0 Sum = 17
Gjennomgang av lærer	Time 1: 1 Time 2: 3 Time 3: 6 Sum = 10	Time 1: 14 Time 2: 10 Time 3: 8 Sum = 32

Tabell 1: Oversikt over tidsbruk av læringsaktiviteter.

Ut fra tabell 1 ser man at det brukes over dobbelt så mye tid i klasse A på klasseromsdiskusjon som i klasse B. Det brukes derimot mye mer tid på elevsamarbeid i klasse B enn klasse A. Når det kommer til selvstendig arbeid er det ikke så store forskjeller mellom klassene, mens gjennomgang av lærer brukes mer i klasse B enn klasse A.

Slik det kommer frem i kapittel 2, kan både klasseromsdiskusjon og elevsamarbeid knyttes til dybdelæring. Da de to klassene begge har relativt lange sekvenser av hver av disse, kan det tenkes at det er potensial for dybdelæring hos begge klassene. Likevel viser observasjonen at lærerne praktiserer svært ulikt. Valg av læringsaktiviteter i seg selv er derfor ikke nok til å avgjøre om det er momenter av dybdelæring i undervisningen, men tidsbruken viser derimot prioriteringer i valg av arbeidsmåter. Det er også viktig å merke at lengden på timene i klasse A og klasse B ikke var identiske, og det vil derfor ikke være helt korrekt å sammenlikne tidsbruk slik det er gjort i tabell 1. Likevel vil dette gi en grov oversikt over hvordan lærerne disponerer tiden.

4.3 Intervju med lærerne

Jeg vil nå presentere resultater fra intervjuene. Etter å ha analysert datamaterialet ble det klart for meg at temaene av størst betydning var lærernes forståelse av begrepet dybdelæring, lærernes tanker om dybdelæring i undervisningen, utfordringer med dybdelæring og forskjeller i forberedelser til prøve.

4.3.1 Lærernes forståelse av begrepet dybdelæring

Begrepet dybdelæring blir i litteraturen som nevnt knyttet til å forstå sammenhenger i faget, samt evnen til å knytte ny og gammel kunnskap sammen (Ohlsson, 2011; Sawyer, 2006). Dybdelæring kan også knyttes til begrepene relasjonell forståelse og operasjonell kunnskap (Skemp, 1976; Solvang, 1992). Stein et al. (1996) kaller dette for en dynamisk prosess som består av å skape, samle og oppdage. Dybdelæring handler også om å kunne kommunisere matematikk, vurdere andres argumenter, samt om å reflektere over egen læring (Sawyer, 2006). I den nye læreplanen etter Fagfornyelsen ser man, i likhet med disse beskrivelsene, at forståelse av sammenhenger i faget vektlegges, samt å bruke kunnskap og ferdigheter på ulike måter alene og i samspill med andre (Utdanningsdirektoratet, 2020a).

Som nevnt innledningsvis i denne oppgaven, er det ikke lett å finne en fagspesifikk beskrivelse av dybdeløring, og det er derfor interessant å høre hvordan matematikklørerer oppfatter begrepet. I intervjuet ble lærerne derfor spurt om deres forståelse av begrepet dybdeløring. Ønsket var å se eventuelle forskjeller og likheter med hvordan begrepet er beskrevet i forskningslitteraturen og den nye læreplanen etter Fagfornyelsen. Lørerne svarte følgende på spørsmålet om hva de la i begrepet dybdeløring:

Lører A: «For meg så handler dybdeløring mye om det å se etter sammenhenger mellom de ulike emnene innenfor faget, og at man klarer å koble det sammen. Sånn at man ikke bare ser på det som løsrevne deler som man driver med, alt henger sammen. Men så handler det også om at elevene selv skal få komme dit og at man tar seg tiden til det. For det er ofte det som er utfordringen, at man ikke har tid nok til å la elevene selv få oppdage disse sammenhengene. Jeg tenker at det er jo en av de viktigste tingene, at du lar elevene få oppdage hvorfor ting er som de er, uten at du bare forteller dem det.»

Lører B: «Det er jo veldig mye da, men i matte så tenker jeg på utforskende arbeid i hvert fall, og at elevene skal få en forståelse for de formlene vi bruker og for sammenhenger mellom for eksempel funksjoner, grafer og likninger. Generelt at de skal knytte matten sammen istedenfor å se det som enkelttemaer. Ikke bare følge en oppskrift men også kunne knytte det de gjør opp mot noe de kan fra før.»

Vi ser her at både lærer A og lærer B assosierer dybdeløring med å knytte *sammenhenger* mellom ulike temaer i matematikken. Sammenhenger blir som nevnt også brukt i beskrivelsene av begrepet i forskningslitteraturen og Fagfornyelsen.

I tillegg er det viktig for lærer A at elevene selv oppdager nye ting. Selv om lærer A ikke direkte kaller dette utforskende arbeid, kan man likevel tolke det på den måten. Utforskende arbeid blir også nevnt hos lærer B. Som nevnt er utforskende arbeid en del av matematikkfagets kjerneelementer, og nevnt i flere av fagets kompetansemål. Ohlsson (2011) trekker også inn utforskende arbeid i forbindelse med *kreativitet* som en del av dybdeløring. At lærerne trekker inn utforskning samsvarer derfor også godt med beskrivelser av dybdeløring.

Som nevnt i delkapittel 2.1, er det stor sannsynlighet for at beskrivelsene av begrepet dybdeløring som er presentert i teorikapittelet, også er lærernes kunnskapsgrunnlag om begrepet. Ut fra disse resultatene kan dette tilsynelatende stemme.

Et interessant moment er at lærer A trekker inn tid som en utfordring for dybdelæring. Denne utfordringen vil jeg komme tilbake til i avsnitt 4.3.3.

4.3.2 Lærernes tanker om dybdelæring i undervisningen

For å undersøke lærernes tanker om dybdelæring i egen undervisning, ønsket jeg først å høre hvor viktig de mente dybdelæring var i undervisningen:

Lærer A: *«Jeg tenker jo at det er det aller viktigste vi driver med. Fordi det er jo noe med at da har du større sannsynlighet for å klare å huske ting og å klare å bruke det til noe.»*

Lærer B: *«Kjempe viktig. Det viktigste. Altså jeg ser nesten ikke poenget med å gjøre noe annet.»*

Her kommer det tydelig frem at begge lærerne mener dybdelæring er noe av det viktigste man jobber med i undervisningen. Likevel ser man forskjeller i hvordan lærerne praktiserer i undervisningen. Dette er interessant, og det var derfor aktuelt å undersøke hvordan lærerne selv mener de *operasjonaliserer* dybdelæring i egen undervisning. Deler av intervjuet ble derfor brukt for å få en dypere forståelse for de valgene lærerne tok i egen undervisning.

Lærer A om dybdelæring i egen undervisning

Som argumentert for tidligere i resultatkapittelet, inneholder lærer A sin undervisning flere momenter som kan legge til rette for dybdelæring. Time 1 (klasse A) bestod av mye klasseromsdiskusjon, med en utforskende tilnærming. Dette samsvarer som nevnt godt med dybdelæring, da det kan knyttes til utforskende undervisning. I intervjuet spurte jeg lærer A om hen mente det var momenter av dybdelæring i time 1 (klasse A):

Lærer A: *«Det viktigste er vel det å kunne resonnerer og at elevene klarer å sette ord på det de ser. For det er jo elevene selv som skal oppdage ting, i alle fall er det jo det som var målet. Altså elevene skulle selv se at det var samme forholdstall hele veien da. Ja så resonnering, men også problemløsning. Nå var jo ikke dette så vanskelig dette her da. Inngangsterskelen var vel egentlig bare å tenke at du skal dele det ene tallet på det andre, men vi drev jo med forholdstall, så det å forstå at forholdstall kan være, ja som vi hadde drevet med før så var det jo det å se på fart, strekning og tid. Mens vi nå*

så på en figur og en form som også har forholdstall. Og så til slutt koblet vi det opp mot areal. Arealet på det store arket på slutten skal jo bli 1 m^2 .»

For lærer A handlet denne timen om at elevene selv skulle oppdage ting. Dette kan knyttes til å forstå sammenhenger i faget og å utforske, som handler om dybdelæring (Ohlsson, 2011; Sawyer, 2006). Lærer A trekker også inn resonnering og argumentasjon som en viktig del av denne timen, og at dette vil være et grunnlag for dybdelæring. Resonnering og argumentasjon er, som nevnt opptil flere ganger, også en del av matematikkfagets kjerneelementer etter Fagfornyelsen.

Det er interessant at lærer A også trekker inn problemløsning, men i en litt annen betydning enn Skovmose (1998) bruker dette begrepet. For Skovmose (1998) er undersøkelseslandskap noe annet enn problemløsning, da man i problemløsning har en konkret oppgave som utgangspunkt. Ifølge Skovmose (1998) vil det ikke være mulig å kombinere et undersøkelseslandskap og problemløsning, men dette mener derimot lærer A at skjer i time 1 (klasse A).

