Utforskende matematikkundervisning på ungdomstrinnet: Gjøres det, og hva gjør at det fungerer?

Videoobservasjonsstudie

Karoline Mellem

Masteroppgave i matematikkdidaktikk
Institutt for lærerutdanning og skoleforskning
Det utdanningsvitenskapelige fakultet

UNIVERSITETET I OSLO

Våren 2019

Utforskende matematikkundervisning på ungdomstrinnet: Gjøres det, og hva gjør at det fungerer?

Videoobservasjonsstudie

Karoline Mellem

2019

Utforskende matematikkundervisning på ungdomstrinnet: Gjøres det, og hva gjør at det fungerer?

Karoline Mellem

http://www.duo.uio.no/

Trykk: Reprosentralen, Universitetet i Oslo

Sammendrag

Hensikten med denne studien er å undersøke, utforskende matematikkundervisning i Norge, med søkelys på lærers praksis. Tidligere forskning på feltet indikerer at utforskende matematikkundervisning påvirker elevenes motivasjon for å lære matematikk på en positiv måte. I norsk læreplan, slik den er i dag, står det at matematikklasserommet skal være utforskende, kreativt og lekende, undervisningen skal hjelpe elevene med å utvikle den matematiske kompetansen som samfunnet og eleven selv trenger. For at elevene skal tilegne seg slik kompetanse skal opplæringa være både praktisk og teoretisk ved å veksle mellom problemløsende aktiviteter og ferdighetstrening (Utdanningsdirektoratet, 2013). Problemstillingen for oppgaven er formulert slik*: Hvor vanlig er utforskende matematikkundervisning i norsk skole, og hvilke grep gjør læreren når det fungerer?* Jeg er interessert i å finne ut hva som karakteriserer utforskende matematikkundervisning i Norge, på ungdomstrinnet. Hvor mye forekommer det egentlig av utforskende matematikkundervisning og hva karakteriserer lærernes praksis i slik undervisning? Datamaterialet som er benyttet i denne oppgaven stammer fra videoobservasjon av matematikklasserom på 8. trinn. Det teoretiske grunnlaget i denne masteroppgaven dannes av forskning på utforskende matematikkundervisning med fokus på læring.

Et av hovedfunnene i denne studien er at i bare 20% av matematikkundervisningen som er med i denne studien, forekommer det aktiviteter som gir mulighet for flere løsninger eller løsningsstrategier. Utvalget matematikkundervisning i studien som tilfredsstiller denne analysens kriterier for utforskende matematikkundervisning er så lite som 2,5 %. Analysen indikerer at elevsentrert, utforskende matematikkundervisning hvor lærer gjennomfører en reell helklassediskusjon, om matematikken, er læringsfremmende for elevene. Med andre ord er det sentralt for at utforskende matematikkundervisning skal fungere, at elevene får diskutere sine funn og løsninger. Imidlertid fremkommer det at få av lærerne i min studie gjennomfører klasseromsdialoger av høy kvalitet. Høy kvalitet i form av at den kan føre til læring hos alle elevene i klasserommet. Studien min indikerer at det er en vanskelig oppgave for lærer å gjennomføre god utforskende matematikkundervisning.

Forord

Da var tiden som student på Blindern over for denne gang. Det har vært en lærerik periode av livet mitt på mange vis, både faglig og personlig. Lektorprogrammet har vært en lang og spennende reise som det blir vemodig å legge bak seg. Spesielt har arbeidet med denne masteroppgaven vært et interessant prosjekt, og i den forbindelse er det noen jeg ønsker å takke.

Først og fremst ønsker jeg å takke min dyktige veileder Arne Hole. Du har bidratt med gode og konstruktive tilbakemeldinger på masteroppgaven. I tillegg har du gjennom hele prosessen vært genuint interessert, og motivert meg til å ta fatt på oppgaver jeg trodde var utenfor min rekkevidde. Du har hjulpet meg slik at jeg har skrevet en masteroppgave jeg selv kan være stolt av – takk for det!

Jeg vil rette en ektefølt takk til min medstudent Eline som alltid møter meg med et stort smil, motiverende ord når jeg har tvilt på meg selv og oppgaven. Takk for alle fine samtaler over kaffe, knekkebrød og gullerotbiter. Jeg har satt stor pris på å sitte sammen med deg på lesesalen på Nils Henrik.

Ikke minst, Mamma, tusen takk for at du har hjulpet til med korrekturlesing og motivasjon gjennom denne perioden!

Til slutt ønsker jeg å takke min samboer Eirik som har støttet meg og holdt ut med meg våren 2019. Det har vært en utrolig reise hvor vi begge har fått oss fulltids jobb, kjøpt oss leilighet og valp, samtidig som jeg har skrevet denne oppgaven. Takk for motiverende og gode ord, jeg elsker deg.

Takk for meg herlige studenttilværelse!

Karoline Mellem

Blindern, August 2019.

Innholdsfortegnelse

1 Innledning.

“Hvorfor skal vi lære dette?” og “Når vil jeg få bruk for dette selv?” er typiske spørsmål som mange mattelærere kan få fra elever. Etter at jeg selv fikk et slikt spørsmål i praksis har jeg tenkt en del over hva jeg vil svare neste gang. Jeg synes det er vanskelig å gi et godt svar som elevene ser mening i og faktisk tar til seg. Vi ønsker jo at undervisningen skal føles meningsfull for elevene og at de er motiverte for å lære. Slike spørsmål kan jo nettopp være tegn på at elevene kjeder seg eller at de ikke helt ser meningen med det de lærer. Selv har jeg følt denne frustrasjonen som elev, jeg forstår at det kan være vanskelig å se hensikten med å regne ut x for tjuende gang eller regner ut sannsynligheten for å ikke trekke en svart nonstopp opp av en pose med 144 Non Stopp.

For min del var det først i fysikktimene på videregående at jeg virkelig forsto hvor spennende og viktig matematikken kan være og ikke minst hva den kan brukes til. Ved å kjenne til noen få matematiske sammenhenger om et fysisk system kunne vi regne oss frem til krefter, trykk, fart og lignende. Algebra og funksjonsanalyse fikk en helt annen mening for meg, vi brukte matematikken til å utforske og løse problemer og jeg kunne se i praksis at disse løsningene faktisk stemte med virkeligheten. Jeg ble motivert for å lære matematikk og så på matematikken som en måte å forklare, bevise og rettferdiggjøre virkeligheten. De formlene jeg hadde lært og det matematiske språk var plutselig hjelpemidler og verktøy som jeg fikk bruk for. For min del var de praktiske og utforskende fysikktimene viktige for min motivasjon og for min læring i matematikk. Dette er en erfaring som har preget mitt valg for å studere lektorprogrammet i matematikk og naturfag, og jeg ønsker å ta med meg denne erfaringen inn i undervisningen.

Utforskning handler om å finne frem i noe ukjent, ved å prøve deg frem og kanskje feile litt på veien, helt til du kommer frem til målet. Matematisk utforskning handler nettopp om å finne løsninger ved hjelp av å utforske matematikk, prøve deg frem med ulike matematiske strategier og kanskje finne flere matematiske mønster. I norsk læreplan slik den er i dag står det at matematikklasserommet skal være utforskende, kreativt og lekende. Undervisningen skal hjelpe elevene med å utvikle den matematiske kompetansen som samfunnet og eleven selv trenger. Matematisk kompetanse beskrives som at elevene skal mestre å bruke problemløsning og modellering til å analysere og løse et problem, de skal også kunne vurdere gyldigheten av løsningen. For at elevene skal tilegne seg slik kompetanse skal opplæringa være både praktisk og teoretisk ved å veksle mellom problemløsende aktiviteter og ferdighetstrening (Utdanningsdirektoratet, 2013).

I disse dager blir alle læreplanene i grunnskolen og videregående fornyet. Ved starten av skoleåret 2020 trer den nye læreplanen inn. Slik det ser ut i dag har den nye læreplanen for matematikk i grunnskolen 6 kjerneelementer for undervisningen. Disse kjerneelementene rammer inn det som skal være det viktigste innholdet i faget og beskriver det elevene må lære for å kunne mestre å bruke faget. Det første av disse seks kjerneelementet er nettopp utforskning og problemløsning. Utforskning i matematikk har fått en større plass og ses på som et element som er nyttig for elevene for å mestre faget.

I Kjersti Wæge sin doktorgrad studerte Wæge elevers motivasjon og undersøkende matematikkundervisning. Resultatene fra studien indikerte at undersøkende matematikkundervisning påvirker elevenes motivasjon for å lære matematikk på en positiv måte. Elevene opplevde økt glede i faget og mange økte sitt fokus på relasjonell forståelse av matematikken (Wæge, 2007). I denne studien ønsker å sette søkelyset på læreren i matematikkundervisning hvor elevene arbeider utforskende. Jeg er interessert i å finne ut hva som karakteriserer utforskende matematikkundervisning i Norge, på ungdomstrinnet. Hva karakteriserer lærernes praksis i slik undervisning og hvor mye forekommer det egentlig av utforskende matematikkundervisning. For min egen praksis som lærer er det av stor interesse å vite hvordan jeg kan gjennomføre utforskende matematikkundervisning på en god måte. Denne studien vil følgelig se på lærers praksis opp mot læring hos alle elevene i et klasserom.

På bakgrunn av dette er forskningsspørsmålet for denne studien:

> «Hvor vanlig er utforskende matematikkundervisning i norsk skole, og hvilke grep gjør læreren når det fungerer?»

I denne studien ser jeg på et utvalg klasserom fra hele Norge. Jeg studerer lærernes praksis i de klasserommene hvor det gjennomføres utforskende matematikkundervisning. Det er også interessant å undersøke omfanget av utforskende matematikkundervisning. Oppgavens omfang begrenses ved at jeg kun ser på situasjoner hvor utforskende matematikkundervisning forekommer. Studien vil ikke kunne gi direkte svar på hvorvidt lærers praksis påvirker elvenes kompetanse. Jeg vil ikke kunne konkludere med hvorvidt lærers praksis har effekt på elevenes læring eller ikke. Jeg vil derimot reflektere rundt hvorvidt lærers praksis gir mulighet for læring i utforskende matematikkundervisning med bakgrunn i teori presentert i oppgaven.

2 Teori

I dette kapittelet redegjør jeg for teorien og forskningen som ligger til grunn for min analyse, og hvilken læringsteori som preger min forskning på lærers praksis i utforskende matematikkundervisning.

2.1 Utforskende matematikk

Hva karakteriserer matematikken i utforskende matematikkundervisning? Det fremkommer i dette delkapittelet at flere forskere karakteriserer utforskende matematikk ulikt, men det er samtidig noen fellestrekk. Jeg vil nå trekke frem noen utvalgte karakteriseringer av utforskende matematikk, før jeg presenterer karakteriseringen som vil blir brukt i denne studien.

Problemløsning

Utdanningsdirektoratet beskriver utforskende matematikkundervisning som undervisning hvor elevene arbeider utforskende med problemløsningsoppgaver (Utdanningsdirektoratet, 2013). Å utforske noe betyr å «legge noe under lupen», teste ut, analysere, prøve seg frem, se etter mønster og sammenhenger som kan lede til en form for løsning. Men hva er egentlig et problem? Et problem er en uløst oppgave eller et vanskelig spørsmål. I Niss et al sitt rammeverk for matematisk kompetanse (Niss & Jensen, 2002) defineres et matematisk problem som et spørsmål hvor en matematisk undersøkelse er nødvendig for å løse oppgaven. Med andre ord er et problem en oppgave eller aktivitet som eleven ikke umiddelbart ved hvordan han/hun skal løse, og det er derfor nødvendig for elevene å undersøke ved å prøve og feile for å finne svaret. De poengterer samtidig at det er vanskelig å karakterisere en oppgave som et problem, nettopp fordi begrepet "problem" ikke er absolutt. "Problem" er et begrep som er relativt til personen som skal løse problemet. En oppgave som kan oppleves som et problem for en elev kan oppleves som en rutineoppgave for en annen (Niss & Jensen, 2002).

Undersøkelseslandskap

Skovsmose (1998) beskriver en type utforskende matematikk som undersøkelseslandskaper. Han påpeker at han ikke har en absolutt definisjon av hva som er et undersøkelseslandskap. Imidlertid poengterer han at slike aktiviteter karakteriseres ved at det ikke er formulerte oppgaver, men et landskap, kanskje initiert av lærerens utfordrende spørsmål, lærer inviterer elevene til å utføre en utforskning. En utforskning i form av at elevene får lov til å prøve seg frem og feile. Det er elevene som finner matematiske løsninger og mønstre. Kan muligens matematikken virke uoppnåelig og pretensiøs dersom elevene blir presentert for matematiske mønstre som store matematikere har kommet frem til for mange år siden? I utforskende matematikk undervisning oppfordres elevene til å være utforskende matematikere og selv finne mønstrene ved å prøve og feile. Jeg tror det kan gjøre matematikken mer tilgjengelig for elevene. Skovsmose presenterer noen eksempler av slike landskap i artikkelen, og det er gjerne åpne aktiviteter uten noen konkret oppgavetekst, heller et bilde eller en tabell (landskap) med tall der elevene blir oppfordret til å finne mønstre(undersøkelsen).

Hverdagslivet

En annen beskrivelse av utforskende matematikk er kognitivt krevende problemer fra virkeligheten/hverdagen (Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008). Det vil si oppgaver som baseres på situasjoner elevene er kjent med utenfor skolen, hvor elevene må streve og gjerne gjøre flere regneoperasjoner for å finne en løsning. En av de grunnleggende ferdighetene elevene skal tilegne seg i norsk skole er å kunne regne. Utdanningsdirektoratet beskriver denne ferdigheten som å mestre å bruke symbolspråk, matematiske begreper og varierte strategier til problemløsning og utforskning som tar utgangspunkt i nettopp praktiske og dagligdagse situasjoner (Utdanningsdirektoratet, Læreplan i matematikk fellesfag, 2013). Ikke alle temaer er like lett å finne eksempler til fra hverdagslivet, men for de fleste temaer passer det veldig godt. Ved å bruke eksempler fra hverdagslivet kan du som lærer trekke inn elevers erfaringer og oppgavene kan oppleves mer konkrete for elevene.

Flere løsninger

En annen beskrivelse jeg ønsker å trekke frem av utforskende oppgaver er oppgaver som kan ha flere løsninger. Når elevene er involvert i utforskende matematikkundervisning, sier Lee (2006) at det er viktig å la dem velge hvilken strategi som er mest hensiktsmessig for å løse den matematiske oppgaven. Det er derfor sentralt at oppgavene i utforskende matematikkundervisning nettopp gir mulighet for å bli løst på flere måter. Da dette er en viktig evne å lære seg for elevene. Både for å bli gode til å løse oppgaver på for eksempel eksamen men også i livet utenfor skolen. Oppgaver som kan ha flere løsninger, kan deles inn i flere typer.

- Den første typen er oppgaver som resulterer i flere løsningsmetoder, men som gir samme løsning.

Elevene kan anvende ulike matematiske prosedyrer eller strategier mens de løser problemet men kommer forhåpentligvis frem til samme resultat.

- Den andre typen er oppgaver som kan gi forskjellige svar.

Her kan elevene gjøre ulike antagelser basert på vage betingelser for problemet, noe som kan resultere i ulike løsninger av samme problem. Slike oppgaver beskrives gjerne som åpne.

- Den tredje og siste typen oppgave med flere løsninger er en blanding av de andre to.

Denne type oppgaver kan elevene bruke ulike strategier for å komme frem til svaret, de ulike strategiene kan gi ulike svar.

(Schukajlow & Krug, 2014)

Undersøkende matematikkundervisning

Kjersti Wæge karakteriserer undersøkende matematikkundervisning som undervisning der det legges opp til at elevene er aktive og utforskende. Det er elevene som utforsker matematikken mens lærer opptrer som en veileder. Elevene skal få sjansen til å utvikle egne antagelser, løsningsstrategier og metoder i matematikk (Wæge, 2007). Det er følgelig nødvendig at oppgavene kan løses på flere måter, og at løsningsstrategi ikke blir demonstrert av lærer på forhånd.

Fordeler og utfordringer knyttet til utforskende matematikk

Skovmose mener at undervisning bundet til en lærebok med «spalteoppgaver» blir for fattig (Skovmose, 1998). Derimot en undervisning som beveger seg frem og tilbake imellom ulike «læringsmiljøer» vil være av kvalitet. Skovmose tror at en undervisning som inkluderer undersøkelse/utforskning i undervisningen kan bidra til at elevene kan utvikle en «matemacy» (Skovmose, 1998). «Matemacy» definerer han som kompetansen å tolke, forstå og gjennomskue om matematikken vil fungere i virkeligheten. Elever som har utviklet matemacy vurderer kritisk og mestrer å kvalitetssikre eget matematisk arbeid (Skovmose, 1998).

Skovmose påpeker samtidig at utforskende matematikkundervisning er risikobetont. Elevene vet ikke hvor de skal, det vet ikke læreren heller. Lærer kan lede elevene til et svar, men burde samtidig la elevene streve og feile, så lenge elevene blir oppmerksomme på hva som ble feil og lærer av sine feil (Skovmose, 1998). I utkastet av den nye læreplanen som trer inn i norske skoler i 2020, står det at matematikken skal forberede elevene på å bli borgere i et samfunn i utvikling. Ved å gi elevene kompetanse i utforskning og problemløsning skal elevene lære å tenke kritisk og resonnere (Utdanningsdirektoratet, 2019). Dette er helt i tråd med Skovmose sine tanker om utforskende matematikk undervisning og «Matemacy».

Ved å gi elevene eksempler og oppgaver som bygger på situasjoner fra hverdagslivet kan man oppnå at elevenes positive holdninger til faget øker. Når elevene er involvert i utforskende matematikkundervisning sier Lee (2006) at det er viktig å la dem velge hvilken strategi som er mest hensiktsmessig for å løse den matematiske oppgaven. Da dette er en viktig evne å lære seg for elevene. Både for å bli gode til å løse oppgaver på for eksempel eksamen, men også i livet utenfor skolen. Når elevene får slike oppgaver der de selv må finne egnet strategi er det sentralt at de beskriver valg av strategi og forsvarer hvorfor den er god (Lee, 2006). Evnen til å gjøre dette hjelper elevene med å se sammenhenger mellom de ulike «kapitlene» i matematikkundervisningen (Lee, 2006). Det kan også gjøre matematikken mindre kontekst styrt for eleven (Mellin-Olsen, 1981). Er matematikken kontekst styrt kan elevene tenke at «nå har vi geometri, så da bruker Pytagoras setning». Ved å arbeide med oppgaver som kan ha flere veier til svaret og ulike svar, utvikles elevenes kreativitet og matematiske kunnskap (Schukajlow & Krug, 2014).

Utforskende matematikkundervisning

Det var nødvendig for denne studien å lage en ramme for hva utforskende matematikkundervisning er. Som det kommer frem i delen over er det et rikt spekter med beskrivelser av utforskende matematikk. Det er imidlertid noen fellestrekk i beskrivelsene, disse har jeg forsøkt å sammenfatte i en karakterisering.

Min karakterisering av utforskende matematikk med bakgrunn i teorien presentert over:

Utforskende matematikkundervisning er elevsentrert undervisning der elevene utforsker matematikk. Elevene arbeider med aktiviteter hvor en matematisk undersøkelse er nødvendig for å løse aktiviteten. Løsningsstrategi blir ikke demonstrert for elevene før de får arbeide med aktiviteten, elevene må selv velge strategi for å løse utfordringen. Det er sentralt at aktiviteten gir mulighet for utforskning, ved at den kan ha flere løsninger i form av strategier, svar eller begge. Lærer opptrer som en veileder som oppfordrer elevene til å utforske.

Denne karakteristikken vil være grunnlaget for inklusjonskriteriene for det endelige utvalget i denne studien. Se 2. utvalg i kapittel 3.4.2.

2.2 Læringsteorier

I læringsteoriene hersker det delte meninger om hvordan læring skal beskrives og forstås. Det finnes ikke en fasit som kan si at dette er læring. Vygotskys sitt syn på læring er at læring er noe som skjer i sosiale settinger (Säljö, 2013). En viktig del av læring er at den vekker en rekke interne utviklingsprosesser som kun kan fungere når barnet samhandler med mennesker i sitt miljø i samarbeid med sine jevnaldrende. Kommunikasjon mellom mennesker er sentralt for at læring skal kunne skje. Vi lærer igjennom å kommunisere med andre, ved å tilegne oss kunnskap og erfaringer.

Piaget var opptatt av barns tankeverden, han så på læring som et resultat av utforskning og kognitive konflikter (Säljö, 2013). Barna skal selv finne ut av hvordan naturen og samfunnet fungerer, og de skal undersøke omverden med kritiske øyne. Det fremkommer i senere tid at dette perspektivet på læring er et resultat av etterkrigstiden, hvor selvstendig, kritisk og vitenskapelig tenkning ble en slags vaksine mot en ødeleggende krig. Til tross for at dette var en reaksjon på krigen er det mye å hente i Piagets filosofi rundt læring (Säljö, 2013).

I denne oppgaven ønsker jeg å se på læring i utforskende matematikkundervisning, studiens syn på læring vil falle innenfor et sosiokulturelt syn på læring, hvor det er sentralt at elevene lærer igjennom å undersøke og oppdage i fellesskap.

2.3 Læring i utforskende matematikkundervisning

I denne delen ønsker jeg å trekke frem et teoretisk overblikk over hva forskning sier kjennetegner god utforskende matematikkundervisning. God utforskende matematikkundervisning i form av at elevene oppnår læring. Jeg ønsker her å trekke inn Klette sitt pedagogiske syn på god undervisning opp matmatematikkdidaktisk forskning på området (Klette, 2013).

Utforskende matematikkundervisning beskrives av flere med en tredelt struktur (Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008); (Goos, 2004); (Sherin, 2002) Henholdsvis:

- presentasjon av oppgave/aktivitet,

- utforskning av oppgaven/aktiviteten
- oppsummering i helklasse.

I presentasjonen introduseres elevene for et nytt faginnhold. Slike situasjoner har gjerne et monologisk og lærerstyrt preg (Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008); (Goos, 2004); (Sherin, 2002). Under utforskningen arbeider gjerne elevene enkeltvis, i par eller grupper og prøver ut oppgaver/øvelser for å bli fortrolige med og beherske fagstoffet. Mestringsfølelsen til elevene er sentral her og lærerens rolle blir en veileder. I oppsummeringen deler elevene sine løsninger, ideer og refleksjoner rundt aktiviteten. Klette skriver at bruken av slike konsolideringssituasjoner bygger på forskning som tilsier at metakognitive aktiviteter er helt sentrale for god læringsoppnåelse (Klette, 2013).

I oppstarten/presentasjonen av aktiviteten kan lærer stille seg spørsmålet; hvor mye informasjon skal en gi elevene om aktiviteten/oppgaven? Lærer kan også gi mer informasjon og støtte ved å introdusere elevene for læringsmålene (Nosrati & Wæge), ulike aspekter ved problemet og hva slags løsninger som er forventet (Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008). Elevene kan få informasjon om det er forventet at de skal finne flere løsningsmåter eller at de finner flere svar eller begge (Schukajlow & Krug, 2014).

I utforskningen i utforskende matematikkundervisning vil elevene få mulighet til å arbeide med oppgaven/aktiviteten. Her arbeider elevene gjerne i mindre grupper på to eller tre hvor de kan samarbeide og diskutere oppgaven. Her må lærer vurdere hvor mye tid som er hensiktsmessig å gi elevene til å løse oppgaven. Klette (2013) skriver at gode kognitivt krevende aktiviteter/oppgaver kan miste sitt potensiale dersom elevene får for god tid til å løse den. Dersom elevene får for god tid vil det kunne observeres ved at de mister fokus og starter å diskutere ikke relevante ting. Samtidig er det viktig at læreren gir elevene mulighet og nok tid til å utforske problemene, diskutere og finne mønster. Når de får mulighet til å utforske et problem og diskutere hvordan de tenker med hverandre, vil elevene forhåpentligvis oppdage at matematikk er et spennende og aktivt fag. I motsetning til et fag der de kun skal pugge formler og huske hva lærer har sagt (Nosrati & Wæge); (Goos, 2004).

For å oppnå en god læringsprosess i utforskende matematikkundervisning sier Niss og Jensen at det er viktig at lærer selv er trygg og fortrolig med utforskende matematikk (Niss & Jensen, 2002). I utprøvningssituasjonen burde lærer oppfordre elevene til å løse problemet på sin egen måte, forberede seg på å presentere og til å forsvare sin løsning for de andre i klassen. Ulike elever har ulike forutsetninger og det er ønskelig at læreren er i stand til å gi elevene veiledning som er tilpasset deres forutsetninger (Niss & Jensen, 2002).

Mens elevene er i gang med oppgaven kan læreren tre inn i en litt annen rolle enn tidligere. Olafsen og Maugesten poengterer her at elevene vil ha større behov for støtte fra læreren i starten, de vil antagelig trenge hjelpe til å komme i gang og til å forstå oppgaven (Olafsen & Maugesten, 2015). Men her er det lurt om læreren trekker seg mer og mer ut og trer inn i en mer veiledende og observerende rolle (Goos, 2004). Det er viktig at elevene får trening i å jobbe på denne måten i grupper og til å diskutere sine løsninger (Olafsen & Maugesten, 2015).

I oppsummeringen av aktiviteten burde elevene få mulighet til å sette ord på egen tenkning om læring knyttet til aktiviteten/oppgaven. Metakognisjon, tenkning om og rundt egen læring, er helt sentralt for å oppnå læring. Lærerens bruk av situasjoner der elevene får mulighet til å reflektere rundt egen læring har vist seg å være produktiv for elevers læring (Klette, 2013). I utforskende matematikkundervisning kan dette eksempelvis være situasjoner der elevene presenterer og reflekterer rundt egne løsninger i helklasse.

2.4 Motivasjon og utforskende matematikkundervisning

I sin doktoravhandling studerte Kjersti Wæge (2007) elevers motivasjon og undersøkende matematikkundervisning. I denne studien undersøker Wæge hvordan elevenes motivasjon kan utvikle seg når de opplever en undersøkende matematikkundervisning. Hun karakteriserer undersøkende matematikkundervisning som undervisning som legger opp til at elevene er aktive og utforskende. Elevene skal få sjansen til å utvikle egne antagelser, løsningsstrategier og metoder i matematikk (Wæge, 2007). Dette er en karakterisering som er ganske lik karakteriseringen av utforskende matematikkundervisning i denne studien. Resultatene fra studien tyder på at undersøkende matematikkundervisning påvirker elevenes motivasjon for å lære matematikk på en positiv måte. Det viste seg å være spesielt tre faktorer som påvirket elevenes følelse av å ha matematisk kompetanse, autonomi og glede over å arbeide med matematikk (Wæge, 2007). De tre faktorene er:

1) undervisningsopplegggene;
2) samarbeid

3) oppfordring og godkjennelse av elevenes egne løsningsstrategier og metoder.

Undervisningsoppleggene i Wæges studie var prosjekter, åpne oppgaver, problemløsningsoppgaver og spill som inkluderer konkreter og oppgaver som har en praktisk vinkling. Når elevene arbeidet med denne typen undervisningsopplegg samarbeidet de i grupper og de forsøkte å finne egne løsningsstrategier og regler. Resultatene fra Wæges studie tyder på at undervisningsoppleggene har ført til økt glede ved å arbeide med matematikk hos de sju elevene hun har studert (Wæge, 2007).

Resultatene fra analysene tyder på at samarbeid har påvirket elevenes motivasjon for å lære matematikk på en positiv måte. Elevene i studien sier de opplevde at det å diskutere med medelever, høre andre sine synsvinkler og det å kunne forklare for hverandre, har bidratt til læringsgevinst i matematikk (Wæge, 2007).

Undervisningen i Wæges studie la opp til at elevene måtte finne egne løsningsstrategier og regler, gjerne i samarbeid med andre elever og med veiledning fra lærer. Resultatene fra studien viser at dette har bidratt til at elevene føler de forstår eller lærer matematikken. Studien viser at flesteparten av elevene endret sitt fokus fra instrumentell forståelse til relasjonell forståelse eller fikk økt relasjonell forståelse i løpet av skoleåret studien pågikk. Elevenes mål om å finne egne løsningsstrategier og metoder i matematikk er nært forbundet med deres følelse av læring og relasjonell forståelse i faget. Dataene tyder på at drøye halvparten av elevene ble mer opptatt av å finne egne løsningsstrategier og regler i løpet av skoleåret (Wæge, 2007).

2.5 Instrumentell og relasjonell forståelse

Wæge sin studie (2007) viste at undersøkende matematikkundervisning bidro til at flere av elevene i studien endret sitt fokus fra instrumentell forståelse til en relasjonell forståelse av matematikken. *Men hvorfor ønsker vi at elevene skal få en økt relasjonell forståelse i matematikk?* Dette er et av spørsmålene Skemp (2006) drøfter i sin artikkel der han også definerer de to begrepene. Skemp (2006) definerer relasjonelle forståelse som at en person vet både hva en skal gjøre og hvorfor. Instrumentell forståelse beskriver han at personen mestrer å bruke matematiske «regler» men kan ikke forklare hvorfor. Men dersom elevene klarer å bruke riktige «regler» på riktige oppgaver og får riktig svar, er det egentlig et problem? Instrumentell forståelse involverer at elevene sitter på en mengde regler som de må huske og bruke helt riktig, i motsetning til å ha færre prinsipper av mer generell art. Et annet argument for hvorfor vi vil fremme en relasjonell forståelse er at det kan hjelpe elevene å se feil og hvorfor et svar er feil (Skemp, 2006).

Skemp påpeker at det er et stort antall matematikklærere som underviser instrumentell matematikk, og stiller derfor spørsmål ved om det er noen fordeler til dette. Han trekker frem tre grunner; 1) instrumentell matematikk er gjerne lettere å lære seg. 2) belønningen er mer umiddelbart og riktig svar er mer synlig, 3) elevene kommer raskere frem til rett svar, legges ikke vekt på at de skal streve. Instrumentell forståelse bidrar til «lettere og rask» læring. På den andre siden har vi undervisning som fremmer en relasjonell forståelse. Elevene vil bruke lengre tid på å forstå matematikken, de må streve mer for å komme frem til riktig svar og de må vurdere om svaret er riktig. Instrumentell forståelse er lettere og raskere å opparbeide men en relasjonell forståelse er mer solid og robust. Med en relasjonell forståelse er elevene mer adaptive til nye oppgaver, det er vanskeligere å lære, men når elevene først har en relasjonell forståelse av noe så husker han/hun det lengre (Skemp, 2006).

2.6 Matematikkvansker og mestringsfølelse

Når jeg ønsker å se på undervisning og læring i matematikk, er det også viktig å ta med hvordan undervisningen kan bidra til læring for elever med lærevansker i matematikk.

I Nordtvedt og Vogt sin artikkel om matematikkvansker (Nordtvedt & Vogt, 2012) påpeker de at det ikke er en homogen gruppe som utgjør elever med matematikkvansker, men at det fortsatt er noen klare fellestrekk hos disse elevene. Eksempler på et slikt fellestrekk er at eleven har et negativt selvbilde i forhold til skolefaget matematikk. Elevene i denne gruppen har også gjerne mer naiv og mindre fleksibel strategibruk når de løser oppgaver i matematikk (Nordtvedt & Vogt, 2012). Mange av definisjonene på matematikkvansker viser også til redusert minnefunksjon som en forklaring på vanskene. Når elever har redusert minnefunksjon, fører dette til at de bruke mer energi på å prosessere mange tall samtidig og det medfører at de vil bruke lengre tid på oppgavene enn elever uten vansker. (Nordtvedt & Vogt, 2012)

Samtidig kan matematikkvansker være en tilleggsvanske til andre vansker. Elever kan slite med andre psykiske eller fysiske utviklingshemninger som gjør det vanskelig å lære matematikk, som for eksempel elever som er blinde (Nordtvedt & Vogt, 2012). Ulike språk-vansker kan forsterke matematikkvansker (Nordtvedt & Vogt, 2012). Elever med å lese og skrive vansker som for eksempel dysleksi, kan ha vansker med å forstå og bruke symbolpresentasjoner og begreper i det formelle matematikkspråket (Nordtvedt & Vogt, 2012). Det er viktig å påpeke at det ikke er slik at elever enten kan eller ikke kan matematikk. Vanlige symptomer på lærevansker i matematikk som kan observeres kan være at eleven utvikler seg sakte, overfokusert på regler eller vegring mot arbeid med matematikk (Nordtvedt & Vogt, 2012). Overfokus på regler eller bruk av naive strategier kan være et tegn på en instrumentell forståelse av matematikken (Skemp, 2006)

Nordtvedt og Vogt(2012) sier at flere studier viser sammenheng mellom lærere sin undervisningsform og elevenes verdsetting av matematikkfaget. I klasser hvor undervisningen var preget av mye dialog mellom lærer og elev, rapporterte elevene svært positive holdninger til faget. Positive holdninger til matematikk faget kan føre til økt utholdenhet, innsats, engasjement og valg av hensiktsmessige strategier (Grønmo, Onstad, & Pedersen, 2009). Undervisning der lærer overfokuserer på regler og algoritmer kan føre til at elevene overfokuserer på regler og utvikler misoppfatninger. Lærer vil tjene på å arbeide med at elevene skal utvikle begrepsforståelse og fleksibilitet i strategibruk (Nordtvedt & Vogt, 2012).