Time 2 (klasse A) hadde som nevnt mange likhetstrekk med time 1 (klasse A). Denne timen inneholdt bevis. Bevisføring er ikke en del av kompetansemålene etter 10. trinn, likevel velger lærer A å gjøre dette. Dette begrunner lærer A på følgende måte:

Lærer A: *«I matematikken er det viktig å alltid stille seg spørsmål om hvorfor, for det kan alltid argumenteres for. Så jeg tenker at det å kunne forstå gjennom bevis gjør jo at man husker det og da klarer man kanskje å gjenskape det senere en gang i livet.»*

Lærer A starter time 3 (klasse A) med å bruke begrepet ‘fordype seg’. Jeg spurte lærer A i intervjuet om hen mener dette var en dybdelæringstime:

Lærer A: *«Det blir veldig tydelig når du driver med GeoGebra hva som er definisjonen av et parallelogram for det er jo GeoGebra veldig tydelig på. For det var jo veldig fint når du går rundt, for da kunne jeg bare dra i et av punktene for å se om jeg ødela figuren, for da har de ikke tatt definisjonen ikke sant. For det må jo være to og to parallelle linjer, så det er jo litt bevisstgjørende. Også ser du jo også sammenhengen med at parallelogram rommer også kvadratet og rektangelet ikke sant. Ikke minst rombe.»*

Lærer A mener altså timen la til rette for dybdelæring gjennom å se sammenhenger mellom figurer. Som jeg argumenterte for i forrige delkapittel var dette en utforskende time, som derfor har potensial for dybdelæring.

Lærer B om dybdelæring i egen undervisning

Om dybdelæring i egen undervisning sier lærer B:

Lærer B: *«Jeg tenker jo at det var en del dybdelæring i de gruppeoppgavene, så der tenker jeg jo det er størst potensiale. Når vi hadde den sjekklistetimen så diskuterte vi jo hvordan vi skulle løse oppgaven i en klasseromsdialog. Så det var ikke bare sånn; 'så gjør du sånn, så gjør du sånn'. Men der kunne man jo selvfølgelig snakket mer sånn; 'nå har dere laget diagrammet, hvordan er det å lese for noen andre og hvordan kan man gjøre det enklere å lese for noen andre?'. Så man kunne kanskje hatt mer dybdelæring der, sånn at de finner ut ting selv da.»*

Vi ser her at lærer B mener klasseromsdiskusjonen kanskje ikke er optimal sett i et dybdelæringsperspektiv, men hen henviser til at arbeidet med eksamensoppgavene burde kunne legge til rette for dybdelæring. Denne tolkningen er interessant. Jeg vil tro at å tolke eksamensoppgaver som dybdelæring vil være kontroversielt for mange, men jeg ser også hvordan man kan argumentere for denne tolkningen. Skal en oppgave kunne kategoriseres som dybdelæring må den ifølge Sawyer (2006) sin tabell (figur 1) legge til rette for at elevene leter etter sammenhenger og utvikler forståelse for ulike begreper. Del to eksamensoppgaver er som regel sammensatte oppgaver, bestående av ulike temaer innenfor matematikken. Ut fra dette synet kan man argumentere for at oppgavene er en form for dybdelæring. Samtidig legger lærer B opp til gruppearbeid, noe som gir elevene rom for å resonnerer og argumentere sammen. At elevene får mulighet til å utvikle evnen til å uttrykke seg matematisk, mener Lee (2006) og Carpenter et al. (2003) er avgjørende for at elevene utvikler dyp forståelse i matematikk.

Som nevnt i avsnitt 4.1.5 fortalte lærer B meg at elevene hadde blitt delt inn etter faglig nivå, hvor de faglig sterke elevene var plassert sammen og de faglig svake sammen. Ser man dette i lys av Vygotskys proksimale utviklingszone, vil dette som nevnt ikke legge til rette for at elever får hjelp av «den mer kompetente andre» (Säljö, 2016). Derimot kan dette gjøre oppgaven til en problemløsningsoppgave for gruppen. Som både Lesh og Zawojewski (2007) og Bjørqvist (2001) hevder, er det den som løser oppgaven som avgjør om det er et problem eller ikke. Om den som løser oppgaven er nødt til å utvikle mer produktive måter å tenke på, kan man kategorisere oppgaven som en problemløsningsoppgave (Lesh & Zawojewski, 2007). Som

kommentert tidligere, oppfattet jeg at flere av elevene syntes oppgavene var vanskelige, og dermed kan oppfattes som et problem for elevene. Problemløsning er knyttet til dybdelæring, og på denne måten kan man argumentere for at del to eksamensoppgaver legger til rette for dybdelæring.

4.3.3 utfordringer med dybdelæring i undervisningen

Som nevnt i delkapittel 4.2.1 tok lærer A frem utfordringen med tid:

Lærer A: «[...] Ofte det som er utfordringen at man ikke har tid nok til å la elevene selv få oppdage disse sammenhengene.»

Dette er interessant med tanke på hvilke valg lærerne tar i egen undervisning. Jeg spurte derfor lærerne om mer utdypende svar rundt tidsutfordringen, og stilte spørsmål om lærerne synes at de får brukt nok tid på dybdelæring:

Lærer A: «Jeg kunne gjerne brukt enda mer tid. Grunnen til at jeg får gjort det i år er jo det at vi har denne tredelingen som gjør at vi har delingstimer. Det er litt vanskelig å styre en sånn type praktisk tilnærming når du har 29 elever, og samtidig ha kontroll på det de driver med og at de er på riktig vei. For det er jo det som er faren her da, at når du slipper elevene litt løs så krever det at du har litt kontroll på hva de driver med. For bommer de på oppgaven da så kan det hende de får dybde på noe som er feil. Der kommer jo den klasseromdialogen inn også. Jeg bruker jo også det i hele klasser for å unngå slike feil. Så ta noen stoppunkter underveis og sikre at alle er på riktig vei. Men jeg tenker at de 45 minuttene i uka vi har delingstimer er litt lite.»

Lærer B: «Jeg skulle gjerne brukt mer tid på utforskende oppgaver i hvert fall. Og mindre på sånn 'ja vi må huske at de må lære det og det og det'.»

Lærer B med trekker også frem problemet med for mange elever:

Lærer B: «En annen utfordring er klasseledelse og at det er så mange elever, så jeg klarer ikke få oversikt over hva de driver med. Så når de skal gå litt den stien de velger for å gå i dybden, så vet jeg ikke hvor de havner når de er så mange og jeg rekker ikke gå innom alle. Så det hadde vært veldig fint med litt færre elever så jeg kunne snakket med alle.»

Begge lærerne mener de får brukt for lite tid på dybdelæring, og begge trekker inn mengde elever som en utfordring. Lærer A mener klasseromsdiskusjonen er et godt redskap for å lede elevene på riktig vei i dybdelæringsarbeid. Dette ser man at lærer A i stor grad bruker i sin undervisning (se delkapittel 4.1).

Lærer B trekker frem at hen kunne ønske det var mindre fokus på alt elevene *må* lære. Dette fokuset kan man knytte opp mot mengde kompetansemål i dagens læreplan (LK06). Som Ludvigsen-utvalget presiserer, inneholder dagens læreplan mange kompetansemål som vil hindre elevene i å gå i dybden (NOU, 2014: 7).

På grunnlag av problematiseringen av kompetansemål, ble lærerne spurt om hvordan de så på kompetansemålene i dagens læreplan som en eventuell utfordring for dybdelæring:

Lærer A: *«Jeg tenker at du kan jo jobbe med mange mål samtidig. Det er jo mange som sikkert tenker sånn at man deler opp læreplanen også fordeler man det utover året, altså kompetansemålene, men det funker jo ikke for det er det ikke nok tid til. Så det er jo det å finne måter man kan jobbe med flere mål samtidig da og det finnes det jo absolutt. For noen av målene er jo veldig smale så de dekkes jo ganske greit når man jobber med, ja sånn som det du har vært med på nå, når vi har jobbet med bevisføring i geometri. Da dekker man jo mange ting innenfor tallforståelse. Samtidig dekker det også mange mål innen geometri bare ved å jobbe med enkle bevisføringsoppgaver. I arbeidet med A4-arket er det for eksempel tallforståelse og geometri. Vi er også inne på forholdstall og sånn type ting. Men jeg tenker jo det viktigste er jo på en måte ikke det her med å huke av kompetansemål, men mer den måten å tenke på med å utforske, tenke, teste, resonnere og komme frem til noe.»*

Lærer B: *«Jeg føler kompetansemålene er en del av utfordringen. På eksamen så ser jeg jo for eksempel det at de må kunne det og det, og det er så mange sånne ting da. At de må kunne litt sånne oppskrifter på for eksempel sannsynlighet. Det er så veldig mange sånne ting som jeg er så redd for at de ikke skal rekke gjennom. Så da føler jeg at jeg må prioritere det, og så kan man begynne å jobbe med dybdelæring hvis man får tid etter det. Dette føler jeg særlig på i 10. trinn.»*

Her ser man igjen en forskjell mellom lærerne. Lærer A mener en eventuell utfordring med antall kompetansemål kan løses ved å slå flere kompetansemål sammen. Lærer B mener derimot at kompetansemålene er en stor utfordring i forhold til dybdelæring, og at dybdelæring er noe som eventuelt kan brukes tid på etter man har vært igjennom det man skal. Utfordringen

lærer B ser i antall kompetansemål samsvarer med Ludvigsen-utvalgets tanker om behovet for reduksjon av antall mål. Det kan derfor tenkes at med en ny læreplan vil mulighetene for mer dybdelæring i undervisningen bli større for lærer B.