Svake elever kjennetegnes ofte ved at deres kunnskap består av isolerte kunnskapsbiter. Integrert kunnskap og fleksibilitet oppstår best i en undervisning preget av elevsentrert undervisning med dialog hvor mønstre og sammenhenger i matematikken fremheves (Nordtvedt & Vogt, 2012). For at elevene skal bli motiverte og oppleve mestring, bør oppgavene ikke være altfor enkle. Motivasjon og mestringsfølelse er gjerne et resultat av at elevene må streve litt for å lykkes. Dersom matematikken blir for lett for elevene, oppleves den fort som kjedelig (Grønmo, Onstad, & Pedersen, 2009).

2.7 Kommunikasjon i utforskende matematikkundervisning

Vi kan ikke si at en type undervisningsform vil gi alle elevene økt utbytte eller øke deres interesse for faget. Alle elever er forskjellige og følgelig lærer de best i ulike miljøer. Men forskning indikerer at et elevsentrert læringsmiljø har sterk påvirkning på elevenes interesse for matematikk. Med elevsentrert læringsmiljø menes et klassemiljø der elevene er aktive og i fokus, de arbeider gjerne i grupper på to eller flere der de kan diskutere og løse problemer (Schukajlow & Krug, 2014) Et utforskende matematikklasserom beskrives gjerne som et klasserom der elevene er en del av et elevsentrert læringsmiljø som praktiserer utforskende matematikk. Her lærer elevene å snakke og handle matematisk ved å delta i matematiske diskusjoner og løse nye eller ukjente problemer (Schukajlow & Krug, 2014). Som jeg har nevnt tidligere, kan elevenes relasjonelle forståelse fremmes ved å arbeide utforskende på denne måten. (Nosrati & Wæge).

Når elevene får muligheten til å samarbeide og diskutere matematikken, får de mulighet til å dele ideene sine og forsvare sine løsninger og lære. Kanskje elevene ikke kan det samme og kan utfylle hverandre. I følge Vygotsky bidrar samarbeid til at elevene utvikler seg, ved å arbeide sammen med elever eller voksne som mestrer mer enn seg selv, lærer en mer og utvikler seg mentalt (Goos, 2004). Ved at elevene får mulighet til å diskutere og samarbeide i grupper får elevene mulighet til å eie sine egne ideer som de konstruerer. Elevene får mulighet til å være en del av et samfunn der de kan skape egen innsikt i matematikken (Goos, 2004) (Lee, 2006). Når elevene blir spurt om å formulere ideene sine tvinges metakognitive aktiviteter frem og det kan gi elevene klarhet i deres egen tenking. Metakognitive aktiviteter i form av at elevene må tenke igjennom og formulere hvordan de selv tenker (Lee, 2006).

Olafsen og Maugesten(2015) sier at dersom elevene får bruke god tid, diskutere, stille spørsmål og bli oppfordret til å være kritiske, vil de forhåpentligvis også bli mer nysgjerrige. Nysgjerrighet er starten på undring og kan gi økt motivasjon for å utforske matematikken. Dersom elevene er aktive i den utforskende prosessen kan det resultere i økt innsikt og ikke minst tillit til at de selv kan løse problemene (Olafsen & Maugesten, 2015). Elevenes matematiske autoritet kan også økes ved å gi dem mulighet til å løse problemer i grupper der de må forsvare løsningene sine (Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008). Med elevens matematiske autoritet mener Stein et. al. at elevene blir autorisert til å løse matematiske problemer for seg selv, presentere og argumentere for sine løsninger og få anerkjennelse for sine ideer. I oppgaver som kan løses ved å bruke flere strategier eller representasjoner må elevene selv vurdere validiteten av sine løsninger (Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008); (Sherin, 2002) (Skovmose, 1998). I et elev-sentrert klasserom må læreren finne en balanse mellom å gi elevene autoritet over sitt eget matematiske arbeid og passe på at dette arbeidet er basert på riktige matematiske argumenter, dette kan være en utfordring (Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008).

Elevene må bruke matematisk språk for å kunne formulere seg muntlig og dele sine matematiske ideer. Det kan oppleves som en barriere som må krysses for elevene, på samme måte som å lære seg å snakke tysk (Lee, 2006). Konsolideringssituasjoner der elevene får mulighet til å dele sine matematiske ideer har mange fordeler, blant annet at det gir dem mulighet til å trene på og bli komfortable med å bruke matematiske språk til å formulere seg. Diskusjoner gir også mulighet til å hente opp og huske hva de har arbeidet med (Lee, 2006). Ved å be elevene formulerer sine matematiske ideer setter lærerne også i gang elevene til å reflektere over egen tenking, noe som er en del av læringsprosessen. Det er følgelig viktig å gi elevene tid til å reflektere (Lee, 2006).

Samtidig som elevene arbeider med utfordringen har læreren mulighet til å gå rundt og observere. Dersom lærer ønsker at noen elever skal dele sine løsninger med resten av klassen har han/hun god mulighet til å velge ut gode bidrag til helklasse diskusjonen (Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008). Dersom lærer ønsker at elevene finner flere løsninger er det flere måter han/hun kan gå frem på. En måte er å stille elevene spørsmål som *"hva hvis ...?"* og *"kan du løse den på en annen måte?"* om en gitt oppgave. En annen måte er rett og slett å informere elevene om at oppgaven har flere aksepterte løsninger (Schukajlow & Krug, 2014). Stein et al (2008) sier at en utfordring her er å gi god veiledning og til å forstå hva elevene har tenkt. Her får en igjen som lærer dersom en har gjort gode forberedelser på forhånd. Ved å ha satt seg godt inn i oppgaven på forhånd er læreren bedre forberedt på ulike spørsmål og kan følgelig gi bedre veiledning (Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008).

Dersom læreren legger opp til en avsluttende helklassediskusjon i utforskende undervisning er lærers rolle, ifølge Stein et. Al, først og fremst å utvikle en kollektiv forståelse av oppgaven med elevene (Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008). De sier at det er viktig at lærer leder diskusjonen på en slik måte at alle elevene blir oppmerksomme på hvordan de ulike løsningene henger sammen. Å føre en slik helklasse diskusjon er ikke lett. Det er vanskelig å bruke elevenes respons på en god måte slik at alle elevene i klassen lærer av det (Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008). Matematiske diskusjoner i klasserommet kan også bidra til å koble sammen ulike matematematiske «konsepter» ikke bare elevenes ideer. Matematikkundervisning er gjerne lagt opp etter separate kapitler. Helklasse diskusjoner kan bidra til å skape mindre gap mellom kapitlene og hjelpe elevene med å se sammenhengene mellom dem (Lee, 2006).

Kjenner lærer oppgaven og elevene godt kan han/hun forberede seg på typiske misoppfatninger som kan dukke opp. Dersom det har dukket opp noen misoppfatninger underveis kan det brukes i helklasse diskusjonen. Misoppfatningene kan presenteres for klassen for å skape klarhet og forståelse (Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008). Dersom lærer kjenner elevenes misoppfatninger kan han/hun velge ut oppgaver eller spørsmål som utfordrer disse misoppfatningene og forhåpentligvis skape en kognitiv konflikt hos elevene. En kognitiv konflikt skapes når elevene erfarer at deres tankemønster ikke er riktig eller tilstrekkelig, og må endres. Elevene opplever en konflikt mellom det de trodde var riktig og deres nye erfaring (Matematikksenteret, 2018).

2.8 Diskurssamfunn

Lee (2006) kaller et klasserom hvor elever kan lære matematikk så effektivt som mulig, gjennom klasseromssamtaler, for et diskurssamfunn. I et slikt klasserom lærer elevene igjennom å diskutere, dele og produsere matematiske ideer i fellesskap. For å skape et slikt klasserom sier hun det er viktig å bygge trygge relasjoner med gjensidig respekt, mellom lærer-elev og mellom elevene. Når elever kommuniserer hvordan de tenker blir de kjent med hva de selv mestrer, de organiserer egne ideer og blir i stand til å bruke og kontrollere sine matematiske ideer. Det er derfor viktig å at lærer skaper et klasserom hvor elevene gjør det meste av tenkingen og det meste av snakkingen. Når elevene lærer å ta del i et slikt samfunn lærer de å dele matematiske ideer og bygger matematisk kunnskap (Lee, 2006).

Et slikt diskurssamfunn karakteriseres med følgende:

1. Alle medlemmene i samfunnet har mulighet til å bidra i diskusjonen.

Et diskurssamfunn utvikler seg ved at hvert medlem artikulerer sine ideer, sin kunnskap eller hva de har oppdaget. Elevene lærer matematikk ved å ha en rolle i samfunnet, der alle bidrag til diskusjonene blir verdsatt.

2. Samfunnet produserer og deler meninger og utvikler kunnskap.

Diskusjonen gjør det mulig å utvikle en felles forståelse av begrepene og konseptene som læres. Denne forståelsen deles innad i samfunnet mellom alle medlemmene. Alle elevene i et klasserom deler felles ideer eller konsepter som er assosiert med enkelte begreper eller setninger. Lærer tar del i dette samfunnet og kan rette opp misoppfatninger.

3. Samfunnet har en atmosfære av tillit og respekt.

Med mindre miljøet i klasserommet oppleves trygt for elevene vil de være motvillige til å foreslå sine ideer og hypoteser. Dersom elevene opplever det trygt å tenke og snakke høyt i klasserommet, vil det kunne observeres ved at de stiller spørsmål dersom noe er forvirrende eller deler deres alternative løsninger.

Det forekommer mange diskusjoner i matematikklasserommet. Den viktigste diskusjonen er den naturlige diskusjonen som oppstår mellom elevene. En diskusjon hvor elevene selv tar initiativ og bruker matematiske språk til å artikulere og diskuterer matematiske ideer. (Lee, 2006)

Det er sentralt at samtalen i et slikt trygt diskurssamfunn går forbi «*fortell hva du gjorde*» eller *«del ditt svar»* (Lee, 2006). Et slikt diskurssamfunn i matematikklasserommet går hånd i hånd med Skovmose sine refleksjoner rundt gode klasseroms samtaler i matematikk og Chapin, O `Connor og Anderson (2009) sine samtaletrekk for å fremme gode matematiske klasseroms samtaler. Skovsmose sier at kommunikasjonen i tradisjonell matematikkundervisning ofte har en «rytme», en spørsmål-svar-evaluerings rytme. Lærer stiller spørsmål, elev svarer, lærer spør om noen det er flere svar også videre.

Ifølge Skovsmose er slik spørsmål-svar-evaluerings rytme ikke nok i undersøkende matematikkundervisning. Her må andre samtaleformer til. I en god undersøkende lærer-elev dialog ønsker en å støtte en felles utforskning (Skovmose, 1998). Lærer kan utfordre elevene og lede diskusjonen slik at diskusjonen går forbi denne «rytmen». Dialog elementer som støtter en felles utforskning er blant annet å identifisere og trekke frem elevenes ulike perspektiver. La elevene «tenke høyt», det vil si å kommunisere hva de tenker samtidig som de løser oppgaven. Lærer kan utfordre elevene på deres løsninger, «hvorfor er det riktig/feil?». Lærer kan også forhandle med og utfordre elevene ved for eksempel å stille spørsmål som «hva hvis …». Med andre ord, målet med dialogene i klasserommet er ikke bare å øke mengden, men å øke mengden av samtaler med høy kvalitet.

2.9 Samtaletrekk

Wæge (Wæge, 2015) poengterer at det er lettvint for lærer å starte en klasseromsdialog med å spørre hva elevene tenker. Men hva så? Chapin, O `Connor og Anderson (2009) presenterer fem samtaletrekk lærer kan bruke for å fremme samtaler i matematikk av høy kvalitet. Disse samtaletrekkene er følgende: Gjenta, Repetere, Resonnere, Tilføye og Vente.

Samtaletrekk 1: Gjenta
Lærer repeterer deler eller alt en elev sier, ber så eleven respondere og bekrefte om det er korrekt eller ikke. Ved å bruke dette samtaletrekket gjør du elevens ideer tilgjengelige for læreren og de andre elevene slik at de kan forstå dem. Elevene får rom til å fordøye og tenke over det som ble sagt. Det er følgelig lettere å følge med på det matematiske innholdet for elevene.

Samtaletrekk 2: Repetere
Lærer spør en elev om å gjenta en annen elev sitt resonnement. Dersom lærer bruker dette samtaletrekket får elevene mer tid til å fordøye en ide, samt høre den på en annen måte. Samtidig får lærer bekreftet at andre elever virkelig hørte ideen til eleven. Ved å be en elev repetere en annens ide viser lærer elevene at deres matematiske ideer er viktige og blir tatt på alvor.

Samtaletrekk 3: Resonnere
Lærer spør elevene om å bruke egen resonnering på andres resonnering. Lærer oppfordrer elevene til å stille spørsmål ved ideene som blir presentert. For eksempel ved å spørre «er du enig? Hvorfor gir dette mening?». Her kan lærer få frem elevenes tenkning. Fremhever elevenes perspektiver som viktige. Kan samtidig hjelpe elvene å engasjere seg i hverandres resonnering.

Samtaletrekk 4: Tilføye
Lærer oppfordrer flere elever til å delta i en videre diskusjon, ved å oppmuntre elevene til å dele sine perspektiver og ideer. Det bidrar til å etablere en norm om å se sammenhenger mellom elevenes matematiske ideer og bygge på dem.

Samtaletrekk 5: Vente
Lærer stiller et spørsmål til en elev eller elevene for så å vente uten å si noe. Når lærer tør å vente uten å si noe kan viktige bidrag fra elevene komme inn i diskusjonen. Samtidig kommuniserer du som lærer en forventning om at alle har viktige ideer de kan bidra med i samtalen.

(Chapin, O`Connor, & Anderson, 2009) (Wæge, 2015)

3 Metode

3.1 Forskningsdesignet

Hovedhensikten med denne studien er å undersøke hva lærere gjør i utforskende matematikkundervisning og hvorvidt dette fører til læring. Studien er en kvalitativ innholdsanalyse av et utvalgt videomateriale fra LISA-prosjektet. For å undersøke lærers praksis i utforskende matematikkundervisning, skal jeg analysere utvalget utforskendematematikkundervisning som fremkommer i LISA studien. Dette kapittelet vil redegjøre for de metodiske valgene i studien, og beskrive utvalget og inklusjonskriteriene.

I første omgang vil jeg argumentere for valg av videoobservasjon som metode. Videre vil jeg trekke frem noen refleksjoner rundt dette valget. Denne delen er etterfulgt av en presentasjon og beskrivelse av LISA studien, dataene som er brukt i denne oppgaven er hentet fra denne studien. I neste delkapittel beskrives utvalget, jeg vil redegjøre for hvordan jeg har valgt ut materialet for analysen, her vil jeg beskrive utvelgelsesprosessen, inklusjonskriteriene og refleksjoner rundt utvalget og prosessen. Etiske betraktninger tiltak for å styrke studiens validitet vil også bli beskrevet i et eget delkapittel før jeg til slutt redegjør for studiens analyse strategi.

3.2 En videoobservasjonsstudie – hvorfor videoobservasjon?

Jeg har valgt metode ut ifra hva jeg mener er mest hensiktsmessig for å besvare min problemstilling (Larsen, 2017). I denne studien ønsker jeg å se på hva lærer gjør når utforskende matematikkundervisning fungerer godt. Jeg ønsker å studere lærers praksis i klasserommet og om det fungerer, altså om det fører til læring hos elevene. En kvalitativ studie egner seg godt til studier som er deskriptive og etnografiske der en ønsker å beskrive situasjoner og menneskelige handlinger (Larsen, 2017). Jeg har valgt å bruke en kvalitativ tilnærming da jeg mener dette er den mest hensiktsmessige metoden for å belyse min problemstilling. Ved å bruke videoobservasjon har jeg mulighet til å studere lærers praksis nøye og identifisere forskjeller og likheter i de ulike undervisningssekvensene.

3.2.1 Fordeler ved videoobservasjon som metode.

Det er flere grunner til at jeg mener at videoobservasjon er fordelaktig for min studie. For det første gir videoobservasjon som metode meg mulighet til å hente data direkte fra virkeligheten (Cohen, Morrison, & Manion, 2013). Da jeg bruker data som ble samlet inn i 2014/2015, var jeg følgelig ikke tilstede da dataene ble samlet inn. Siden jeg bruker videoobservasjon har jeg likevel mulighet til å observere undervisningstimene nøyaktig slik de foregikk, til tross for at det er ca. 4 år siden. Jeg ønsker å studere lærers praksis i utforskende matematikk undervisning, og er følgelig interessert i datamateriale som beskriver reelle og faktiske klasseromssituasjoner. I motsetning til en forsker som gjennomfører observasjonen selv og som baserer studien på observasjonsnotater, kan jeg som har videodata systematisk se etter mønstre som ville være umulige å observere direkte på stedet (Blikstad-Balas, 2016). Sammenlignet med andre metoder som for eksempel intervjue, gir videoobservasjon meg data på hva som faktisk foregår i klasserommet. Jeg unngår at informantene gir uklare eller for lite detaljerte beskrivelser (Cohen, Morrison, & Manion, 2013).

For det andre, når det som skal observeres tas opp på video kan materialet observeres og analyseres uendelig mange ganger. I motsetning til bruk av feltnotater der forskeren bare har en mulighet til å observere en gitt situasjon (Blikstad-Balas, 2016). Som observatør har du også mulighet til å observere samme hendelse fra flere synsvinkler, dersom det er brukt flere kameraer (Blikstad-Balas, 2016). Videoobservatører trenger ikke å bekymre seg for at viktig data skal forsvinner foran øynene deres.

Som en følge av at videoene kan observeres mange ganger, kan flere personer vurdere samme opptak sammen. Creswell (2013) hevdet at når en gruppe av mennesker kan diskutere det samme datamaterialet og gi flere tolkninger, kan denne peer-debrifingen forbedre validiteten til en studie (Blikstad-Balas, 2016). Jeg har mulighet til å diskutere utvalget og analysen av sekvensene sammen med veileder og medstudenter.

3.2.2 Ulemper ved videoobservasjon som metode

En av ulempene som ofte blir nevnt ved bruk av videodata er «kameraeffekt». Det vil si faren for at de som blir filmet blir påvirket av situasjonen og endrer adferd fra det som egentlig er realiteten (Blikstad-Balas, 2016). Da jeg skal studere matematikktimer som har blitt filmet, er det en fare for at timene ville hatt annet utfall dersom kameraene ikke var tilstede. For eksempel kan det hende at elever som til vanlig ønsker å dele sine tanker og løsninger med klassen, ikke ønsker å gjøre dette da de blir filmet. Jeg vil nevne at jeg ikke har sett noen tegn til unngåelsesadferd eller hørt noen utrykke at de ikke vil dele på grunn av kameraene. Blikstad-Balas (2016) erkjenner at kamera effekten er reel men argumenterer for at den ikke er blant de mest alvorlige ulempene ved å bruke video for å samle empiriske data. Hun kommenterer at «kameraeffekt» er litt overdrevet når det gjelder videoforskning, og at de fleste, om ikke alle, forskningsmetoder vil ha noen effekt på situasjonene de forsøker å skildre.

En av utfordringene med å bruke videodata er at det krever mye ressurser. Da jeg bruker ferdig innsamlet data slipper jeg personlig å bruke tid og ressurser på innsamling, da dette er gjort tidligere. Men det er verdt å nevne at det er brukt mye ressurser på denne jobben av andre. Samtidig for å få et godt utvalg er det nødvendig å se igjennom videoene i flere omganger, noe jeg erfarte at var tidkrevende. Til tross for at det var tidkrevende, er det nødvendig for å gjennomføre en videoobservasjon, og noe man som forsker er nødt til å ta stilling til.

Samtidig som videodata ofte beskrives som riktige, er de også alltid ufullstendige og begrensede (Blikstad-Balas, 2016). Det er plassert to kameraer i klasserommene jeg observerer, henholdsvis i hjørnet fremt i klasserommet og bakerst i klasserommet. Se kapittel 3.3- kameraløsning. Siden alle opptak er perspektiv, er enkelte elementer nødt til å bli marginalisert og utelukket. Uansett hvor mange kameraer som blir brukt og hvor mange timer innspillinger er gjort, vil videoene alltid være begrenset. Mens vi systematisk observerer hva som skjer i kameraets omfang, overser vi også systematisk alt annet. Dette har viktige metodologiske konsekvenser, særlig siden videodata kan være litt lurende. Når du ser på et opptak av en rekke hendelser, er det vanskelig å huske på alle mulighetene for det som kan foregå like utenfor kameraets omfang.

3.3 LISA-prosjektet

Datamaterialet som brukes i denne studien er hentet fra LISA-prosjektet. Prosjektet er gjennomført på Institutt for lærerutdanning og skoleforskning (ILS), ved Det utdanningsvitenskapelige fakultet ved universitetet i Oslo. LISA-prosjektet er en stor klasseromsstudie gjennomført i Norge. Datamaterialet i studien består av resultater fra nasjonale prøver over to år, videodata fra undervisning og spørreskjemaer besvart av de involverte lærerne og elevene. Jeg kommer verken til å bruke resultatene fra nasjonale prøver eller spørreskjemaene i denne studien. Se mer om dette i kapittel 5.1.1 Dataene er hentet fra

49 skoler som deltok i prosjektet og det er tilsammen 94 lærere som har sagt ja til å bli observert. Totalt rommer prosjektet 390 skoletimer med videofilmet undervisning, 195 av disse timene er fra Matematikkundervisning. LISA står for Linking Instruction and Student Achievement, hensikten med studien er å bidra til å identifisere eventuelle sammenhenger mellom det som skjer i undervisningen og det elever presterer faglig. (Blikstad-Balas et al., 2015). Da min oppgave omhandler matematikklæreres praksis og elevers læring i utforskende matematikkundervisning, mener jeg at LISA-prosjektet passer godt for meg.

Kameraløsninger.

Det er brukt en to kameraer til å filme alle klasserommene i LISA-prosjektet. Det er plassert et kamera bakerst i klasserommet som viser læreren. Det andre kameraet er plasser fremst i klasserommet, dette kameraet viser elevene. Det er plassert en mikrofon i taket i midten av klasserommet, denne fanger opp lyden fra elevene. Det er også festet en mikrofon på lærer for å fange opp hva lærer sier tydelig. Da jeg ønsker å se på utforskende matematikkundervisning kunne det vært av interesse og studert arbeidsprosessen til elevene, hvordan de går frem og hva de skriver ned. Da mikrofonene som fanger opp lyden i klasserommet henger i taket, fanger den ikke opp all diskusjonen elevene har seg imellom. Denne begrensingen er en av grunnene til at jeg har valgt å studere lærers praksis og ikke elevenes arbeidsprosess i utforskningen.

Da jeg har valgt å se på hva lærer gjør og om det kan føre til læring hos elevene er jeg interessert i å høre og se lærer godt. Det er også av interesse å høre elevene når de får veiledning fra lærer og i helklassediskusjon. Mikrofonen lærer har på seg fanger for det meste opp elevenes kommentarer og spørsmål til lærer dersom lærer er borte ved dem for å veilede. Mikrofonene i taket klarer for det meste å fange opp alle elevenes bidrag i helklassediskusjonene. Dette betyr at LISA-dataene egner seg til analysene jeg vil gjøre for å svare på problemstillingen for denne masteroppgaven.

Jeg som videoobservatør har ingen påvirkning på deltakerne i studien, da jeg kun observerer video som er samlet inn av andre. Kameraet og representantene fra LISA-prosjektet kan mulig hatt en påvirkning på lærer og elever, denne effekten kalles ofte observatøreffekt (Blikstad-Balas, 2016). Innsamlingen av datamateriale til denne masteroppgaven er gjort av forskere og assistenter på LISA-prosjektet. Under videoinnsamlingen satt LISA-representantene passivt bakerst i klasserommet. Tilstedeværelse av et kamera eller en observatør påvirker resultatene, samtidig kan denne påvirkningen avta over tid (Blikstad-Balas, 2016). På den andre siden er dette en av metodene der du faktisk kan se etter tegn på om deltakerne er opptatt av kamera (Blikstad-Balas, 2016). Tegn som at lærer ser bort på kamera, elever snur seg osv. Dette kunne blitt et mindre problem ved å filme over en lengre periode (Blikstad-Balas, 2016).

3.4 Utvalget.

Igjennom LISA- prosjektet har jeg som sagt tilgang til 49 skoler med 2-4 matematikktimer fra hver skole. Min interesse er knyttet til utforskende matematikkundervisning og jeg har derfor valgt å gjøre et utvalg for min masterstudie. Timene i LISA-prosjektet er tilordnet ulike metadata, deriblant er de kodet med PLATO kodene. Det første problemet jeg møtte på var at ingen av disse kodene går på utforskning, problemløsning, åpne oppgaver eller liknende i matematikk. I første omgang spurte jeg om tilgang på videoer som skåret 3 eller 4 på intellektuell utfordring og mulighet til å diskutere. Da utforskende matematikkundervisning gjerne er timer med problemer som diskuteres og oppsummeres i helklasse (Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008); (Goos, 2004); (Sherin, 2002). Å velge ut materialet sitt basert på slike koder kan være problematisk, da jeg ikke vet noe om hvordan utvelgelsen har foregått og jeg kan risikere å gå glipp av relevant data. (Blikstad-Balas, 2016) Etter en gjennomgang av de utvalgte timene viste det seg at de ikke var representative for det jeg ville studere. Jeg valgte derfor å gjøre utvelgelsen basert på egne kriterier.

På forhånd hadde jeg ingen kunnskap om hvor stor andel av timene i LISA prosjektet som var med utforskende matematikkundervisning. Jeg valgte derfor å gjøre utvelgelsen i to omganger.

3.4.1 Inklusjonskriterier for første utvalg

Hovedhensikten med det første utvalget var å få overblikk og skille ut de undervisningssekvensene som uten tvil ikke inneholdt muligheter for utforskning. Jeg gikk systematisk igjennom videoene ved å hoppe 5 minutters intervaller. Inklusjonskriteriet til aktivitetene jeg tok med i utvalget i første omgang er følgende. Aktiviteter som tilsynelatende ga mulighet for flere løsninger eller løsningsstrategier og som gir mulighet for utforskning. Nesten alle aktiviteter som ikke er rutineoppgaver eller som har en oppskrift som elevene følger. Utvalget ble på rundt 40 undervisnings sekvenser (40-100 min).

3.4.2 Inklusjonskriterier for andre utvalg

I denne studien ønsker jeg å studere hva lærer gjør i matematikkundervisning der elevene må bruke sin matematiske kompetanse aktivt til å finne løsning på en utfordring. Så hensikten med det andre utvalget var å sitte igjen med videoer fra klasserom der elevene gjør nettopp dette. Jeg ønsket derfor å utarbeide noen inklusjonskriterier som inkluderer nettopp slik utforskende matematikk undervisning. Inklusjonskriteriene er basert på teorien presentert i kapittel 2.1. Kriteriene jeg har valgt å bruke i denne studien ser utelukkende bare på utfordringen elevene skal jobber med. De tre inklusjonskriteriene jeg endte med å bruke for å velge ut timer med utforskende matematikkundervisning er:

(1) Elevene blir presentert for en utfordring der en matematisk undersøkelse er nødvendig for å løse oppgaven,

(2) Ingen begrensning i bruk av strategi,

(3) Aktiviteten er åpen for flere svar eller flere løsningsstrategier.

Da jeg mener detter er tre kriterier som dekker karakterisering av utforskende matematikkundervisning som brukes i denne oppgaven.

Utforskende matematikkundervisning karakteriseres ved at den er elevsentrert, elevene utforsker matematiske utfordringer. (1) Oppgaver hvor en matematisk undersøkelse er nødvendig for å løse oppgaven. (2) Løsningsstrategi blir ikke demonstrert før elevene får arbeide med oppgaven, elevene må selv velge strategi for å løse oppgaven. (3) Det er sentralt at oppgavene gir mulighet for utforskning, ved at den kan ha flere løsninger i form av strategier, svar eller begge. Lærer opptrer som en veileder som oppfordrer elevene til å utforske.

I det andre utvalget så jeg igjennom de 40 videoene som ble inkludert i det første utvalget. Det var utfordrende i flere tilfeller å vurdere om en time skulle inkluderes eller ekskluderes av kriteriene. Det var til stor hjelp å diskutere med medstudenter og veileder. Det var ikke alltid lett å forstå hva som er inneholdt i matematisk utforskning eller hvor streng jeg skulle være i om lærer setter begrensning i strategi. For å gi en bedre forståelse av inklusjonskriteriene og følgelig utvalget i denne studien, ønsker jeg å beskrive noen timer som ble ekskludert av disse inklusjonskriteriene, se kapittel 3.4.3. Utvalget jeg sitter igjen med etter disse inklusjonskriteriene er 5 undervisningsøkter fra 4 forskjellige lærere, fra 4 ulike skoler.

	Inklusjonskriterier	Antall matematikktimer
LISA-studien		195
1. utvalg	Aktiviteter som tilsynelatende gir mulighet for flere løsninger eller løsningsstrategier og som følgelig gir mulighet for utforskning.	40
2. utvalg	(1) Elevene blir presentert for en oppgave eller situasjon der en matematisk undersøkelse er nødvendig for å løse oppgaven, (2) Ingen begrensning i bruk av strategi, (3) Aktiviteten er åpen for flere svar eller flere løsningsstrategier.	5

Tabell 1: Beskrivelse av inklusjonskriteriene brukt i denne analysen

Her ser vi at etter det første utvalget satt jeg igjen med 40 videoer fra matematikktimer, fra dette utvalget fikk jeg til slutt ut 5 videoer fra matematikkundervisning fra 4 forskjellige lærere. De fem undervisningstimene vil derfor utgjøre 4 sekvenser, se beskrivelse av utvalget i kapittel 3.5.

3.4.3 Diskusjon av inklusjonskriteriene

I denne studien har jeg valgt å bruke tre inklusjonskriterier for hva som er utforskende undervisning. Dette er tre kriterier som kan og som burde diskuteres. Som jeg har vært inne på tidligere, i teoridelen, er det mange ulike definisjoner av hva utforskende matematikkundervisning er. Det var følgelig vanskelig å utarbeide inklusjonskriterier som omfavnet slik undervisning uten å bli for vage eller for spesifikke. Noen definisjoner av utforskende undervisning går på hvordan timen legges opp, gjerne med en tredelt struktur. Henholdsvis; presentasjon av aktivitet, arbeid med aktiviteten og diskusjon av aktiviteten. Dersom jeg hadde sett etter undervisning som kun har slik tredeltstruktur, ville jeg fått et annet utvalg. I dette utvalget kunne jeg studert hva slags oppgaver som fører til slik tredelt undervisning eller sammenlignet diskusjonene av oppgavene med mer. Da jeg ønsker å studere hva lærer gjør som kan føre til læring, valgte jeg å lage kriterier som går på oppgaven/aktiviteten, slik at jeg ikke setter noen begrensninger i hva lærer gjør. Med disse kriteriene setter jeg begrensning i at elevene må gjøre en liten eller stor matematisk utforskning, de må selv velge hvordan de ønsker å angripe oppgaven og oppgaven må følgelig være åpen for flere løsninger. Disse kriteriene åpner for at jeg kan få ut sekvenser som er over flere timer eller bare over noen minutter. Aktivitetene kan diskuteres, men kriteriene setter ingen begrensning i om aktiviteten blir diskutert. Det er heller ingen begrensing i hvor mange løsninger elevene kommer frem til, men muligheten for flere løsninger er der.

Under er det presentert to eksempler på aktiviteter som ble ekskludert av henholdsvis inklusjonskriteriene 1 og 2. Dette gjør jeg for å gi leseren en bedre forståelse av disse kriteriene.

Eksempel 1: *Lærer viser et bilde på tavlen, elevene får i oppgave å lage en matematikkoppgave til bildet. Bildet er av forskjellig type frukt med tilhørende prislapp. Målet med aktiviteten er at elevene skal lage et algebraisk utrykk.*

Denne aktiviteten inkluderes av henholdsvis inklusjonskriteriet 2 og 3. Aktiviteten ekskluderes derimot av inklusjonskriteriet 1, da det ikke var nødvendig med en matematisk undersøkelse for å løse den.

Eksempel 2: *Elevene skal gjøre en praktisk oppgave med fallende muffinsformer. Målet med aktiviteten er at elevene skal måle hvor lang tid muffinsformer bruker på å falle en gitt høyde og deretter regne gjennomsnittet.*

Denne aktiviteten inkluderes av henholdsvis inklusjonskriteriet 1 og 3, da dette er en aktivitet der elevene er aktive og gjennomfører en matematisk utforskning. Det er ikke nødvendig med en undersøkelse for å løse oppgaven, men det gjennomføres en undersøkelse av sammenheng mellom tid og antall muffinsformer. Det er derimot 2. inklusjonskriteriet som tar denne aktiviteten ut av utvalget. Lærer deler ut en detaljert beskrivelse av forsøket med en ferdig tabell som elevene skal fylle inn med tidspunkter og antall muffinsformer. Oppskriften gjør aktiviteten mer lukket og fjerner muligheten for å finne en egen løsning og løsningsstrategi på aktiviteten.

3.5 Beskrivelse av det endelige utvalget

Utvalget for denne studien består av 5 matematikktimer fra totalt 4 lærere, se kapittel 3.4.2. Utvalget består av fire utforskendeaktiviteter som henholdsvis fire lærere gjennomfører, en av aktivitetene gjennomføres over to undervisningstimer. Videre i oppgaven beskriver jeg de fire utforskende aktivitetene for henholdsvis Sekvens 1, sekvens 2, sekvens 3 og sekvens 4. Tabell 2 gir en kort presentasjon av sekvensene. Her fremkommer antall elever i klasserommet, lengde på sekvensen og tema for sekvensen.