Det er interessant å se lærer A sin håndtering av antall kompetansemål i lys av progresjon i læringsløpet. Ludvigsen-utvalget knyttet som nevnt progresjon til dybdelæring, og hevder at progresjon er helt avgjørende for om elevene lærer i dybden (NOU, 2014: 7). I teorikapittelet knyttet jeg progresjon i matematikk til Sfard (1991) teori om dualiteten fra prosess til objekt. Fra observasjonen ser man at lærer A jobber parallelt med ulike matematikkfaglige temaer, og på denne måten binder og bygger læreren ulike temaer og begreper på hverandre. Dette gjør at lærer A skaper progresjon gjennom å bygge opp matematikken i form av prosess-objekt-teorien. Dybdelæring handler om å kunne bruke kunnskap på tvers av fagområder, og lærer A sin undervisning legger dermed til rette for dybdelæring gjennom å jobbe med temaer parallelt.

Ut fra tankene lærerne kommer med om antall kompetansemål i dette avsnittet, er det naturlig å tro at disse tankene kan være en faktor i forskjellen i undervisningen.

4.3.4 Bruk av timene til forberedelser til prøve

Et interessant aspekt ved datamaterialet var at begge klassene skulle ha prøve i perioden jeg observerte. Likevel var det store forskjeller i hvordan de brukte timene i forkant av prøven til forberedelse. I klasse A var det ikke snakk om prøven i timene jeg observerte, og alle timene ble brukt til utforskende undervisning. Under intervjuet ble lærer A spurt om hvorfor hen valgte å jobbe med utforskende arbeid istedenfor å repetere til prøve:

Lærer A: *«Jeg tenker at det er jo da man virkelig lærer matematikk da. Når man driver med sånn type argumentasjon og enkle ting, så trener man på matematisk tenkning. Nå hadde vi en fagdag i matte også, og det var jo knyttet opp mot den tentamen.»*

I klasse B ble alle de observerte timene brukt på forberedelser til prøve. Dette stod i stor kontrast til klasse A. Jeg spurte derfor lærer B hva begrunnelsen for dette var:

Lærer B: *«Jeg tenker jo at hvis det skal være noe vits å vurdere noe så må elevene vite hva de skal vurderes i, og forberede de litt mentalt så de ikke blir så sjokkert på det som kommer. En del av forberedelsene var jo mye sånn at de satt og jobbet med del 2 oppgaver som jeg tenker er fint.»*

I løpet av de siste tiårene er det rimelig å si at det har blitt større fokus på vurdering i form av nasjonale og internasjonale prøver. Det er også rimelig å anta at dette har påvirket lærere og deres undervisning. Slik lærer B forklarer fokuset på forberedelse til prøve, kan det tenkes at læreren underviser på en form som tilrettelegger for en vurderingssituasjon. Dette blir ofte omtalt som «teaching for the test», hvor fokuset til læreren er å forberede elevene på eventuelle vurderinger.

Videre spurte jeg lærer B om hvordan de to timene fungerte som forberedelser til prøve:

Lærer B: «Første time var jo egentlig litt eksamensforberedelse. Sånn at der kunne man jo selvfølgelig tatt sånn 'hva burde være med her' og at elevene fant ut litt selv da. Men det var det at jeg følte jeg hadde dårlig tid og at dette er det formelle som må på plass. Vi har jo fått litt tilbakemeldinger fra de som har rettet eksamen på at elevene er dårlige på sånne formelle ting fra i fjor. Så da tenke jeg at de kunne få en sjekkliste som de kunne følge når de gjør sånne oppgaver.»

Om arbeidet med eksamensoppgavene sier lærer B følgende:

Lærer B: «Tanken bak var at de skulle øve seg på sammensatte oppgaver med mye tekst. Øve på det å kunne hente ut den viktigste informasjonen og prøve forskjellige strategier for hvordan de kan løse oppgaven [...]. Det var jo også for at de skulle være mer forberedt på prøven. [...] Det er kanskje mye eksamensforberedelser også når jeg tenker meg om.»

Det er altså store kontraster mellom de to lærerne når det kommer til tanker om forberedelser til prøve. Derimot må det tas i betraktning at i klasse A ble ikke alle timene observert rett etter hverandre, og klassen hadde en fagdag hvor de forberedte seg til prøven. I klasse B ble derimot alle timene observert i et strekk. Likevel har de to lærerne ulikt syn på hvordan man bør forberede seg til prøver. Lærer A mener det er forberedelse i seg selv å jobbe med argumentasjon for å trene matematisk tenkning. Dette vil ikke forberede elevene på hvilke oppgaver elevene vil få, men det samsvarer derimot med hvordan man beskriver dybdelæring. Lærer B er mer opptatt av å forberede elevene på konkrete situasjoner de møter på en prøve. En slik tilnærming vil naturligvis stjele tid som kunne vært brukt på dybdelæring.

Når elevene skal vurderes i en vurderingssituasjon, er det rimelig å anta at målet er å teste elevenes matematiske kompetanse. I kapittel 2 ble det trukket frem to rammeverk for hva elever bør kunne i matematikk. Dette var KOM-rammeverket av Niss og Jensen (2002) som

tilsynelatende har preget Kunnskapsløftet (LK06), og trådmodellen av Kilpatrick, et al. (2001) som viser mange likheter med kjerneelementene i matematikk etter Fagfornyelsen.

Lærer A begrunner som nevnt sine valg av forberedelse til prøve med å trene elevenes matematiske tenkning og argumentasjon. Ut fra dette vil det være naturlig å anta at lærer A trener flere av komponentene man finner i trådmodellen, som for eksempel *konseptuell forståelse* og *adaptiv tenkning* (Kilpatrick et al., 2001). I KOM-rammeverket kan man se tendenser av *tankegangskompetanse*, *resonnementskompetanse* og ikke minst *kommunikasjonskompetanse* (Niss & Jensen, 2002).

Lærer B hevder som nevnt at det er viktig at elevene er mentalt forberedt og vet hva de skal vurderes i før en prøve. I time 1 (klasse B) så man at timen ble brukt til å øve på hjelpemiddelet GeoGebra. Her la lærer B vekt på å lære elevene hvordan man bruker dette verktøyet. Ut fra disse observasjonene, og det som kom frem i intervjuet med lærer B, ser man tendenser til at lærer B legger til rette for utvikling av *prosedural forståelse*, som er en av komponentene i trådmodellen. Undervisningen i time 1 (klasse B) kan også ses i lys av KOM-rammeverkets *hjelpemiddelskompetanse* slik kompetansen er beskrevet i kapittel 2 (Niss & Jensen, 2002). Arbeidet med eksamensoppgaver i time 2 og 3 (klasse B) var også ment som forberedelse til prøve. Dette kan ses i lys av flere av trådmodellens komponenter som for eksempel *strategisk tenkning*, og flere av KOM-rammeverkets kompetanser som for eksempel *symbol- og formalismekompetanse* og *problembehandlingskompetansen* (Niss & Jensen, 2002).

Ut fra argumentene over, ser man at det er en forskjell i hvilke områder innenfor de to rammeverkene lærerne tilsynelatende vektlegger å trene på tett på en prøve. Naturligvis finnes det flere dimensjoner i begge lærernes undervisning, som gjør at flere områder innen de to rammeverkene også blir trent.

5 Hovedfunn og diskusjon knyttet til studiens forskningsspørsmål

I dette kapittelet vil jeg oppsummere og diskutere hovedfunnene i denne studien. Ut fra resultatene er det spesielt to hovedfunn det er verdt å legge merke til. Det første er den store forskjellen mellom lærernes undervisning. Det andre er at lærerne tolker begrepet dybdelæring likt, men operasjonaliserer det ulikt. Jeg vil også diskutere lærernes undervisning opp mot læreplanen etter Fagfornyelsen.

Jeg vil presisere at utvalget i denne studien er for lite for å generalisere. Likevel mener jeg resultatene gir et bilde av hvordan lærere forholder seg til begrepet dybdelæring.

5.1 Hovedfunn 1: Generelt sett store ulikheter i lærernes undervisning

De to lærerne som er observert i denne studien eksemplifiserer hvor store forskjeller man kan finne i dagens matematikkundervisning på ungdomstrinnet i Norge.