	Lærer 1	Lærer 2	Lærer 3	Lærer 4
Antall elever	21	11	21	21 (+ noen som ikke er med i studien)
Tid med utforskende matematikkundervisning	Ca. 30 min.	Ca. 65 min	Ca. 65 min (33+ca 30)	Ca. 35 min
Tema	Konkurranse, ulike tekstoppgaver.	Introduksjon algebra. Sier at han ønsker å vise elevene at vi tenker algebraisk til vanlig.	Statistikk, elevene skal lage en matematisk modell.	Vise hvordan algebra kan brukes i virkeligheten.

Tabell 2:Presentasjon av sekvensene som er analysert i denne studien.

3.6 Operasjonalisering av «om det fungerer»

Jeg ønsker å studere hva lærere gjør i utforskende matematikkundervisning, *når det fungerer*. Men hva vil det egentlig si at det fungerer og hvordan kan jeg igjennom videoobservasjon måle om noe fungerer? Hjardemaal, Kleven, & Tveit, (2014) kaller dette for målingsproblemet i pedagogisk forskning. Vi ønsker gjerne å finne svar på om elevene er motiverte, trives eller som i dette tilfellet om lærers praksis fungerer. Dette er teoretiske begreper som ikke er direkte observerbare. For å kunne si noe om lærers praksis fungerer må jeg bestemme meg for noen observerbare tegn som kan regnes som indikatorer på at det fungerer. Å bestemme slike indikatorer er det Hjardemaal, Kleven, & Tveit, (2014) kaller å definere begrepet operasjonelt. De påpeker at det er umulig å finne observerbare indikatorer som fullt ut dekker et teoretisk begrep, det er ikke mulig å måle et slikt begrep på en helt adekvat måte. (Hjardemaal, Kleven, & Tveit, 2014) Jeg må derfor operasjonalisere begrepet «fungerer» så godt jeg kan, selv om målingene ikke vil være helt riktige.

En operasjonalisering av «om det fungerer» i denne studien vil være de observerbare trekk ved undervinsingen som, sett opp mot teori, er læringsfremmende. For eksempel ser jeg på om det oppstår diskusjon i helklasse, og hvorvidt den gjennomføres på slik måte at den kan føre til læring og i hvilken grad dette gjelder for alle elevene i klassen.

3.7 Forskningsetikk og validitet

Det er viktig å ivareta validiteten til forskningen, samt gjennomføre et etisk forskningsarbeid. Det handler om å behandle informasjon med forsiktighet både i løpet av datainnsamlingen og når materialet skal presenteres for andre. I denne delen vil jeg reflektere over oppgavens og studiens validitet og reliabilitet, samt etiske refleksjoner rundt forskningen.

3.7.1 Forskningsetikk

Forskning er søken etter ny og bedre innsikt. I matematikkdidaktikken som vitenskapsområdet forskes det på matematikk som skolefag, elevers læring og matematikkens og matematikkundervisningens rolle i samfunnet, både historisk og nåtid. Forskningens troverdighet er avhengig av at forskerne følger de etiske prinsippene for forskningen. De nasjonale forskningsetiske komiteene har en rekke retningslinjer som skal bidra til at forskning i offentlig og privat regi skjer i henhold til anerkjente etiske normer. I didaktisk forskning er det ofte elever og lærere som blir undersøkt. I forskningsetikken skal ikke enkeltindividers interesse og integritet settes til side i forskningen for å oppnå økt innsikt. Forskeren skal respektere deltagernes autonomi, integritet, frihet og medbestemmelse. Forskeren skal gi forskningsdeltagerne tilstrekkelig informasjon om forskningsfeltet, forskningens formål, hvem som har finansiert, hvem som får tilgang til informasjonen, hvordan informasjonen skal brukes og følgene av å delta. Alle deltakerne må samtykke til å delta, dette samtykket skal være fritt, informert og uttrykkelig (NESH, 2016).

Før LISA-prosjektet startet videoobservasjonen fikk alle deltakere utdelt informasjon om prosjektet, og forskerne har mottatt samtykkeerklæring fra elever, lærere og foresatte som deltok. Det ble i tillegg informert om at deltakelse var frivillig, og at det var mulig å trekke seg når som helst i prosessen dersom de ønsket det. Dette er i tråd med NESH (2016) retningslinjer for informert og fritt samtykke. Elever som ikke ville delta i studien fikk tilbud om undervisning på grupperom eller lignende, slik at de ikke ble inkludert i videomaterialet. I tillegg til dette fikk deltakerne forsikringer om at datamaterialet skulle anonymiseres.

Mye av det etiske hensynet er ivaretatt før jeg fikk tilgang på datamaterialet, det er imidlertid vesentlig at jeg som forsker behandler all informasjon konfidensielt og fortrolig. All informasjonen og materialet som fremkommer skal brukes til det deltagerne har samtykket til og personlige opplysninger skal anonymiseres. Før jeg kunne benytte meg av datamaterialet fra LISA-prosjektet måtte jeg skrive under på et dokument om taushetsplikt. I tillegg fikk jeg tilgang til en video-lab ved UiO hvor jeg kunne observere og analysere videodataene. Alt materialet som ble tatt med ut fra labben ble anonymisert. For å sikre konfidensialiteten til lærer og elever i denne studien, har jeg anonymisert navn på lærere og elever både i transkripsjonen og i selve oppgaven. Dette er viktig for forskerens troverdighet og deltakernes tillit til forskningen. (NESH, 2016)

3.7.2 Validitet

Validiteten eller gyldigheten til studien handler om hvorvidt det er dekning for fortolkingene av funn og resultatene i studien. Jeg ønsker her å trekke frem noen refleksjoner rundt oppgavens validitet. Det vil samtidig fremkomme refleksjoner rundt oppgavens styrker svakheter, generaliserbarhet og validitet i de ulike kapitler der det er relevant.

En sosial virkelighet er i stadig utvikling og endring, slik at en virkelighet på et tidspunkt, godt kan være feil på et annet tidspunkt. I videoobservasjon vil påvirkningen fra LISA-prosjektet være tilstedeværelsen til forskningsassistenten og i hvilken grad kameraeffekten (Blikstad-Balas, 2016) påvirker deltakerne i klasserommet. Blikstad-Balas (2016) viser til tidligere forskning som viser at informanter som blir filmet fort venner seg til at kameraet er i klasserommet, og de glemmer at de blir filmet. Innsamlingen av LISA-dataene tok hensyn til dette, og filmet fire suksessive timer i klasserommet.

En av utfordringene med å bruke observasjon som metode er nettopp å gjenfortelle observasjonene på en pålitelig måte. Kredibiliteten til en studie økes ved å gi rike og detaljerte beskrivelser av omgivelsene, deltagerne og konteksten for studien. (Creswell & Miller, 2000) Observasjonsbeskrivelser og transkripsjoner fra mine videoobservasjoner presenteres i analysekapittelet. I analysen ønsker jeg å gi detaljerte og rike beskrivelser slik at det er mulig for leseren å sette seg inn i situasjonen i de ulike klasserommene. Hensikten er å gi leseren en følelse av å ha opplevd eller kunne opplevd situasjonene selv.

For å opprettholde troverdigheten til funnene og tolkningene som kommer frem i denne studien, har jeg for det første gjort gjentatte observasjoner og analyser av materialet. Dette for å øke sikkerheten rundt kodingen, transkripsjonen og for å sikre at jeg er konsekvent hele veien i analysen. Dette for å styrke også studiens reliabilitet. Inklusjonskriterier, kodene og observasjonene er kontrollert og diskutert med veileder flere ganger underveis i analysen. Denne forskertrianguleringen motvirker bias, og gir resultatene større troverdighet. (Creswell & Miller, 2000) Vi er flere studenter som har analysert med videodata fra LISA-studien, gjennom hele analysen har vi diskutert funn og analyser med hverandre.

3.8 Analysestrategi

Formålet med min observasjon er klart; jeg ønsker å finne ut hva lærere gjør i utforskende matematikkundervisning da dette fungerer godt. Kriteriene for hva som er interesant og ikke i helhold til dette formålet er ikke bestemt på forhånd. Jeg har valgt som observatør å selv ta stilling til hva som er mest interessant å fokusere på, da jeg tror dette vil gi meg mer interesante funn. (Hjardemaal, Kleven, & Tveit, 2014)(s.41) Jeg har derfor valgt å transkribere hele utvalget mitt, samt kode det lærer sier med koder for samtaletrekk. Transkribsjonene mine består av alt lærer sier, samt alt elevene sier i helklasse og i interaksjon med lærer. I transkribsjonene skiller jeg på hvilken elev som sier hva, da dette gir meg data på hvor mange elever som er muntlig aktive. Lærers samtale med elevene er kodet med Chapin, O`Connor og Anderson (2009) sine samtaletrekk beskrevet i kappittel 2.8, samtaletrekkene er også presentert i Tabell 3: Beskrivelse av kodene for samtaletrekk brukt i denne analysen, i delkapittel 3.8.1. Dette gir meg data på om lærer bruker samtaletrekk som kan bidra til matematisk diskusjon som er læringsfremmende for elevene.

Analysen av datamaterialet i denne studien tilsvarer en innholdsanalyse, (Larsen, 2017) da innholdsanalyse handler om å finne sammenhenger, gjøre sammenligninger og stille spørsmål. De identifiserte mønstrene vurderes til slutt i forhold til eksisterende forskning og teori. Min analyse startet med at jeg kodet tekstmaterialet, her videoene og transkripsjonene. Datamaterialet undersøkes så for å identifisere meningsfulle mønstre eller prosesser, disse presenteres i analysekapittelet. Disse funnene vil jeg vurdere og diskutere i forhold til eksisterende forskning og teorier presentert i teorikapittelet.

3.8.1 Analysekategorier

Nedenfor ser du Matematikksenteret sin oversikt over de fem samtaletrekkene, med oversikt over hvordan dette kan høres ut i klasseroms samtalen, forklaring på hva lærer gjør og fordelen med å bruke dette samtaletrekket. (Chapin, O`Connor, & Anderson, 2009); (Wæge, 2015)

Samtaletrekk	Hva en lærer gjør	Fordeler
1. Gjenta «Så du sier.?»	Repetere deler eller alt en elev sier, og ber deretter eleven respondere og bekrefte om det er korrekt eller ikke	Gjør elevenes ideer tilgjengelig for læreren og andre elever slik at de kan forstå dem. Elevene for «rom til å tenke» slik at de lettere kan følge med på det matematiske innholdet.
2. Repetere «Kan du gjenta hva han sa med dine egne ord?»	Spør elev om å gjenta en annens elevs resonnering	Gir elevene mer tid til å fordøye en ide, samt å høre den på en annen måte. Får bekreftet at andreelever virkelig hørte ideen til eleven. Viser elevene at deres matematiske ideer er viktige og blir tatt på alvor.
3. Resonnere «Er du enig eller uenig, og hvorfor?» «Hvorfor gir dette mening?»	Spør elevene om å bruke deres egen resonnering på noen andres resonnering	Inngangsdør for å få fram elevenes tenkning. Porsjonerer elevenes matematiske ideer som viktige. Hjelper elevene med å engasjere seg i hverandres resonnering.
4. Tilføye «Har du noe du vil tilføye?»	Prøver å få elevene til å delta i en videre diskusjon.	Oppmuntrer elevene til å dele sine ideer. Bidrar til å etablere en norm om å se sammenhenger mellom elevenes matematiske ideer og bygge på dem.
5. Vente «Ta den tiden du trenger … vi venter …»	Venter uten å si noe.	Bringer viktige bidrag fra elever inn i diskusjonen. Kommuniserer en forventning om t alle har viktige ideer de kan bidra med.

Tabell 3: Beskrivelse av kodene for samtaletrekk brukt i denne analysen

4 Analyse

I dette kapittelet presenteres analysen av dataene mine. Analysen vil bestå av tre deler. I den første delen analyser jeg aktivitetene som er valgt ut i de fire sekvensene. Denne analysen vil ta for seg lærernes motivering av aktivitetene og karakteristikken av aktivitetene lærerne har valg ut. I den andre delen skal dataene analyseres opp mot hvorvidt lærers praksis fremmer relasjonellforståelse. Den siste delen vil analysere klasseroms dialogen og lærers bruk av samtaletrekk opp mot hvorvidt det fremkommer noen form for diskurssamfunn. Jeg vil helt først trekke frem det første funnet i denne studien, nettopp andelen utforskendematematikkundervisning i LISA-studien.

4.1 Forekomsten av utforskendematematikk i LISA-materialet

Ved bruk av inklusjonskriteriene for 1. utvalg, beskrevet i kapittel 3.4.1, fant jeg i mine analyser at 40 av de 195 undervisningstimene, i LISA-studien, er undervisningstimer hvor elevene arbeider med aktiviteter som gir mulighet for flere løsninger eller løsningsstrategier. Av de 40 undervisningstimene fra 1. utvalg fant jeg i min analyse 5 undervisningstimer som tilfredsstilte inklusjonskriteriene jeg brukte i 2. utvalg, beskrevet i kapittel 3.4.2. De 5 undervisningstimene som fremkom fra 2. utvalg, er matematikkundervisning hvor elevene må gjennomføre en matematisk undersøkelse, lærer setter ingen begrensning i strategibruk og aktiviteten er åpen for å løses på flere måter. Det vil si at i 80% av undervisningstimene som er med i denne studien, forekommer det ingen aktiviteter som gir mulighet for flere løsninger eller løsningsstrategier. Utvalget matematikkundervisning i LISA-studien som tilfredsstiller denne analysens kriterier for utforskende matematikkundervisning er så lite som 2,5 %. Dette funnet diskuteres i kapittel 5.1.2.

4.2 Beskrivelse av sekvensene

I dette delkapitlet gir jeg en oversikt over de fire sekvensene hvorav den ene består av to undervisningstimer, jamfør kapittel 3.5. Jeg gir informasjon om hvor mange lærere og elever som er med i sekvensen, med et lite overblikk over hva som skjer i hver sekvens.

Beskrivelse av innholdet i sekvens 1

Det er to lærere inne i klasserommet i denne sekvensen, en praksisstudent (L1) og en faglærer (L2). Det er tilsammen 21 elever i klasserommet. I denne sekvensen har L1 en konkurranse med utforskende matematikkoppgaver. Se eksempler på to av oppgavene i figur 1. Sekvensen varer i totalt 33 minutter. Vi får vite at dette er siste time før vinterferien og siste dag praksisstudenten er i praksis på skolen. Elevene blir plassert i grupper på 3-4, det blir totalt 6 grupper. L1 gjennomfører aktiviteten, L2 opptrer som ekstra hjelp. Da dette er en konkurranse diskuterer elevene oppgavene lavt. Dette gjør det vanskelig å høre hva som blir diskutert. L1 leser en og en oppgave høyt for så å gi elevene tid til å løse oppgaven. L1 gir ulik tid til hver oppgave, dette ser det ut som han har planlagt på forhånd. Tiden virker rimelig da elevene ikke klager på at det er for mye eller for liten tid. Lærer gir ingen annen hjelp enn at han repeterer oppgaveteksten flere ganger. Det er til sammen 9 oppgaver. Til slutt gjennomgår lærer fasit og de skal kåre en vinner.

Oppgave 6: det er 50% sjans for at det kommer regn på lørdag og det er 50%sjans for at det kommer regn på søndag. Hva er sannsynligheten for at det kommer regn i helgen? *Oppgave 9: Ved hjelp av et 3-liters spann og et 5-liters spann skal du måle opp 4 liter vann. Spannene er ikke graderte, og du har ubegrensede mengder vann. Hvordan vil du måle opp 4 liter vann med disse spannene?*

Tabell 4:Beskrivelse av to av oppgavene som brukes i sekvens 1

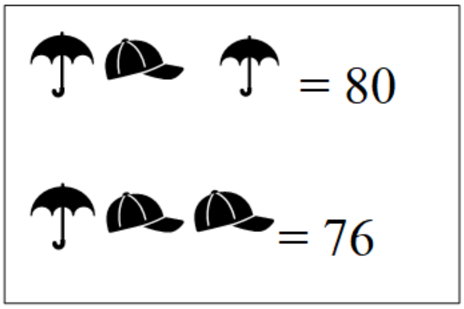
Beskrivelse av innholdet i sekvens 2

I denne sekvensen er en lærer og tilsammen 11 elever inne i klasserommet, elevene sitter to og tre sammen hele timen. Sekvensen er en oppstart på et nytt tema og varer i 1 time og 15 minutter. Læreren bruker flere oppgaver og aktiviteter til å introdusere temaet for elevene.

Sekvensen starter med at lærer spør elevene hva de har gjort i helgen og alle elevene ønsker å dele hva de har gjort. Lærer forteller klassen at de skal starte opp med et nytt tema denne timen, algebra, han presiserer at de skal starte rolig. Lærer viser et bilde at to kombinasjoner av kapser og paraplyer på tavlen, dette bildet er utgangspunkt for samtalen og oppgavene i første aktivitet. Oppgavene elevene får er ganske små i omfang, istedenfor å be elevene finne prisen av de to gjenstandene med en gang, deler han opp slik at de først ser på ulike egenskaper og kombinasjoner før de til slutt får lov til å prøve å finne prisen. Andre del av sekvensen bruker lærer et nytt bilde som utgangspunkt, nå et bilde av ulike langbord med stoler. Lærer gjør det samme med denne oppgaven, han deler opp spørsmålene i mindre spørsmål. Til slutt gjennomfører læreren en liten aktivitet som ofte kalles *funksjonsmaskinen*. Aktivitetene og oppgavene er presentert i Figur 2. Hele sekvensen er preget av mye muntligkommunikasjon. Elevene får mulighet til å diskutere oppgavene med hverandre og det er mye helklassediskusjon, lite lærer monolog. Alle elevene er muntlige aktive denne timen og store deler av elevene er muntlig aktive i helklasse.

Aktivitet 1: Tar utgangspunkt i et bilde av to kombinasjoner av kapser og paraplyer, se figur 1.

Oppgave 1a: Ut ifra bildet (Figur 2), er kapsen eller paraplyen dyrest?
Oppgave 1b: Ta de to kombinasjonene og kombiner de til nye kombinasjoner med nye priser.
Oppgave 1c: Kan vi finne ut hva en kaps og en paraply koster?



Aktivitet 2: Tar utgangspunkt i samme oppgavetekst og bilde som brukes i sekvens 4. (Se oppgavene: Sekvens 4) Lærer ber ikke elevene gjøre oppgaven men stiller følgende spørsmål:

Oppgave 2a: Kan dere si noe om økningen av bord og stoler med ett muntlig språk?
Oppgave 2b: Hvordan blir plasseringen med fire bord, hvor mange stoler blir det?
Oppgave 2c: Også står det figur nummer N, hva tror dere nummer N står for?

Aktivitet 3: Her bruker lærer en kalkulator som en funksjonsmaskin. Elevene gir han tall som han putter inn i en funksjon og gir elevene tilbake ett svar.

Oppgave 3: Gi meg ett tall fra 1 til 10 også trykker jeg på er lik knappen og får ett nytt tall. Hva har jeg gjort på kalkulatoren?

Tabell 5:Beskrivelse av oppgavene som blir brukt i sekvens 2

Beskrivelse av innholdet i sekvens 3

I denne sekvensen er det en lærer og tilsammen 21 elever inne i klasserommet. Sekvensen går over to undervisnings økter i tillegg arbeider elevene med oppdraget i et friminutt. Temaet de arbeider med er statistikk, det kommer frem at de har arbeidet med temaet en stund. Oppgaven elevene får er å finne en metode for å anslå hvor mange mennesker som er på en stor plass, som for eksempel en konsert eller et demonstrasjonstog. I grupper skal elevene lage en plan på hvordan de vil gå frem. Første økt starter med at lærer presenterer oppgaven med et eksempel fra en lokal festival. Elevene blir delt inn i grupper på 5-6 elever, det blir til sammen 4 grupper. Elevene får god tid til å finne en metode. Halvveis i timen ønsker lærer at elevene deler metodene og ideene sine med resten av klassen før de får mer tid til å videreutvikle metoden sin. Lærer går rundt og veileder og stiller spørsmål mens de jobber. Denne sekvensen består av to undervisningstimer, før den andre undervisningstimen har elevene vært ute og prøvd ut metoden sin. Den siste timen får gruppene presentere resultatene sine. Sekvensen avslutter med at alle elevene får en individuell oppgave, nå skal de skrive med hvilken metode de ville brukt dersom de skulle gjort oppgaven på nytt.

Aktivitet 1: Her arbeider elevene i grupper, oppgaven tar utgangspunkt i en lokal konsert.
Oppgave 1a: Lage en modell for hvordan dere vil anslå hvor mange folk som er på en konsert.
Oppgave 1b: Prøve ut planen ved å telle hvor mange elever det er i skolegården i ett friminutt.
Aktivitet 2: Her arbeider elevene individuelt, aktiviteten bygger på aktivitet 1.
Oppgave 2: Hva ville du gjort dersom du skulle telt en stor gruppe mennesker, du står helt fritt til å ta den metoden du mener er best uavhengig av hva gruppen mente.

Tabell 6 . Beskrivelse av oppgavene som blir brukt i sekvens 3

Beskrivelse av innholdet i sekvens 4

I denne sekvensen er en lærer og til sammen 21 elever med på opptaket og noen elever blir plassert utenfor kameraets vinkel da de ikke vil være med i studien. Timen starter med at lærer presenterer en samarbeidsoppgave i algebra. Oppgaven er den samme som brukes i sekvens 2, som tar utgangspunkt i et langbord med stoler rundt. Oppgaven er beskrevet i figur 3. Elevene får beskjed om å løse oppgavene i par og dersom de skulle bli ferdig kan de jobbe med oppgaver i læreboken. Når elevene har fått tid til å løse oppgavene, gjennomgår de oppgavene i fellesskap. I gjennomgangen kommer en og en elev opp på tavlen og presenterer løsningen sin for resten av klassen. Til hver deloppgave kommer det frem 2 eller 3 elever som har løst oppgaven på forskjellige måter. Lærer kommenterer og sammenligner svarene. Sekvensen avsluttes med at lærer oppsummerer det de har jobbet med.

Aktiviteten er basert på samme bilde som brukes i sekvens 2 aktivitet 2. Her er aktiviteten delt opp i tre del oppgaver.

Oppgave 1a: hvor mange stoler blir det plass til dersom det er fire små bord?

Oppgave 1b: Hvor mange stoler blir det dersom det er 25 små bord?

Oppgave 1c: Hvor mange stoler blir det plass til dersom vi har N små bord? Vi vet ikke antallet men kan dere si noe generelt om hvor mange stoler det blir dersom vi har ett ukjent antall småbord som vi kaller N.

Tabell 7: Beskrivelse av aktiviteten brukt i sekvens4, samt i sekvens 2

4.3 Oversikt over resultatene og om fremstilling av datamaterialet

For å gjøre det oversiktlig for leseren har jeg samlet resultatene fra analysen, av de fire sekvensene, i Tabell 8: Presentasjon av læringsfremmende trekk, ved lærers praksis og undervisning, som fremkommer i denne analysen. I tabellen fremkommer det hvorvidt de observerbare trekkene kommer til syne i de fire sekvensene.

Læringsfremmende trekk lærers praksis og undervisningen.	Sekvens 1	Sekvens 2	Sekvens 3	Sekvens 4
Lærer bruker aktiviteter som er virkelighetsnære og som elevene kan relatere seg til.	Ja	Ja	Ja	Ja
Aktivitetene kan karakteriseres som et undersøkelseslandskap.	Nei	Nei	Nei	Nei
Aktivitetene er elevsentrerte.	Ja	Ja	Ja	Ja
Lærers praksis i undervisningen fremmer en relasjonell forståelse hos elevene.	Nei	Ja	Ja	Ja
Gir elevene mulighet og tid til å diskutere aktivitetene	Ja	Ja	Ja	Ja
Gir alle elevene mulighet til å dele sine løsninger med resten av klassen	Nei	Ja	Ja	Ja

Lærer oppfordrer elevene til å stille spørsmål ved matematikken som presenterer.	Nei	Ja	Nei	Ja
Lærer fremmer en kollektiv forståelse av matematikken ved å sammenligne løsningene som blir presentert.	Nei	Ja	Nei	Ja

I de neste kapitlene presenterer jeg transkripsjoner og observasjonsdata. Transkripsjonene har fått navn T1 – T12. I transkripsjonsdataene skilles det imellom hvem som snakker med nummerering. For eksempel L1 og L2 eller E3 og E5, dette representerer da ulike lærere og elever inne i klasserommet. Jeg ønsket data på hvor mange og hvilke elever som deler sine løsninger og deltar i diskusjonene. Denne oversikten fikk jeg med å lage et nummerert

Tabell 8: Presentasjon av læringsfremmende trekk, ved lærers praksis og undervisning, som fremkommer i denne analysen

klassekart som jeg hadde foran meg da jeg transkriberte. I sekvens 3 arbeider elevene i grupper, her valgte jeg å skille imellom gruppene i transkripsjonen og ikke imellom elevene da det var vanskelig å høre hvilke elever som snakket i gruppen.

4.4 Lærernes motivering av aktivitetene

Når en skal studere hva lærer gjør i utforskende matematikkundervisning er det interessant å se hvordan lærerne introduserer/motiverer temaet og aktivitetene. Det er lærer sin oppgave å oppfordre elevene til å utforske den matematiske aktiviteten. (Skovmose, 1998) Det er følgelig av interesse å se på hvordan timen starter og om lærer motiverer aktivitetene på en spesiell måte. Aktivitetene og oppgavene er presentert i henholdsvis i Tabell 4, Tabell 5, Tabell 6 og Tabell 7 i kapittel 4.2.

Lærers motivering av aktiviteten i sekvens 1

Sekvens 1 skiller seg fra de andre tre, da den er en konkurranse. Lærer utrykker ingen hensikt med aktiviteten i oppstarten. Vi får vite at denne undervisningstimen er den siste før ferien samtidig som det er siste time lærer er der i praksis. Min tolkning er at hensikten med aktiviteten er å gjøre noe gøy før ferien og som en avslutning på praksisperioden.

Lærers motivering av aktiviteten i sekvens 2

Dette eksempelet er fra oppstarten i sekvens 2, her har lærer ventet i 7 minutter på at alle elevene skal komme inn i klasserommet. Denne tiden har han brukt på å prate med elevene om hva de har gjort i helgen. Transkripsjonene under er utdrag av det lærer sier i oppstarten som omhandler temaet elevene skal arbeide med.

T1 [00:07:23 - 00:09:03]

L: I dag skal vi starte med et nytt kapittel. Og jeg har hørt at det er mange her i klassen og på 8.trinn som har hørt om kapitlet. For det heter Algebra.

…

L: Men det skal dere vite! Dere tenker, uten at dere vet det, veldig ofte på en algebraisk tankemåte. Så uten at dere selv vet det har dere helt sikkert tenkt en måte som kalles algebraisk. Så det er ikke så ukjent.

…

L: Vi skal starte veldig rolig! Oppgave på smartboard. Bra om dere er to og to.

…

L: Som i algebra og alt annet kan det være veldig enkle oppgaver også kan det være veldig vanskelige oppgaver.

T1 viser at lærer introduserer et nytt tema for elevene, nettopp algebra. Temaet presenteres som noe elevene allerede kjenner til, uten at de kanskje er klar over det selv. Lærer utrykker at de skal ta det rolig og at oppgaver i algebra kan variere fra veldig lette til veldig vanskelige.

Lærers motivering av aktiviteten i sekvens 3

Lærer starter timen med å fortelle om en lokal festival, flere av elevene utrykker at de kjenner til festivalen og har vært der selv. På tavlen viser lærer et bilde av publikum.

T2 [00:04:50 - 00:06:23]

L: Hvis man leser nyhetene så anslo de at det var mellom 10 000-12 000 mennesker som var samlet her. (viser bilde av publikum)

L: Og denne oppgaven her går ut på, hvordan kan vi finne ut hvor mange folk som er her? Hvordan kan vi si 10000 her?

…

L: Er det andre ting vi kan telle? Som det er viktig å telle? Se for dere at dere er på torget og at dere er journalist, hvordan kan dere telle alle folkene her. For de kan jo ikke bare gjette heller, for da tror jeg de blir busta for å drive med dårlig journalistikk.

T2 viser at lærer introduserer et problem som elevene skal løse. Aktiviteten introduseres med et eksempel fra virkeligheten som viser problemet. Lærer oppfordrer elevene til å se for seg at de er journalister som er på jobb som selv skal løse dette problemet.

Lærers motivering av aktiviteten i sekvens 4

Dette eksempelet er fra oppstarten i sekvens 4, her går lærer raskt i gang med aktiviteten. I eksempelet beskriver lærer målet med aktiviteten samtidig som hun viser et bilde av problemstillingen med oppgavetekst.

T3 [00:05:41 - 00:05:47]

L: Vi skal starte med en liten samarbeidsoppgave.

L: Målet med denne oppgaven er det at dere skal kunne se hvordan vi kan benytte algebra i praktisk regning. Når kan vi trenge algebra? Og hva kan vi bruke det til som skal hjelpe oss til å gjøre ting enklere. For det er et spørsmål som ofte kommer. Hva skal vi med dette? Og dette kan være et eksempel.

T3 viser at lærer introduserer aktiviteten med at den skal hjelpe elvene å se hvorfor de lærer algebra. L utrykker at aktiviteten skal hjelpe elvene til å se hvordan algebra kan gjøre ting enklere.

Oppsummering av lærers motivering av aktivitetene

Vi ser her at tre av de fire lærerne introduserer aktivitetene med å koble aktiviteten mot virkeligheten. I sekvens 2 introduserer lærer aktiviteten med å fortelle elevene at de faktisk tenker algebraisk uten at de vet det selv. I sekvens 3 kobler lærer aktiviteten opp mot et yrke elevene antagelig kjenner godt, samt en lokal konsert flere av elevene har vært til stede på. I sekvens 4 sier læreren helt konkret at målet med aktiviteten er at elevene skal se hvordan de kan benytte algebra i praktisk regning. Lærer påpeker at hun ønsker at elevene skal se hvordan matematikken kan hjelpe dem å gjøre situasjoner lettere. Ved å bruke eksempler fra hverdagslivet kan du som lærer trekke inne elevers erfaringer. Oppgavene kan oppleves mer konkret for elevene og det kan øke elevenes positive holdninger til faget. (Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008) Mine observasjoner indikerer at lærerne i sekvens 2, 3 og 4 ønsker å motivere aktiviteten med å koble fagstoffet til elevenes hverdagsliv.

Ta for eksempel aktiviteten i sekvens 3, det er tenkelig at oppgaven ville oppleves mer vanskelig for elevene dersom du eliminerer elementet om journalistikk og konserten. Dersom elevene får presentert konkreter fra virkeligheten vil elevene lettere sette seg inn i konteksten (Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008) og forhåpentligvis komme frem til en bedre løsning. Det er vanskelig å utvikle et redskap dersom du ikke vet hva redskapet skal brukes til.

4.5 Aktivitetene i sekvensene

Det er interessant å se på hva slags aktiviteter lærer har valgt ut. Kan noen av aktivitetene karakteriseres som Skovmose sine undersøkelseslandskaper? Slike landskap karakteriseres ved at det ikke er formulerte oppgaver men et landskap, initiert av lærer. I slike landskap inviterer lærer elevene til å gjennomføre en undersøkelse i et landskap av matematisk art. (Skovmose, 1998) Eller er aktivitetene kognitivt krevende problemer fra virkeligheten, problemer elevene kan ha eller mulig vil møte på utenfor skolen. (Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008)

Aktivitetene i sekvens 1

I sekvens 1 er det tilsammen 9 oppgaver, alle oppgavene er tekstoppgaver med en praktisk vinkling. Alle oppgavene bygger på virkelighetsnære problemer eller situasjoner som trolig vil være kjent for elevene.

Aktivitetene i sekvens 2

I sekvens 2 er det tre større aktiviteter, hver aktivitet har mindre deloppgaver som lærer gir muntlig. To av de tre aktivitetene tar utgangspunkt i gjenstander elevene kjenner til fra virkeligheten. Aktivitet 1 tar utgangspunkt i to kombinasjoner av kapser og paraplyer. Aktivitet 2 tar utgangspunkt i bord og stoler. I aktivitet 3 bruker lærer en kalkulator som en funksjonsmaskin, denne oppgaven har ikke et konkret bilde eller noen situasjon elevene kan kjenne seg igjen i. Denne oppgaven bruker elevene lengre tid på å forstå, lærer forklarer og gjennomfører aktivitetene flere ganger før elevene forstår aktiviteten. Observasjonene indikerer at elevene har vanskeligere for å forstå aktivitet 3, enn aktivitet 1 og 2.

Aktivitetene i sekvens 3

Aktivitetene i sekvens 3 består av en gruppeaktivitet og en individuell aktivitet. Oppgaven tar utgangspunkt i en lokal konsert, mine observasjoner indikerer at elevene kjenner til konserten og klarer å forstå oppgaven. Oppgaven i begge aktivitetene er like, forskjellen ligger i at de skal løse oppgavene på nytt alene i aktivitet 2.