Ut fra figur 2 i resultatkapittelet kan man se forskjeller i tidsbruk på ulike læringsaktiviteter i undervisningen. Her var de største forskjellene i tidsbruk mellom lærer A og lærer B, klasseromsdiskusjon og elevsamarbeid. Mens lærer A brukte 68 minutter, brukte lærer B 31 minutter av de tre timene jeg observerte på klasseromsdiskusjon. I tillegg ser man i resultatkapittelet hvordan lærer A veksler mellom klasseromsdiskusjon og andre læringsaktiviteter, mens lærer B sin klasseromsdiskusjon i time 1 (klasse B) var i en tilnærmet sammenhengende sekvens med kun noen få avbrekk.

Elevsamarbeid var derimot mye mer brukt av lærer B, som brukte hele 61 minutter av de tre timene på dette. Lærer A brukte derimot kun syv minutter på elevsamarbeid. Hos lærer B var det i hovedsak elevsamarbeid i arbeidet med del to eksamensoppgaver, mens de syv minuttene hos lærer A var da elevene samarbeidet om å lage et A0-ark.

Det må som nevnt presiseres at det ikke blir helt nøyaktig å se på tidsbruk av læringsaktiviteter hos de to lærerne i minutter, da klasse A var en 45 minutters økt og klasse B hadde 60 minutters økter. Likevel viser det et grovt overblikk over den store forskjellen i tidsbruk av læringsaktiviteter hos de to lærerne.

I lys av at lærerne vekta læringsaktiviteter ulikt i de observerte timene, var også innholdet i de forskjellige læringsaktivitetene annerledes. Lærer A sin undervisning bestod av utforskende arbeid med lite definerte oppgaver, som er i tråd med Skovmose (1998) sin beskrivelse av undersøkelseslandskap. Lærer B jobbet derimot med oppgaver fra eksamen store deler av tiden jeg observerte. I tillegg til eksamensoppgavene brukte lærer B i time 1 (klasse B) en annen oppgave, hvor elevene skulle øve seg på å bruke sjekklista for GeoGebra. Her løste klassen først en oppgave sammen gjennom en klasseromsdiskusjon, før elevene fikk en nesten tilsvarende oppgave de skulle løse selv.

Som kommentert i resultatkapittelet skulle begge klassene gjennomføre en prøve i tidsrommet jeg observerte. Her kom det frem i intervjuet at de to lærerne har forskjellig syn på hvordan de bruker undervisningstimer på forberedelser (se avsnitt 4.3.4). Lærer A bruker mesteparten av timene jeg observerte på utforskende arbeid. I intervjuet mener lærer A at gjennom å jobbe på denne måten, lærer elevene å argumentere og trene seg på matematisk tenkning. Som det kommer frem i intervjuet, mener lærer A at dette er viktig som forberedelse til prøve.

Lærer B brukte derimot all undervisning jeg observerte på forberedelser og begrunnet dette med at elevene må vite hva de skal vurderes i, samt være mentalt forberedt på det som kommer på prøven (se avsnitt 4.3.4). Med andre ord legger lærer B vekt på å få på plass formelle ting som hvordan man leverer en GeoGebra-fil. Dette kan som nevnt forklares med et økende fokus på nasjonale og internasjonale prøver, noe som kan påvirke lærernes undervisning. Forskjellen i hvordan de to lærerne forbereder elevene på prøve, er en grunn til forskjellene i lærernes undervisning.

Det er også praktiske forskjeller mellom de to klassene som kan forklare lærernes prioriteringer i undervisningen. Som kommentert i resultatkapittelet, kommer det frem i intervjuet at begge lærerne ser utfordringen i mengden elever, og mener dette kan være et problem når man skal undervise for dybdelæring (se avsnitt 4.3.3). Lærerne legger i intervjuet frem at utfordringen ligger i å klare å lede alle elevene på riktig spor. I timene jeg observerte i klasse A var det kun 18 elever, mens det i klasse B var 25. Med tanke på at begge lærerne trekker frem dette som en utfordring, er det rimelig å anta at forskjellen i mengde elever i de to klassene, kan ha gitt utslag på valg av læringsaktiviteter. Dette kan derfor også være en faktor i forskjellen i lærernes undervisning.

Kort oppsummert viser dette hovedfunnet at hvilken matematikkundervisning man får, i stor grad avhenger av læreren og hvilke prioriteringer hen gjør i undervisningen. Dette bekrefter det gjengse inntrykket av at læreplanen i praksis gjerne har mindre å si enn hva man ofte legger til grunn i diskusjonene om reformer i skolen.

5.2 Hovedfunn 2: Lærerne formulerer seg likt om dybdelæring, men operasjonaliserer det ulikt

Som det fremgår av intervjuene i resultatkapittelet, definerer de to lærerne begrepet dybdelæring svært likt (se avsnitt 4.3.1). Likevel viser resultater fra observasjonen stor forskjell i undervisningspraksis. Det interessante er at slik det fremgår i intervjuet, mener begge lærerne at det finnes momenter av dybdelæring i deres undervisning. Dette kan tyde på at de operasjonaliserer begrepet dybdelæring ulikt.

Dette funnet er kanskje det mest interessante i denne studien. Funnet indikerer at når man definerer et begrep som dybdelæring kun teoretisk i en læreplan, har dette klare begrensninger når det gjelder påvirkning på lærernes praksis. En gitt formulering kan tolkes svært ulikt når det gjelder operasjonalisering.

Som nevnt kommer det frem i intervjuene at begge lærerne mener dybdelæring handler om å forstå *sammenhenger* og å *utforske*, noe som samsvarer med beskrivelser av begrepet i forskningslitteraturen (se avsnitt 4.3.1). I den nye læreplanen etter Fagfornyelsen blir også utforskning stående som en sentral del av matematikkfaget gjennom fagets kjerneelementer. Det er derfor ikke oppsiktsvekkende at lærerne trekker dette inn når de skal forklare hva dybdelæring er.

I tillegg til at lærerne formulerer seg svært likt om begrepet dybdelæring, fremgår det i intervjuet at begge lærerne også mener dybdelæring er noe av det viktigste i undervisningen. Man kan derfor tenke seg at det er viktig for begge å operasjonalisere dybdelæring i sin undervisning.

Klasseromsdiskusjon blir brukt både hos lærer A og lærer B. Hos lærer A blir dette brukt spesielt mye i time 1 (klasse A) og time 2 (klasse A), og hos lærer B henholdsvis i time 1 (klasse B). Som nevnt i kapittel 2, er samtaler i matematikk knyttet til dybdelæring, og dette fremkommer også i fagets kjerneelementer i den nye læreplanen etter Fagfornyelsen. Selv om

begge lærerne tar i bruk klasseromsdiskusjon, er det store forskjeller i hvordan diskusjonen foregår.

I klasse B bestod klasseromsdiskusjonen for det meste av lukkede spørsmål og lite rom for refleksjon. Dette vil som nevnt begrense læringsutbyttet (Cazden, 2001). Som det fremgår i intervjuet, mener lærer B at denne klasseromsdiskusjonen kunne legge til rette for dybdelæring, men kommenterer at det burde vært stilt flere reflekterende spørsmål for å virkelig kunne kalle det dybdelæring.

I motsetning til klasse B, bestod klasseromsdiskusjonen i klasse A av spørsmål hvor elevene var nødt til å reflektere over spørsmål som «hvordan?» og «hvorfor?». Dette er spørsmål som er avgjørende for gode klasseromsdiskusjoner (Mercer & Howe, 2012). Generelt hadde klasseromsdiskusjonen i klasse A en mer utforskende tilnærming enn i klasse B.

Det er enighet mellom lærer A og lærer B om at klasseromsdiskusjoner har noe med dybdelæring å gjøre. Slik det kommer frem i intervjuet med lærer B, kan forskjellen mellom diskusjonene i de to klassene forklars med tidspress i klasse B.

Den mest interessante forskjellen mellom de to klassene ligger derimot i bruken av oppgaver/utforskning som dybdelæring. Lærer A operasjonaliserer dybdelæring gjennom mye utforskende arbeid uten definerte oppgaver, supplert av mye klasseromsdiskusjoner. Lærer B mener derimot at hen operasjonaliserer dybdelæring gjennom arbeid med eksamensoppgaver.

5.3 Diskusjon av lærernes undervisning opp mot dybdelæring i læreplanen etter Fagfornyelsen

Som nevnt i avsnitt 2.1.3, omtales dybdelæring i den overordna delen i læreplanen etter Fagfornyelsen. Her står det at skolen skal legge til rette for dybdelæring, med fokus på at elevene skal utvikle forståelse for de mest sentrale elementene og forstå sammenhenger i faget (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Dette samsvarer godt med hvordan begge lærerne forklarer hva de legger i dybdelæring i intervjuene. Videre står det i den overordna delen at elevene gjennom dybdelæring skal lære seg å mestre utfordringer individuelt og i samspill med andre (Utdanningsdirektoratet, 2020b).