Aktivitetene i sekvens 4

I sekvens 4 brukes det en aktivitet hele timen, denne aktiviteten tar utgangspunkt i samme oppgaven som sekvens 2, aktivitet 2. Her skal elevene finne et utrykk for antall stoler ved N bord. Aktiviteten tar utgangspunkt i bord og stoler, noe jeg vil påstå er kjent for alle elevene fra hverdagslivet og skolehverdagen. Det er ikke gitt at elevene kommer til å få nytte av en slik likningen en dag men jeg vil påstå at de klarer å relatere seg til oppgaven.

Ingen av de fire sekvensene bruker aktiviteter som kan minne om skovmose sitt undersøkelseslandskap. Alle de fire sekvensene bruker formulerte oppgaver som bygger på hendelser, gjenstander eller situasjoner elevene antagelig kjenner fra livet utenfor skolen. Ved å bruke slike aktiviteter fra virkeligheten åpner du, som sagt tidligere, opp for å trekke inn elevers erfaringer. (Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008) Sekvensens 2, 3 og 4 bruker bilder for å illustrere situasjonen i de fleste aktivitetene, mine tanker er at bildene kan bidra til at aktiviteten blir mer konkret og elevene setter seg lettere inn i konteksten. Alle aktivitetene utenom aktivitet 3 i sekvens 2 er basert på situasjoner hentet fra virkeligheten. Dette er også den oppgaven som tilsynelatende skaper størst forvirring hos elevene. Dette er et eksempel på at virkelighetsnære aktiviteter oppleves mer konkrete for elevene. (Lee, 2006)

Det er interessant å merke seg at i to av sekvensene brukes samme aktivitet. «Bord og stol» oppgaven brukes i både sekvens 2 og i sekvens 4. I sekvens 2 brukes aktiviteten i en introduksjonstime med algebra mens i sekvens 4 brukes aktiviteten i en time hvor elevene har arbeidet med algebra en stund. Lærerne i de to sekvensene bruker oppgaven på forskjellige måter. I sekvens 2 diskuteres oppgaven teksten og sammenhengen på bildet. Lærer ber ikke elevene om å løse oppgavene. I sekvens 4 bes elevene om å løse oppgavene. Min tolkning av sekvens 2 er at lærer ønsker å introdusere elevene for hvordan en algebra oppgave kan se ut. I sekvens 4 har elevene allerede arbeidet en stund med bokstav utrykk.

4.6 Presentasjon, diskusjon og relasjonell forståelse

Instrumentell forståelse er lettere og raskere å opparbeide men en relasjonell forståelse mer solid og robust. Med en relasjonell forståelse er elevene mer adaptive til nye oppgaver, det er vanskeligere å lære men når elevene først har en relasjonell forståelse av noe så husker han/hun det lengre. (Skemp, 2006) På bakgrunn av dette ønsker jeg nå å se på om lærers praksis fremmer en relasjonell forståelse av matematikken eller en instrumentell forståelse. Hva gjør lærer med misoppfatninger, får elevene mulighet til å lære av sine feil og tørr lærer å la elevene streve med oppgavene?

4.6 Presentasjon, diskusjon og relasjonell forståelse i sekvens 1

Dette eksempelet er ifra gjennomgangen av svarene i konkurransen. Svarene leses opp av praksisstudenten mens faglærer fører poengene inn i en tabell på tavlen. Jeg har valgt å presentere transkripsjonene fra de to oppgavene hvor elevene stiller spørsmål ved svarene. Ved de andre oppgavene stiller ikke elevene oppfølgende spørsmål. I denne sekvensen kommer det frem at fokuset til lærer, i denne timen, er på svaret og ikke hvordan elevene har kommet frem til svaret.

T4 [00:00:00 - 00:00:00]

L1: Oppgave 6, der er svaret 3/4

E3: hvorfor det?

L1: Fordi, hvis du setter det opp alternativene, (lærer viser i luften med hendene, viser alle alternativene) tre av fire alternativer gir regn og da blir svaret 3/4.

L1: Oppgave 7, far er 58 og sønn er 29. hvilke grupper har dette svaret?

(Elevene blir urolige.)

E4: det må være feil.

L2: Er det noen som har rett svar?

Her ser vi at det er lærer som presenterer svaret på oppgavene. Det er ingen elever som deler sine løsninger, dette gjelder alle oppgavene i denne sekvensen. I de to oppgavene i eksempelet utrykker elevene at de vil vite hvordan lærer kom frem til løsningene. E4 utrykker at han/hun mener svaret må være feil, jeg merker jeg blir nysgjerrig på hvordan han/hun har løst oppgaven og hvorfor han/hun kom frem til et annet svar enn lærer. Her bryter L2 inn og spør om noen elever har riktig svar. Det er verdt å nevne igjen at dette er en konkurranse situasjon, samtidig går lærer glipp av en gyllen mulighet for læring. Disse observasjonene tyder på at fokuset til lærerne i denne sekvensen er svarorientert. En ytterligere bekreftelse på dette er at oppgave 6 er den eneste oppgaven hvor en løsningsstrategi blir presentert.

Presentasjon, diskusjon og relasjonell forståelse i sekvens 2

Dette eksempelet er fra løsningen på oppgave 1a. På tavlen ser elevene bildet i figur 1. oppgave 1a. Alle elevene sitter to eller tre sammen. Det kommer frem at lærer er opptatt av hvordan elevene har kommet frem til svaret sitt. Han er ikke fornøyd med riktig svar, han ønsker at elevene forsvarer og forklarer hvordan de har kommet frem til dette svaret.

T5 [00:09:12 - 00:11:50]

L: Oppgaven, ut ifra det bildet her, er kapsen eller paraplyen dyrest?

E3: Paraplyen tror jeg.

L: Okei, er det noen som har et annet forslag?

L: Er det noen som er enig med E3?
(Flere elever nikker)
L: De aller fleste.

L: E2 hvorfor er du uenig med E3?

E2: Fordi du vet at det er flere av de så da blir det dyrere enn kapsene

L: Sånn at det er flere paraplyer? Sånn at det er dyrere enn det kapsene er?

L: Okei, er det noen som har lyst til å si det på en annen måte?

E2: (hører ikke hva eleven svarer.)

L: Ikke dumt sagt E2.

(Fire hender i været.)

E1: På det øverste bildet er det to paraplyer og da blir prisen dyrest, mens på det nederste bildet er det to kapser og da er det billigere.

L: Okei, bra.

L: E5

E5: En kaps er 4 kroner billigere, enn en paraply.

L: En kaps er 4 kroner billigere, enn en paraply. Hvordan vet du det?

E5: Fordi, 76, differansen er 4.

L: Differansen her mellom 80 og 76 er lik fire?

E5: M`mm

L: Ja, og da må?

E5:	Og da må kapsen være 4 kroner billigere.

E6:	Hvorfor det?

L:	Ja kan du forklare hvorfor det?

E5:	Ehh nei det er vet … jeg tror det er det.

L:	Ja, nei det er helt riktig. Er det noen som har en forklaring på hvorfor den ene paraplyen er 4 kr dyrere enn kapsen?

(ingen svarer.)

L:	vi skal se nærmere på det, men det er helt riktig. Paraplyen er dyrere og det kan vi se ut ifra det vi ser på smartboarden. Hvorfor det er sånn det kan vi finne ut.

[*under er et utdrag fra diskusjonen av løsningene på aktivitet 2*.]

L: Hva kan du si om antall stoler?

E3: det er ….

[En elev kommenterer: det er bare å telle, en annen elev veiver med hendene.]

L:	Ja, bare la han få tiden til det.

E3:	Det øker.

L:	ja kan du si noe om hvor mye det øker?

Her deler elevene sine tanker og løsninger på oppgaven. Riktig svar kommer tidlig, lærer følger opp med å spørre om noen har et annet forslag eller er enig med svaret. Lærer bekrefter ikke om svaret er riktig før i slutten av eksempelet. Lærer bekrefter at svaret er riktig men gir ingen informasjon om hvorfor, lærer poengterer at det er dette de skal komme frem til. Lærer ber elevene om å forklare løsningene sine. I dette eksempelet deler fire av de 11elevene sine tanker og løsninger muntlig. I løpet av hele timen deler alle 11 elevene løsning eller en mening. Min tolkning av denne sekvensen er at læreren er mer opptatt av hvordan elevene har løst oppgavene enn hvilket svar de har fått. Denne tolkningen bekreftes da lærer spør flere ganger «hvorfor det» og «hvordan vet du det?». Observasjonene viser også at lærer tør å la elevene streve.

Presentasjon, diskusjon og relasjonell forståelse i sekvens 3

Dette eksempelet er fra andre time i sekvensen. Elevene har laget en metode for å telle mennesker på en stor plass, de har også vært ute og testet metoden. Nå skal elevene presentere resultatene sine for resten av klassen. Elevene sitter i grupper, lærer står midt i rommet.

T6 [00:18:18 - 00:22:20]

L: Nå tar vi litt felles. Og det første jeg har lyst til å høre er hvor mange mennesker mente dere at det var ute i friminuttet?

Gr1: 100-150

L: Okei, så de har ganske sånn breit mål da. Enn dere da gr4?

Gr4: 168

L: 168. gr2 da?

Gr2: 149.

L: 149 ja. Gru 3 da?

Gr 3: Ja det ble noe feil med vår, jeg vet ikke hva som ble feil men vi fikk 942.

L: Ja (ler) men det har vi jo snakka om mens dere var nede og sjekka nå er det ofte det som skjer, og jeg synes det er kjempe fint fordi da kan vi forbedre metoden sånn og sånn. Da så vi at den metoden kanskje ikke funka, så det er bra.

L: Som jeg sa til gr1, hvis ikke vi hadde begynt å stille oss spørsmål om ting funker så hadde vi trodd at jorda var flat.

L: Hvordan fungerte metoden deres?

L: Gr 4 først, hvordan fungerte metoden deres og hvilken metode valgte dere?

Gr 4: først så målte vi opp hvor folk bruker å stå liksom, og da fikk vi målene 29 lengde meter og 3 i bredde også fant vi ut i ettertid at de bare brukte 14 meter av lengden. Så da måtte vi regne om så vi ganget 14*3 og da fikk vi 42. i hvert kvadrat fant vi ut at det sto ca. 4 stykk, tok 42*4 og fikk 168.

L: Så dere regnet, på en måte, hvor stort arealet var også hadde dere beregna 4 personer pr kvadratmeter. En kvadratmeter er 1 gange 1 også la dere det sammen. Ja.

L: Er det noe dere tenker dere kunne forbedret dersom det var konserten?

Gr4: Vært mer nøye med målene i starten.

L: Ja vært litt mer nøye, flott reflektert av den gruppa.

L: Gr 1 da.

…

Samtalen fortsetter på samme måte med at alle elevene får dele sine refleksjoner rundt egne løsninger.

Lærer ber en og en gruppe dele svaret sitt uten noen ytterligere forklaring. En gruppe fikk et avvikende svar og påpeker selv at noe ble feil, lærer kommenterer med å si at dette en del av det å lære. «hvis ikke vi hadde begynt å stille oss spørsmål om ting funker så hadde vi trodd at jorda var flat.» jeg tolker dette dit at lærer har et positivt forhold til at elevene kan feile og lære av sine feil. Nå spør lærer hvilken metode gruppene har valgt og hvordan metoden fungerte. Alle gruppene presenterer løsningene sine og metoden sin for resten av klassen etter tur. Elevene blir ikke bedt om å forsvare løsningene sine ytterligere. Observasjonene tyder på at læreren i denne sekvensen er opptatt av å få frem hvordan elevene har løst oppgaven. Lærer ser ut til å være opptatt av at elevene skal vurdere eget arbeid og gyldigheten av sine løsninger. En bekreftelse på denne observasjonen er at elevene får i oppgave å gjøre aktiviteten på nytt individuelt i slutten av sekvensen.

Presentasjon, diskusjon og relasjonell forståelse i sekvens 4

Her har elevene fått tid til å jobbe med oppgavene. Lærer starter med å utrykke at de fleste har kommet godt i gang og mange er blitt ferdig. Elevene har samarbeidet om oppgavene i par. Gjennomgangen av alle løsningene er ganske lang så jeg velger å ta med et utdrag fra deloppgave 1 for å illustrere hvordan elevenes løsninger blir presentert. Alle oppgavene blir presentert på denne måten. En eller to elever kommer opp til tavlen og forklarer metoden sin for de andre elevene.

T7 [17:46 -]

L: Dere, «plystrer» jeg ser at mange har kommet veldig langt og mange har tenkt veldig mye. Så nå skal dere få lov til å presentere litt. Noen av dere som har tenkt litt videre og noen er midt i tankeprosessen og får da litt hjelp på veien tenker jeg.

L: Hvem har lyst til å komme frem og vise hvordan de fant ut oppgave a? (repeterer oppgaven)

(2- 3 hender går opp og ned.)

L: E13

L: Vil du tegne eller?

L: Vær så god! (lærer trekker seg til siden E13 står ved tavlen for å forklare.)

E13: Vi tenkte sånn først at vi ganger sammen de innerste stolene bortsett fra de ytterste. Og da blir det jo 4 ganger 2, siden det er fire stoler på hvert av de innerste bordene, da ble det 8 også tar vi to ganger fem, siden de to ytterste bordene har fem stoler på grunn av de to ytterste.

L: Okei, dette er spennende, da ble det 18 til sammen. Er det noen andre som har tenkt noe annet?

(E4 rekker opp hånden.)

L: E4.

L: Okei, la oss se da var det løsning 1(skriver det på tavlen.) E4 kommer opp.

E4: Jeg tenkte å ta bort de ytterste (tegner og viser) jeg tok jeg et bord som er fire stoler og ganget det med fire som er så mange som er så mange vi skulle ha. 4*4 som er 16 også la jeg på de på enden som blir 18

L: Da har vi fått to veldig forskjellige måter å tenke på, er det flere løsningsforslag på den? På oppgave a?

L: E13 kunne du tenke deg å tegne hvordan du tenkte?

E13 tegner

L: Bare tegn det det blir så mye tydeligere for oss når det blir tegnet.

L: Så her har E13 først tegnet de bordene hun har forestilt seg i midten og de to på siden med fem på hver. Så dette er to veldig forskjellige måter å tenke som gjør at man kommer frem til det samme svaret. Og begge er jo riktige.

L: er det andre løsningsforslag? Jeg har vært rundt og tittet og jeg tror det er de to forslagene jeg har sett.

L: flott så da her har vi sett 2 forskjellige måter å ta utgangspunkt i tegningen på.

…..

L: E1 kan jeg bruke det du har skrevet opp til et lite eksempel?

L: hvis vi ser på tallene i stykket til E1, hvis jeg skulle være den strenge lærer, er det noen som har noen innvendinger på noen ting her?

E12, E13 rekker opp hånden.

L: du kan få svare selv E1.

E1: jeg burde kanskje tatt 4*25 først også tatt det pluss to.

L: hvorfor det?

E1: det vet jeg ikke jeg vet bare at det blir sånn.

I dette eksempelet ser vi at to elever deler sine løsninger, disse to elevene har brukt ulike strategier for å komme frem til samme svar. Begge elevene blir oppfordret til å tegne hvordan de har tenkt. Lærer avslutter med å spørre om det er noen andre løsningsforslag men at hun tror dette er de to løsningsstrategiene elevene har brukt. I hele denne sekvensen er det til sammen 8 elever som deler sine løsninger på tavlen. Lærer sammenligner og oppsummerer løsningene som blir presentert på tavlen etter hver deloppgave. Disse observasjonene tyder på at lærer er opptatt av å få frem løsningsstrategiene elevene har brukt. Observasjonene indikerer også at hun ønsker å skape en felles forståelse av oppgavene og vise sammenhengen mellom de ulike løsningene.