Lærer B mener som nevnt at det er momenter av dybdelæring i form av arbeid med eksamensoppgaver. Som kommentert i resultatkapittelet kan det argumenteres for dette, dersom eksamensoppgavene ses i lys av problemløsning. Selv om problemløsning er en del av matematikkfagets kjerneelementer, mangler eksamensoppgavene likevel den prosessorienterte tilnærmingen kjerneelementene har. Eksamensoppgaver vil derfor ikke dekke bredden av dybdelæring i fagplanen. Lærer B velger å sette elevene i grupper i arbeidet med eksamensoppgavene. Dette legger til rette for samtaler og diskusjon, noe som tilfredsstillende at elevene lærer å mestre utfordringer individuelt og i samspill med andre (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Samtaler og diskusjon kommer også frem i matematikkfagets kjerneelementer gjennom *kommunikasjon*, *argumentasjon* og *resonnering*, og ved å la elevene jobbe sammen vil derfor lærer B legge til rette for at elevene utvikler disse områdene.

Lærer A sin undervisning samsvarer som nevnt med mange av kjerneelementene i matematikk i den nye læreplanen etter Fagfornyelsen. Det fremgår eksplisitt at lærer A legger opp til utforskende arbeid. Dette sier lærer A gjentatte ganger i undervisningen, og dette kommer også frem i intervjuet. Utforskning er en del av kjerneelementene i den nye læreplanen, hvor Utdanningsdirektoratet (2019b) presiserer at framgangsmåte og strategier er viktigere enn selve løsningen. Som nevnt er det viktig at elevene leter etter mønstre og sammenhenger slik at de kan *diskutere* seg frem til en *felles* forståelse (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Gjennom den stadige klasseromsdiskusjonen i undervisningen, vil lærer A kunne legge til rette for at elevene får diskutere og samarbeide om en slik felles forståelse.

Lærer A legger tilsynelatende til rette for *argumentasjon*- og *resonnering* gjennom sin klasseromsdiskusjon. Dette kommer også frem i intervjuet med lærer A. Som kommentert i resultatkapittelet er dette også en del av kjerneelementene i matematikk etter Fagfornyelsen.

Flere ganger i observasjonen vises det hvordan lærer A vektlegger å definere begreper gjennom klasseromdialogen. Et eksempel på dette er når læreren i time 1 (klasse A), får elevene til å definere hva man mener med et rektangel. I denne situasjonen kommer de frem til definisjonen av et rektangel gjennom en klasseromsdiskusjon. Dette kan knyttes til kjerneelementet *modellering og anvendelser* i den nye læreplanen etter Fagfornyelsen, slik kjerneelementet er beskrevet i kapittel 2.

Det kan virke som om lærer B styres mer av kompetansemålene i dagens læreplan (KL06) enn lærer A, noe som går utover tid til arbeid med dybdelæring. Lærer A har derimot funnet en løsning på dette problemet og jobber med flere kompetansemål parallelt. Dette kan forklare

hvorfor de to lærerne underviser forskjellig, og at lærer A tilsynelatende legger til rette for flere aspekter ved dybdelæring enn lærer B. Når den nye læreplanen etter fagfornyelsen trer i kraft, vil det bli færre kompetansemål å gå igjennom, noe som kan redusere betydningen av argumentet om tidspress.

6 Oppsummering

6.1 Svar på problemstilling

Studiens problemstilling var:

Hvordan forholder matematikklærere seg til begrepet dybdelæring?

For å besvare dette, ble problemstillingen delt opp i to forskningsspørsmål. Jeg vil først forsøke å besvare disse hver for seg, før jeg vil komme med noen kommentarer om studiens begrensninger og forslag til videre forskning.

Første forskningsspørsmål er: *Hva legger matematikklærere i begrepet dybdelæring?* I intervjuene kommer det som nevnt frem at lærerne beskriver dybdelæring likt. Begge trekker inn begrepene *sammenhenger* og *utforskning*, og denne beskrivelsen er i tråd med hvordan dybdelæring er beskrevet i forskningslitteratur og i Fagfornyelsen. Resultatene viser derimot at lærerne operasjonaliserer begrepet ulikt. Dette funnet viser som nevnt at viktige begreper som kun er teoretisk beskrevet i en læreplan setter klare begrensninger for innvirkning på læreres praksis, og at begrepet dybdelæring, slik det er formulert i læreplanen, kan tolkes veldig forskjellig når det kommer til operasjonalisering. Dette er et veldig interessant funn i forbindelse med overgangen til den nye læreplanen etter Fagfornyelsen, hvor dybdelæring står sentralt.

Det andre forskningsspørsmålet er: *I hvilken grad samsvarer lærernes undervisning med dybdelæring slik dette beskrives i Fagfornyelsen?* Resultatene viser tydelig at det er stor forskjell mellom lærernes undervisning.

Lærer A sin undervisning samsvarer tilsynelatende med beskrivelsen av dybdelæring i Fagfornyelsen. Denne undervisningen viser en prosessorientert tilnærming som samsvarer godt med kjerneelementene i matematikk.

Lærer B bruker arbeid med del 2 eksamensoppgaver i store deler av undervisningen som ble observert. Selv om det kan argumenteres for at elevene jobber i dybden gjennom arbeid med eksamensoppgaver, mangler det tilsynelatende den prosessorienteringen som ligger i fagets kjerneelementer etter Fagfornyelsen, og dermed mangler den samme bredden av dybdelæring som finnes hos lærer A. Imidlertid legger lærer B til rette for mye elevsamarbeid i

undervisningen. Dette kan bidra til at elevene utvikler sine *resonnerings-* og *argumentasjonsevner*, samt utvikler sitt matematiske språk gjennom *kommunikasjon*. Dermed kan elevsamarbeidet lærer B legger til rette for utvikle av flere av kjerneelementene.

Som diskutert i kapittel 5 kan forskjellen mellom lærer A og B bunne i ulike faktorer som lærernes prioriteringer av forberedelser til prøve i undervisningen, lærernes tanker om antall kompetansemål i dagens læreplan (LK06), samt antallet elever de i de forskjellige klassene. Uansett er det rimelig å konkludere med at når forskjellen mellom to læreres undervisningspraksis er så stor som det vises i denne studien, kan ikke begge være i samsvar med Fagfornyelsen!

6.2 Studiens begrensninger

Ved valg av en kvalitativ forskningsmetode, vil som nevnt ikke studien generere generaliserbare resultater. Denne studien brukte et bekvemmelighetsutvalg med kun to lærere. Dette gav selvsagt et begrenset innsyn i hvordan situasjonen i skolen generelt er. For å sikre generaliserbare resultater ville det derfor vært behov for å undersøke dette i et mye større omfang. Dette hadde krevd flere forskere som hadde jobbet sammen og brukt et representativt utvalg lærere.

En annen begrensning denne studien har, er tidspunktet den ble gjennomført på. Studiens siktemål var å undersøke hvordan lærere forholder seg til dybdelæring knyttet opp mot Fagfornyelsen. En begrensning her er at den nye læreplanen ikke er implementert i skolens undervisning, og lærerne har dermed ikke fått jobbet mye med den. Med mer arbeid og erfaring med begrepet dybdelæring i Fagfornyelsen, ville antakeligvis resultatet i denne studien vært annerledes.

6.3 Forslag til videre forskning

Som kommentert over, legger tidspunktet og størrelsen av denne studien begrensninger på informasjonen den gir. Opplagte forslag til videreføring vil derfor være å gjenta studien på et senere tidspunkt, når Fagfornyelsen har blitt implementert i skolen, og da gjerne i en større skala.

En annen mulig videreføring er å undersøke dybdelæring i et bredere tverrfaglig perspektiv som inkluderer matematikk sammen med andre skolefag. Som nevnt i kapittel 2, er tverrfaglig arbeid et aspekt ved dybdelæring som både Ludvigsen-utvalget og læreplanen etter Fagfornyelsen legger stor vekt på. Mens min studie var orientert mot individuelle læreres arbeid med dybdelæring, ville en slik utvidet studie måtte være mer skoleorientert. I en studie av denne typen må man fokusere på hvordan skolen, eller trinnet, kollektivt organiserer arbeidet med dybdelæring.

7 Litteraturliste

- Befring, E. (2015). Forskningsetikk. I E. Befring, *Forskningsmetoder i utdanningsvitenskap* (s. 28-35). Oslo: Cappelen Damm Akademisk.
- Bjørqvist, O. (2001). Matematisk problemløsning. I B. Grevholm, *Matematikkdidaktik - ett nordiskt perspektiv* (s. 115-132). Lund: Studentlitteratur AB.
- Bjørshol, S., & Nolet, R. (2017). *Utforskning i alle fag*. Oslo: Cappelen Damm Akademisk.
- Blikstad-Balas, M. (2017). Key challenges of using video when investigating social practices in education: contextualization, magnification, and representation. *International journal of Research Methods in Education. International Journal of Research & Method in Education* 40(5), 511-523. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2016.1181162>
- Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in the elementary school*. Portsmouth, USA: Heinemann.
- Cazden, C. (2001). *The language of teaching and learning. The language of teaching and learning. 2. Utg.* Portsmouth, USA: Heinemann.
- Creswell, J. W., & Miller, D. L. (2000). Determining validity in qualitative inquiry. *Theory into practice*, 39(3), 124-130. https://doi.org/10.1207/s15430421tip3903_2
- Dalen, M. (2011). *Intervju som forskningsmetode. En kvalitativ tilnærming. 2. utgave*. Oslo: Universitetsforlaget
- Dillenbourg, P. (1999). What do you mean by collaborative learning? I P. Dillenbourg, *Collaborative learning: Cognitive and Computational Approaches* (s. 1-19). Oxford: Elsevier.
- Everett, E., & Furseth, I. (2012). Lettere sagt enn gjort - å utforme et metodisk opplegg for oppgaven. I E. Everett, & I. Furseth, *Masteroppgaven. Hvordan begynne og fullføre* (s. 127-144). Oslo: Universitetsforlaget
- Fangen, K. (2004). *Deltakende observasjon*. Bergen: Fagbokforlaget
- Firebaugh, G. (2008). The first rule. There should be the possibility of surprise in social research. I G. Firebaugh, *Seven rules for social research* (ss. 1-30). Princeton, New Jersey: Princeton University Press.
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive developmental inquiry. *American psychologist*, 34(10), 906-911. <https://doi.org/10.1037/0003-066X.34.10.906>
- Gokhale, A. A. (1995). Collaborative learning enhances critical thinking - Volume 7, Number 1. *Journal of Technology Education ISSN 1045-1064*. <https://doi.org/10.21061/jte.v7i1.a.2>
- Grønmo, S. (2004). *Samfunnsvitenskaplige metoder*. Bergen: Fagbokforlaget.
- Hiebert, J. (1986). *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*. Oxfordshire, England: Routledge.
- Johnson, B. R. (2013). Validity of Research Results in Quantitative, Qualitative and Mixed Research. I L. Christensen, & B. R. Johnson, *Educational Research: Quantitative, Qualitative, and Mixed Approaches* (ss. 277-316). Thousand Oaks, California: Sage Publishing.

- Kazemi, E., & Hintz, A. (2014). *Intentional talk. How to structure and lead productive mathematical discussions*. Portland: Maine: Stenhouse Publishers.
- Kazemi, E., & Hintz, A. (2019). *Måltrettet samtale: Hvordan strukturere gode, matematiske diskusjoner*. Oversatt av Katrine Berggren Birkeland. Oslo: Cappelen Damm akademisk.
- KD. (2006). Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2006. Oslo: Kunnskapsdepartementet.
- Kilpatrick J. (2014). Competency Frameworks in Mathematics Education. I S. Lerman, *Encyclopedia of Mathematics Education* (s. 85-87). Amsterdam: Springer.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). The Strands of Mathematical Proficiency. I *Adding it up: Helping Children Learn* (s. 115-156). Washington DC: National Academy Press.
- Kleven, T. A. (2014). Innføring i pedagogisk forskningsmetode. I T. A. Kleven, F. Hjørdemaal, & K. Tveit, *Data og datainnsamlingsmetoder* (s. 27-47). Bergen: Fagbokforlaget.
- KUF. (1996). Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen i 1997. Oslo: Det kongelige kirke-, utdannings- og forskningsdepartement.
- Kunnskapsdepartementet (2018). *Kjerneelementer i fag*. Hentet fra Regeringen.no: <https://www.regjeringen.no/contentassets/3d659278ae55449f9d8373fff5de4f65/kjerneelementer-i-fag-for-utforming-av-lareplaner-for-fag-i-lk20-og-lk20s-fastsatt-av-kd.pdf>
- Kunnskapsdepartementet (2016). *Fag - Fordypning -Forståelse En fornyelse av Kunnskapsløftet (Meld. St. 28, 2015-2016)*. Hentet fra Regeringen.no: <https://www.regjeringen.no/contentassets/e8e1f41732ca4a64b003fca213ae663b/no/pdfs/stm201520160028000dddpdfs.pdf>
- Kvale, S., & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervjuet (Vol. 3)*. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.
- Larsen, A. K. (2017). *En enklere metode. Veiledning for samfunnsvitenskapelig metode*. Bergen: Fagbokforlaget.
- Lee, C. (2006). *Language for learning mathematics. Assessment for learning in practice*. Maidenhead, Berkshire: Open University Press.
- Lesh, R. A., & Zawojewski, J. (2007). Problem Solving and Modeling. I J. Lester, & K. Frank, *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (ss. 763-804). Charlotte: Information Age Publishing.
- Lester, F. K., & Kehle, P. E. (2003). From problem solving to modeling: The evolution of thinking about research on complex mathematical activity. I R. Lesh, & H. Doerr, *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problemsolving, learning and teaching* (s. 501-518). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Manger, T. (2013). Motivasjon for skularbeid. I R. J. Krumsvik, & R. Säljö (red.), *Praktisk pedagogisk utdanning: En antologi* (s. 145-169). Bergen: Fagbokforlaget.
- Mellin-Olsen, S. (1981). Instrumentalism as an educational concept. *Educational Studies in Mathematics*, 12(3), ss. 351-367. <https://doi.org/10.1007/BF00311065>
- Mercer, N., & Howe, C. (2012). Explaining the dialogic processes of teaching and learning: The value and potential of sociocultural theory. *Learning, Culture and Social Interaction*, 1(1). ss. 12-21. <https://doi.org/10.1016/j.lcsi.2012.03.001>

- NCTM (2020). *National Council of Teachers of Mathematics*. Hentet fra <https://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Principles-and-Standards/Process/>
- Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. *Third Mediterranean Conference on Mathematical Education* (ss. 115-124). Athen: Hellenic Mathematical Society and Cyprus Mathematical Society. Hentet fra 3rd Mediterranean conference on mathematical: <http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve375/1213/docs/KOMkompetenser.pdf>
- Niss, M. A., & Jensen, T. H. (2002). Kompetencer og matematikl ring: ideer og inspiration til utvikling af matematikundervisning i Danmark. *Uddannelsesstyrelsens temahefteserie 18*. København: Undervisningsministeriets forlag.
- Nosrati, M., & Wæge, K. (2018, 04). *Dybdel ring i matematikk*. Hentet fra: http://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-04/MN%20KW%20dybdel%C3%A6ring%2015.04.18_0.pdf
- NOU. (2014: 7). *Elevenes læring i fremtidens skole - Et kunnskapsgrunnlag*. Oslo: Departementets sikkerhets- og serviceorganisasjon.
- NOU. (2015: 8). *Fremtidens skole - Fornyelse av fag og kompetanser*. Oslo: Departementets sikkerhets- og serviceorganisasjon.
- OECD. (2003). *PISA 2003 Assessment Framework. Mathematics, Reading, Science and Problem Solving. Knowledge and skills*. PARIS: OECD Publications.
- Ohlsson, S. (2011). *Deep Learning; How the mind overrides experience*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Opheim, L. G., & Simensen, A. M. (2017). Matematikk - utforskning av mønstre og de store sammenhengene. I S. Bjørshol, & N. Ronald, *Utforskning i alle fag* (s. 101-131). Oslo: Cappelen Damm akademisk.
- Pettersen, A., & Nortvedt, G. A. (2018). Identifying Competency Demands in Mathematical Tasks: Recognising What Matters. I *International Journal of Science and Mathematics Education*, 16(5) (s. 949-965). <https://doi.org/10.1007/s10763-017-9807-5>
- P lya, G. (2004). *How to solve it: A new aspect of mathematical method (No. 246)*. New Jersey: Princeton university press.
- Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2016). *Læreren med forskerblikk. Innf ring i vitenskaplig metode for l rerstudenter*. Oslo: Cappelen Damm.
- Sawyer, K. R. (2006). "Introduction: The new science of learning." I K. R. Sawyer, *The Cambridge Handbook of The Learning Sciences*. New York: Cambridge University Press.
- Schoenfeld, A. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition and Sense Making in Mathematics. I D. Grouws, *Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning* (s. 334-370). New York: Macmillan Publishing Company.
- Schoenfeld, A. H. (1987a). Polya, Problem Solving, and Education. *Mathematics Magazine*, Vol. 60, No. 5, 283-291. <https://doi.org/10.1080/0025570X.1987.11977325>
- Schoenfeld, A. H. (1987b). What's all fuss about metacognition? I A. H. Schoenfeld, *Cognitive science and mathematics education* (s. 189-215). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

- Schoenfeld, A. H. (2007). What is Mathematical Proficiency and How Can It Be Assessed?. I *Assessing mathematical proficiency*, 53, 59. MSRI Publications. Hentet fra: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.171.470&rep=rep1&type=pdf>
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational studies in mathematics*, 22(1), (s. 1-36). <https://doi.org/10.1007/BF00302715>
- Silverman, D. (2011). Designing a research project. I D. Silverman, *Interpreting Qualitative Data* (ss. 27-56). Thousand Oaks, California: Sage Publishing.
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, s. 20-26. Hentet fra: <http://www.davidtall.com/skemp/pdfs/instrumental-relational.pdf>
- Skovsmose, O. (1998). Undersøkelseslandskaber. I T. Dalvang, & V. Rohde, *Matematikk for alle. Rapport fra lamis 1. sommerkurs, Trodheim 6.-9. august 1998* (s. 24-37). Asker: Landslaget for matematikk i skolen.
- Solvang, R. (1992). Kunnskaps- og forståelsestyper i matematikklæringen . I R. Solvang, *Matematikkdidaktikk* (ss. 75-105). Oslo: NKI-forlaget.
- Stein, M. K., Engle, R., Smith, M., & Hughes, E. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4). s. 313-340. <https://doi.org/10.1080/10986060802229675>
- Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning. *American educational reaserach journal* 33 (2), s. 455-488. <https://doi.org/10.3102%2F00028312033002455>
- Säljö, R. (2016). *Læring - en introduksjon til perspektiver og metaforer*. Oslo: Cappelen Damm Akademisk.
- Utdanningsdirektoratet (Regissør) (2019c). *Hva er nytt i matematikk? [videoklipp]* Hentet fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagspesifikk-stotte/nytt-i-fagene/hva-er-nytt-i-matematikk/> [Film].
- Utdanningsdirektoratet. (2016). *Å forstå komptanse* . Hentet fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/forsta-kompetanse/>
- Utdanningsdirektoratet. (2019a). *Hva er kjernelementer?* Hentet fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagovergripende-stotte/hva-er-kjernelementer/>
- Utdanningsdirektoratet. (2019b). *Hva er nytt i matematikk?* Hentet fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagspesifikk-stotte/nytt-i-fagene/hva-er-nytt-i-matematikk/>
- Utdanningsdirektoratet. (2020a). *Overordna del - Kompetanse i fagene*. Hentet fra <https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/prinsipper-for-laring-utvikling-og-danning/kompetanse-i-fagene/>
- Utdanningsdirektoratet. (2020b). *Læreplan for matematikk 1.-10. trinn*. Hentet fra <https://data.udir.no/k106/v201906/laereplaner-lk20/MAT01-05.pdf>

- Wæge, K. (2007). *Elevenes motivasjon for å lære matematikk og utforskende matematikkundervisning (Doktoravhandling, NTNU)*. Hentet fra https://ntnuopen.ntnu.no/ntnu-xmlui/bitstream/handle/11250/258129/123229_FULLTEXT01.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Wæge, K. (2015, 2). Samtaletrekk – redskap i matematiske diskusjoner. *Tangenten*, ss. 22-27. Hentet fra: <https://www.matematikkenteret.no/sites/default/files/media/filer/MAM/W%C3%A6ge%20Samtaletrekk%20Tangenten%20202015%20W%C3%A6ge.pdf>

8 Vedlegg

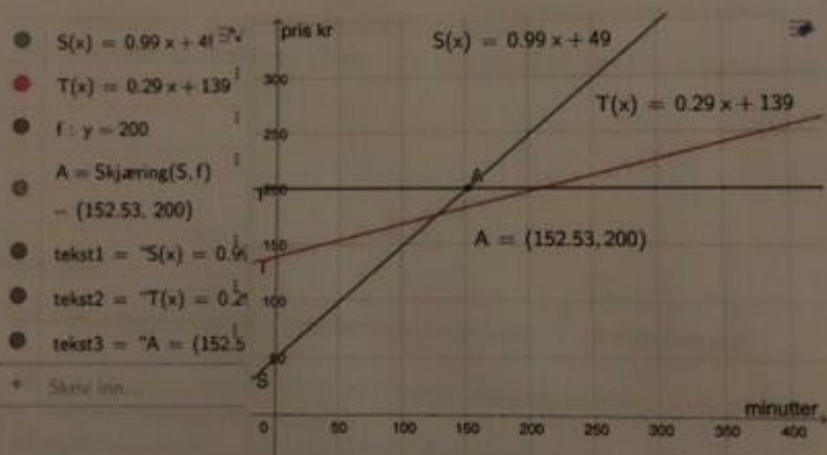
8.1 Vedlegg 1: Sjekkliste GeoGebra

Sjekkliste GeoGebra

- Skriv inn uttrykket
- Juster x- og y-aksen
- Sett navn på x-aksen og y-aksen
- Sjekk at uttrykket har samme navn som i oppgaven (eks: $H(x) = x + 3$, sjekk at det står H i geogebra)
- Sett inn navn og verdi på grafen
- Hvis du har punkter: Sett inn navn og verdi på punktet

- Ta screenshot og legg bilde inn i word
- Skriv oppgavenummer
- Skriv hvilke knapper/kommandoer du har brukt
- Skriv tekstsvr til oppgaven.

Se eksempel:




Oppgave 2a) Se bildet over

Oppgave 2b) Vi kan finne antall minutter ved å lese av der prisen er 200 kr for Snakkis. Skrev « $y = 200$ », og brukte «skjæring mellom to objekter», se punkt A. Punkt A viser at Trine har ringt 152.53 minutter den måneden.

Hvordan gjør man:

- 1) Skriv kun uttrykket i algebrafeltet til venstre. Bruk punktum i desimaltall (for eks: 0.5)
- 2) Justere x-aksen og y-aksen ved å trekke dem sammen. (Fingrene på aksene).
- 3) Setter navn og verdier på x og y-aksen. (Trykke i koordinatsystemet, innstillinger, velg knappen med symbolet som ser ut som en trekant over en sirkel, velg x-akse øverste fane, endre «Navn på aksene» (bruk geogebra sitt tastatur. Gjenta for y-aksen)
- 4) Riktig navn på graf: Trykk på uttrykket i algebrafeltet, erstatt første bokstaven med ønsket bokstav. For eks $f(x) = 2x + 1$ kan du endre til $g(x) = 2x + 1$. Ha samme navn som i oppgaveteksten
- 5) Sett inn navn og verdi til grafen i koordinatsystemet: Trykk og hold på algebrafeltet, dra det inn i koordinatsystemet.
- 6) Sett navn og verdi til et punkt: Trykk og hold på algebrafeltet, dra det inn i koordinatsystemet.

Andre tips:

- 1) Endre farge på grafen. (Markere graf, trykk på , endre fargen)
- 2) Topp/bunn på en graf: trykk på *A, velg «ekstremalpunkt», trykk på graf, sett inn navn og verdi på punkt.
- 3) Nullpunkt: trykk på *A, velg «Nullpunkt», trykk på graf, sett inn navn og verdi.
- 4) Skjærer andre linjer: Trykk på *A, velg «skjæring mellom to objekter», trykker på begge grafene, sett inn navn og verdi.

8.2 Vedlegg 2: Intervjuguide lærer A

Om klassen og deres forutsetninger

Hvordan vil du beskrive klassen faglig og sosialt?

Er det spesielle behov denne klassen har i forhold valg av aktiviteter og oppgaver du bruker?

Dybdelæring er sentralt i den nye læreplanen som kommer til høsten 2020. Har skolen som en helhet noen tiltak per dags dato for å legge til rette for dybdelæring?

Teoretiske spørsmål

Hva legger du i begrepet dybdelæring?

Hva er dine tanker om viktigheten av dette i undervisningen?

Synes du selv du bruker nok tid på dette i undervisningen, om ikke hvorfor får du ikke brukt nok tid på dette?

Er det noen spesifikke grep du bevisst gjør i undervisningen for å legge til rette for dybdelæring?

Er det noen ulike aktiviteter eller temaer som er spesielt gunstige for dybdelæring?

Er det noen aktiviteter eller temaer du mener egner seg dårlig for dybdelæring?

Synes du det er noen utfordringer med å legge til rette for dybdelæring i undervisningen?

Hva er viktigst, å fokusere på å komme gjennom kompetansemålene eller å lære i dybden?

Spesifikke spørsmål til oppgaver og aktiviteter valgt i undervisningen:

Den første timen jeg deltok i brukte dere timen på å utforske A4 arket. Hva mener du elevene får ut av slik type undervisning?

Hvilke kompetanser ønsker du å utvikle hos elevene med denne type undervisning?

I tredje time jeg deltok i jobbet dere med GeoGebra. I denne timen valgte du å la elevene utforske funksjonene i GeoGebra for å finne løsningen på den oppgaven de hadde fått. Hvilken verdi har dette opp mot å gi elevene fremgangsmåtene på hvordan GeoGebra fungerer?

Bevis er ikke en del av kompetansemålene i læreplanen. Likevel bruker du dette i en av timene. Hvordan begrunner du dette valget?

Slik jeg har forstått har elevene hatt tentamen i perioden jeg var og observerte. I timene jeg deltok i brukte dere mye tid på utforskning. Hvordan begrunner du dette valget opp mot å bruke timene på oppgaveregning som øving til tentamen?

Ut fra de timene jeg har observert, hvor mener du det er momenter av dybdelæring?

8.3 Vedlegg 3: Intervjuguide lærer B

Om klassen og deres forutsetninger

Hvordan vil du beskrive klassen faglig og sosialt?

Er det spesielle behov denne klassen har i forhold valg av aktiviteter og oppgaver du bruker?

Dybdelæring er sentralt i den nye læreplanen som kommer til høsten 2020. Har skolen som en helhet noen tiltak per dags dato for å legge til rette for dybdelæring?

Teoretiske spørsmål

Hva legger du i begrepet dybdelæring?

Hva er dine tanker om viktigheten av dette i undervisningen?

Synes du selv du bruker nok tid på dette i undervisningen, om ikke hvorfor får du ikke brukt nok tid på dette?

Er det noen spesifikke grep du bevisst gjør i undervisningen for å legge til rette for dybdelæring?

Er det noen ulike aktiviteter eller temaer som er spesielt gunstige for dybdelæring?

Er det noen aktiviteter eller temaer du mener egner seg dårlig for dybdelæring?

Synes du det er noen utfordringer med å legge til rette for dybdelæring i undervisningen?

Hva er viktigst, å fokusere på å komme gjennom kompetansemålene eller å lære i dybden?

Spesifikke spørsmål til oppgaver og aktiviteter valgt i undervisningen:

I timene jeg var i forberedte dere dere til tentamen. Elevene fikk blant annet en sjekkliste for å gjøre GeoGebra-oppgaver. Hvordan begrunner du det å gi elevene framgangsmåtene på forhånd istedenfor å la de utforske programmet selv?

Dere brukte mye tid fra undervisningstimene på å forberede til tentamen, hvorfor det?

Videre jobbet dere med eksamensoppgaver fra del 2 10. klasse eksamen? Hva var hensikten med dette?

Hvor viktig var hintene de fikk i denne oppgaven og hvorfor fikk de de hintene?

Hvorfor valgte du å la elevene jobbe i grupper?

Ut fra de timene jeg har observert, kan du tenke deg om det er noen momenter av dybdeløring og eventuelt hvor det kunne vært det?

Hvis ikke, hvorfor mener du det ikke er rom for dybdeløring i de aktuelle timene?

8.4 Vedlegg 4: Informasjonsskriv og samtykkeskjema til deltakerne

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjekt

«Dybdelæring i matematikkundervisning»

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke hvordan lærere vektlegger dybdelæring i sin undervisning. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Formålet med denne studien er å undersøke hvordan lærere vektlegger dybdelæring i sin undervisning og hvilke tanker lærere har rundt dette. Studien er en masterstudie ved institutt for lærerutdanning og skoleforskning på Universitetet i Oslo.

Utvalget av lærere er gjort delvis tilfeldig fra skoler tilknyttet UiO som universitetskolene, og delvis fra mitt (studentens) nettverk av lærere.

Hva innebærer det for deg å delta?

Deltakelsen innebærer at jeg kan observere 2-3 uker av din matematikkundervisning, uten opptak av lyd eller bilde (kun notater), samt at du deltar på et halvtimes intervju etter endt observasjon. Under intervjuet gjøres lydopptak.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle opplysninger om deg vil da bli anonymisert. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Deltakere i prosjektet vil ikke være mulig å gjenkjenne i publikasjon.

Det vil kun være student (studentprosjekt) og prosjektansvarlig som vil ha tilgang til opplysningene. Lydopptak fra intervju vil bli lagret på en sikker maskinvare tilhørende behandlingsansvarlig institusjon.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Prosjektet skal etter planen avsluttes i starten av juni 2020. Etter dette vil personopplysninger og opptak bli slettet.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,
- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Institutt for lærerutdanning og skoleforskning ved universitetet i Oslo har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Camilla Wangen (masterstudent UiO/ILS) camilwan@student.uv.uio.no
- Arne Hole (veileder, UiO/ILS) Arne.Hole@ils.uio.no
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personverntjenester@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17.
- Personvernombudet ved UiO er Maren Magnus Voll. Personvernombudet kan nås via e-post: personvernombud@uio.no

Med vennlig hilsen

Arne Hole
Prosjektansvarlig
(Forsker/veileder)

Camilla Wangen
Masterstudent
(Studentprosjekt)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «Konseptuell forståelse og dybdelæring i matematikkundervisning» og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- å delta i observasjon
- å delta i intervju

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet, ca. juni 2020.

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

8.5 Vedlegg 5: Meldeskjema til NSD



Meldeskjema 994093

Sist oppdatert

30.08.2019

Hvilke personopplysninger skal du behandle?

- Navn (også ved signatur/samtykke)
- Lydopptak av personer

Type opplysninger

Skal du behandle særlige kategorier personopplysninger eller personopplysninger om straffedommer eller lovovertrедelser?

Nei

Prosjektinformasjon

Prosjekttittel

Konseptuell forståelse og dybdelæring i matematikkundervisning

Begrunn behovet for å behandle personopplysningene

Det skal tas lydopptak av intervju og derfor må personopplysninger behandles.

Ekstern finansiering

Type prosjekt

Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student

Camilla Wangen, camilla-wangen@hotmail.com, tlf: 93297348

Behandlingsansvar

Behandlingsansvarlig institusjon

Universitetet i Oslo / Det utdanningsvitenskapelige fakultet / Institutt for lærerutdanning og skoleforskning

<https://meldeskjema.nsd.no/eksport/5d64cec8-7633-4913-9eda-6c4ac7435ec1>

1/4

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Arne Hole , arne.hole@ils.uio.no, tlf: 99798988

Skal behandlingsansvaret deles med andre institusjoner (felles behandlingsansvarlige)?

Nei

Utvalg 1

Beskriv utvalget

2-3 lærere

Rekruttering eller trekking av utvalget

Utvalg blir valgt ved forespørsel via mail til et tilfeldig utvalg lærere fra universitetsskoler

Alder

20 - 67

Inngår det voksne (18 år +) i utvalget som ikke kan samtykke selv?

Nei

Personopplysninger for utvalg 1

- Lydopptak av personer

Hvordan samler du inn data fra utvalg 1?**Personlig intervju****Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger**

Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Informasjon for utvalg 1**Informerer du utvalget om behandlingen av opplysningene?**

Ja

Hvordan?

Skriftlig informasjon (papir eller elektronisk)

Tredjepersoner

Skal du behandle personopplysninger om tredjepersoner?

Nei

Dokumentasjon

Hvordan dokumenteres samtykkene?

- Elektronisk (e-post, e-skjema, digital signatur)

Hvordan kan samtykket trekkes tilbake?

Gjennom e-post

Hvordan kan de registrerte få innsyn, rettet eller slettet opplysninger om seg selv?

Ved å kontakte meg

Totalt antall registrerte i prosjektet

1-99

Tillatelser

Skal du innhente følgende godkjenninger eller tillatelser for prosjektet?

Behandling

Hvor behandles opplysningene?

- Maskinvare tilhørende behandlingsansvarlig institusjon

Hvem behandler/har tilgang til opplysningene?

- Student (studentprosjekt)
- Prosjektansvarlig

Tilgjengeliggjøres opplysningene utenfor EU/EØS til en tredjestat eller internasjonal organisasjon?

Nei

Sikkerhet

Oppbevares personopplysningene atskilt fra øvrige data (kodenøkkel)?

Ja

Hvilke tekniske og fysiske tiltak sikrer personopplysningene?

- Opplysningene anonymiseres
- Adgangsbegrensning

Varighet

Prosjektperiode

01.11.2019 - 01.06.2020

Skal data med personopplysninger oppbevares utover prosjektperioden?

Nei, alle data slettes innen prosjektslutt

Vil de registrerte kunne identifiseres (direkte eller indirekte) i oppgave/avhandling/øvrige publikasjoner fra prosjektet?

Nei

Tilleggsopplysninger

8.6 Vedlegg 6: Svar og vurdering fra NSD

Det innsendte meldeskjemaet med referansekode 994093 er nå vurdert av NSD.

Følgende vurdering er gitt:

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet med vedlegg den 30.08.2019, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:

nsd.no/personvernombud/meld_prosjekt/meld_endringer.html

Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET

Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 01.06.2020.

LOVLIG GRUNNLAG

Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake. Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER

NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelige angitte og berettigede formål, og ikke behandles til nye, uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: åpenhet (art. 12), informasjon (art. 13), innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), underretning (art. 19), dataportabilitet (art. 20).

NSD vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og/eller rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET

NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

Tlf. Personverntjenester: 55 58 21 17 (tast 1)