Oppsummering: Elevsentrerte aktiviteter

Aktivitetene i alle de fire sekvensene er elevsentrerte, det vil si at elevene er aktive og i fokus og løser oppgaver i par eller grupper. Med dette får elevene mulighet til å lære å snakke og handle matematisk ved å delta i matematiske diskusjoner og løse nye eller ukjente problemer. (Schukajlow & Krug, 2014) Ved å la elevene arbeide utforskende på denne måten bidrar du som lærer til å fremme elevenes relasjonelle forståelse. (Nosrati & Wæge) Ved å be elevene formulerer sine matematiske ideer setter lærer i gang elevene til å reflektere over egen tenking, noe som er en del av læringsprosessen. Elevene må bruke matematisk språk for å kunne formulere seg muntlig og dele sine matematiske ideer. (Lee, 2006) Å dele sine matematiske ideer har mange fordeler, blant annet at det gir dem mulighet til å trene på og bli komfortable med å bruke matematiske språk til å formulere seg. (Lee, 2006)

Oppsummering: Mulighet og tid til å diskutere aktivitetene i grupper

Lærer burde gi elevene mulighet og nok tid til å diskutere matematikken, utforske og finne mønster. (Nosrati & Wæge); (Goos, 2004) Når elevene får mulighet til å utforske et problem og diskutere hvordan de tenker med hverandre, vil elevene forhåpentligvis oppdage at matematikk er et spennende og aktivt fag. I motsetning til et fag der de kun skal pugge formler og huske hva lærer har sagt (Nosrati & Wæge); (Goos, 2004) I denne studien lar alle lærerne elevene diskutere problemene i grupper. Når lærerne lar elevene diskutere aktivitetene i grupper kan de påvirke elevenes interesse for matematikkfaget på en positiv måte. (Schukajlow & Krug, 2014)

Mine observasjoner tilsier at alle de fire lærerne gir elevene mulighet og god nok tid til å diskutere og løse aktivitetene i grupper. I sekvens 1 ser det ut til at lærer har planlagt hvor mye tid elevene skal få på hver oppgave. Tiden passer tilsynelatende godt da ingen elever kommenterer at de får for liten tid eller begynner med andre ting. I sekvens 2 virker det som lærer tilpasser tiden ut ifra elevenes respons og hvor langt de har kommet. Dette er en metode som sørger for læringstrykk hele veien, som lærer slipper du at elevene får for liten eller for god tid. I sekvens 3 får elevene god tid til å løse aktiviteten. Noen av gruppene begynner å diskutere ikke faglige ting. Dette kan være et tegn på at elevene ikke er motivert eller opplever at de har for god tid på aktiviteten. (Klette, 2013) Sekvens 4 avbryter lærer elevenes utforskning før alle er ferdige med å løse aktiviteten. Lærer kommenterer dette muntlig og begrunner med: «Noen av dere som har tenkt litt videre og noen er midt i tankeprosessen og får da litt hjelp på veien tenker jeg.» I følge Vygotsky bidrar samarbeid til at eleven utvikler seg. Ved å arbeide sammen med elever eller voksne som mestrer mer enn seg selv lærer eleven mer og utvikler seg mentalt. (Goos, 2004) Det kan følgelig være produktivt for læring for elevene at lærer avbryter elevene på denne måten. Elevene arbeider i ulikt tempo og på denne måten kan de som ikke har kommet så langt lære av de elevene som har kommet lengre. Samtidig unngår du at elevene som har blitt ferdige tidlig mister interessen.

Oppsummering: Elevene burde streve

Det er interessant å se på hvorvidt lærerne leder elevene mot rett svar og i hvilken grad lærer lar elevene streve med oppgavene. Lærer kan veilede elevene mot et svar men burde samtidig la elevene streve og feile, så lenge elevene blir oppmerksomme på og lærer av sine feil. (Skovmose, 1998) Med andre ord, hensikten med å la elevene utforske matematikken er å la dem streve, da en stor del av læringen i utforskende matematikk skjer når elevene prøver seg frem og lærer av sine feil. I sekvens 1 får elevene ingen veiledning fra lærer når de løser oppgaven, elevene får tid til å streve med oppgavene. Elevene blir oppmerksomme på om de har riktig eller galt svar, samtidig viser ikke observasjonene at lærer sørger for at elevene lærer av sine feil. Til tross for at dette er en konkurranse ville lærer tjent på å gjennomgå flere riktige og gale løsninger av oppgavene etter konkurransen. I sekvens 2 lar lærer elevene streve med oppgaven. Dette ser vi i T5, riktig svar kommer frem raskt, til tross for dette fortsetter lærer å stille spørsmål som «hvordan vet du det?». Når elevene får utforskende matematikkoppgaver der de selv må finne egnet strategi er det lærerikt at de beskriver valg av strategi og forsvarer hvorfor den er god. (Lee, 2006) I sekvens 3 og 4 viser observasjonene at lærerne lar elevene streve med oppgaven, i form av at de gir begrenset veiledning og elevene får god tid til å løse oppgavene.

Oppsummering: Svarorientert vs. løsningsorientert

Undervisning hvor lærer overfokuserer på regler og algoritmer kan føre til at elevene selv overfokuserer på regler og utvikler misoppfatninger. (Nordtvedt & Vogt, 2012) Elever som overfokuserer på regler har gjerne en instrumentellforståelse av matematikken. (Skemp, 2006) Hvis elevene bruker strategier og formler som de selv forstår kan de lettere vurdere gyldigheten til sine svar. Har eleven pugget en formel er det lettere å gjøre små feil, som å bytte ut pluss med minus. Dersom eleven ikke forstår formelen vil det være vanskelig å vurdere hvorvidt det er riktig å bruke pluss eller minus. Forstår eleven derimot formelen kan han/hun lettere resonnere seg frem til hva som vil være riktig. I Sekvens 2, 3 og 4 trekker lærer frem flere løsningsstrategier av alle aktivitetene. I sekvens 1 er lærer tilsynelatende opptatt av fasitsvaret, ingen elever får mulighet til å dele sine løsninger. I sekvens 2 deler alle de elleve elevene tanker eller en form for løsning muntlig i løpet av timen. I sekvens 3 deler alle fire gruppene sin løsning og strategi. I sekvens 4 er 8 elever oppe på tavlen og deler sin løsning, men enda flere rekker opp hånden og ønsker å dele sine løsninger.

Disse resultatene tolker jeg dit at lærerne i disse sekvensene er opptatt av at elevene skal finne egne løsningsstrategier og presentere disse for resten av klassen. Lærerne er interessert i å få frem flere løsningsstrategier ikke bare det ene riktige svaret. Dette indikerer at lærerne er opptatt av hvordan elevene har løst oppgaven og ikke bare om svaret er riktig eller galt. Undervisningsopplegg hvor elevene får arbeide i grupper og forsøke å finne egne løsningsstrategier og regler kan føre til økt glede ved å arbeide med matematikk. Slik undervisning er med på å endre fra en instrumentellforståelse til en relasjonellforståelse hos elevene (Wæge, 2007)

Fremmer lærernes praksis en relasjonell forståelse? Undervisning som fremmer en relasjonell forståelse oppfordrer til at elevene skal finne egne løsningsstrategier og regler. Lærer vil tjene på å arbeide med at elevene skal utvikle begrepsforståelse og fleksibilitet i strategibruk. (Nordtvedt & Vogt, 2012) I slik undervisning er det viktigere hvordan elevene har kommet frem til et svar heller enn hvilket svar elevene har kommet frem til. Observasjonene indikerer at lærerne i sekvens 2, 3 og 4 gjennomfører en undervisning som fremmer en relasjonell forståelse hos elevene fremfor en instrumentell. Dette er ikke et spørsmål det er lett å svare ja eller nei på. Alle de fire lærerne gjør grep i undervisningen som på hver sine måter fremmer en relasjonell forståelse. En relasjonellforståelse må opparbeides over tid og det er umulig å si noe konkret med så lite observasjonsdata fra hver lærer.

4.7 Diskusjon av løsninger

Oppstår noen form for helklassediskusjon hvor elevene har mulighet til å artikulere sine ideer, sin kunnskap eller hva de har oppdaget med resten av klassen? Indikerer dataene at lærerne ønsker noen form for diskusjon i de fire sekvensene. Dersom løsningene blir diskutert, kobler lærer sammen elevenes løsninger?

Diskusjon av løsninger i sekvens 1

T4 viser at lærer leser gjennomgår oppgavene med å lese opp riktig svar og spør hvilke grupper som har dette svaret. T4 viser at flere elever utrykker at de ønsker forklaring på løsningene som blir lest opp. På bakgrunn av dette er min tolkning at elevene ønsker å diskutere løsningene og at oppgavene i denne sekvensen engasjerer elevene. Observasjonene indikerer at lærerne ikke ønsker å diskutere løsningene, en ytterligere bekreftelse på dette er når L2 bryter inn i samtalen og ber om å få riktig svar.

Diskusjon av løsninger i sekvens 2

Sekvens 2 skiller seg fra de andre tre sekvensene med at det er flere situasjoner igjennom hele timen hvor elevene og lærer diskuterer de ulike løsningene. Mine observasjoner indikerer at lærer ønsker å skape en diskusjon hvor elevene må forsvare sine løsninger og må vurdere egne og andres løsninger. I T5 ser vi at 5 av de 11 elevene er involvert i diskusjonen. Mine data viser at i løpet av sekvensen er alle elevene muntligaktive i helklasse dialog minst en gang. Jeg tolker dette som at lærer ønsker å skape et klasserom hvor alle elevene skal delta i samtalen.

Diskusjon av løsninger i sekvens 3

Denne sekvensen har en tydelig avsluttende samtale hvor gruppene presenterer sin løsning for resten av klassen. Gruppenes løsninger diskuteres ikke noe utover det som kommer frem i T6. Det forekommer ingen diskusjon av noen løsninger i helklasse, gruppene blir ikke bedt om å forsvare sine løsninger eller om å vurdere noen andres løsninger.

Diskusjon av løsninger i sekvens 4

Denne sekvensen har en avsluttende del hvor elevene kommer frem og deler sine løsninger på tavlen. Ved flere tilfeller kommer det frem at elever har skrevet feil eller løst oppgaven feil. Dette tar lærer opp i plenum, som vi ser i T7. Her spør først lærer om noen ser feilen for så gi eleven som har gjort feilen, mulighet til å rette den opp. Jeg tolker disse observasjonene som at lærer ønsker å fremme forståelse ved å lære av feil, hun ønsker å diskutere feilene med alle elevene slik at alle kan nytte av det. Observasjonene tyder på at dette er et klasserom hvor elevene føler det trygt å dele sine ideer. Observasjonene indikerer også at lærer ønsker å få frem mange løsninger og at hun ønsker å koble disse løsningene sammen igjennom en felles klasseroms diskusjon. Jeg får inntrykk av at elevene er vant med å arbeide på denne måten i matematikktimene, elevene virker komfortable med å stå foran klassen, en observasjon som bekrefter dette er at flere elever ønsker å komme frem til tavlen.

Oppsummering: Forekomsten av diskusjon i helklasse

Det fremkommer i observasjonene beskrevet over at tre av de fire lærerne lar elevene dele sine løsninger for resten av klassen, lærerne i sekvens 2,3 og 4. Sekvens 2 og 4 er de eneste sekvensene hvor det forekommer en form for reell helklasse diskusjon, elevene deler sine ideer, stiller spørsmål ved og kommenterer hverandres ideer. Når lærer ber elevene formulerer sine matematiske ideer setter lærer i gang elevene til å reflektere over egen tenking, noe som er en del av læringsprosessen. Elevene må bruke matematisk språk for å kunne formulere seg muntlig og dele sine matematiske ideer (Lee, 2006). Å dele sine matematiske ideer har mange fordeler, blant annet at det gir dem mulighet til å trene på og bli komfortable med å bruke matematiske språk til å formulere seg (Lee, 2006).

Oppsummering: Oppfordringer til å stille spørsmål

Elevenes autoritet i faget utvikles dersom elevene blir oppfordret til å være kritiske og til å forsvare sine løsninger (Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008). Personlig synes jeg ordet «kritisere» kan være misvisende på bakgrunn av at det er et relativt negativt ladet ord. Da det handler om hvorvidt lærer oppfordrer til diskusjon hvor elevene må forsvare egne eller stille spørsmål ved løsningene som kommer frem. Og dette handler ikke om noe negativt, det er derimot et tegn på at elevene er trygge på hverandre (Lee, 2006).

Det oppstår ingen situasjon i sekvens 1 eller sekvens 3 hvor lærer oppfordrer elevene til å stillespørsmål ved løsningene som blir presentert. I sekvens 1 oppstår det en situasjon hvor det fremkommer at elevene ønsker å stille spørsmål ved løsningene, her bryter lærer inn og spør hvem som har riktig svar. Dette funnet indikerer at lærerne i sekvens 1 ikke ønsker noen helklassediskusjon hvor elevene kan stille spørsmål ved matematikken. I T7 fra sekvens 4 ser vi at en av løsningene blir diskutert, lærer spør en elev om å få lov til å diskutere han/ hennes løsning, elev sier det er greit. Lærer spør hele klassen om de vil kommentere løsningen, flere rekker opp hånden. Lærer lar så eleven selv få komme frem å endre og forsvare sin løsning. Her oppfordrer lærer alle elevene til å reflektere over og stillespørsmål ved løsningen, samtidig får eleven selv forsvare løsningen. Dette vil bidra til å utvikle elevens autoritet i faget samtidig som de andre elevene kan lære av det (Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008).

I T5 viser transkripsjonene at lærer i sekvens 2 spør elevene om de er uenige med en elevs løsningsforslag. Dette er et eksempel på at lærer i sekvens 2 oppfordrer til diskusjon hvor elevene kan stille spørsmål ved løsningene som kommer frem. En ting som skjer flere ganger denne timen er at elever bryter inn i samtalen med å spørre «hvorfor det?». Dette er et tegn på at elevene tør å stille spørsmål ved matematikken som blir diskutert, dersom noe oppleves uklart. Det er også et tegn på at elevene er trygge på hverandre (Lee, 2006). Når elevene får mulighet til å dele, forsvare og stille spørsmål ved hverandres løsninger blir elevene forhåpentligvis mer nysgjerrige og det kan føre til økt motivasjon for å lære matematikk (Olafsen & Maugesten, 2015).

Oppsummering: Kollektiv forståelse av aktiviteten

Gjennomføres den avsluttende helklassediskusjon slik at lærer utvikler en kollektiv forståelse av oppgaven? Stein et al. Det er viktig at lærer leder diskusjonen slik at elevene blir oppmerksomme på hvordan de ulike løsningene henger sammen. Det er vanskelig å bruke elevenes respons på en god måte slik at elevene lærer av det (Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008). I sekvens 1, 3 og 4 gjennomføres en avsluttende oppsummering av aktiviteten i plenum. I sekvens 1 gjør lærer dette ved å lese opp svarene, det forekommer ingen diskusjon av ulike løsninger. I sekvens 3 og 4 gjennomføres oppsummeringen ved å trekke frem ulike løsninger av aktiviteten. I sekvens 3 sammenlignes ikke løsningene ytterligere. Observasjonene viser at lærer i sekvens 4 sammenligner elevenes svar. Sekvens 2 skiller seg fra de andre ved at det ikke forekommer en avsluttende helklassediskusjon, derimot oppstår diskusjoner av denne formen underveis. Observasjonene indikerer at lærer i sekvens 2 bidrar til en kollektiv forståelse ved å gjøre elevene oppmerksomme på hvordan de ulike bidragene henger sammen igjennom hele timen. Matematiske diskusjoner av formen som gjennomføres i sekvens 2 og 4 kan bidra til å koble sammen ulike matematiske «konsepter» og elevenes ideer. Slike helklassediskusjoner kan bidra til å lukke kunnskapshull og hjelpe elevene til å se sammenhenger mellom «kapitlene» i matematikken (Lee, 2006).

Dataene viser at tre av lærerne lar elevene dele sine løsninger for klassen. Av disse tre oppfordrer to av dem (lærerne i sekvens 2 og 4) elevene til å stillespørsmål ved matematikken som blir presentert. Disse to lærerne fremmer samtidig en kollektiv forståelse av matematikken ved å sammenligne løsningene som blir presentert.

4.8 Klasserommene som diskurssamfunn

Målet med denne studien er å se på lærers praksis i utforskende matematikkundervisning og hvorvidt det er læringsfremmende for elevene. Jeg har begrenset med data fra de fire klasserommene, jeg kan følgelig ikke si noe generelt om disse klassene utover det som fremkommer i videoene. Jeg kan ikke trekke konklusjoner om hvorvidt noen av klasserommene kan karakteriseres som et diskurssamfunn. Det jeg derimot kan si noe om er hvorvidt det fremkommer observerbare trekk som kan indikere et slikt klasseroms miljø. Lee ((Lee, 2006) kaller et diskurssamfunn for et klasserom hvor elever kan lære matematikk så effektivt som mulig. Jeg ønsker nå å se hvorvidt noen av lærerne praktiserer matematikkundervisning som kan karakteriseres som et slikt diskurssamfunn. Som nevnt i kapittel 2.8 karakteriseres et slikt diskurssamfunn med følgende: 1. Alle medlemmene i klasserommet får mulighet til å bidra i diskusjonen. 2. Klasserommet produserer og deler meninger og utvikler kunnskap. 3. Klasserommet har en atmosfære av tillitt og respekt.

1. Alle elevene får delta

I sekvens 2,3 og 4 får alle elevene mulighet til å delta i diskusjonen. I sekvens 2 fremkommer det at alle elevene deltar i helklassediskusjon minst en gang. I sekvens 3 blir alle gruppene systematisk etter tur bedt om å delta i helklassediskusjon. I sekvens 4 får alle elevene som ønsker mulighet til å komme opp og vise frem løsningen sin for resten av klassen.

2. Det deles og utvikles kunnskap

I sekvens 2 og 4 kommer det frem at elevene sammen med lærer produserer, deler og utvikler kunnskap. Diskusjonene foregår på en slik måte at det er mulig å utvikle en fellesforståelse av begrepene og konseptene som læres (Lee, 2006).

3. Atmosfære av tillit og respekt

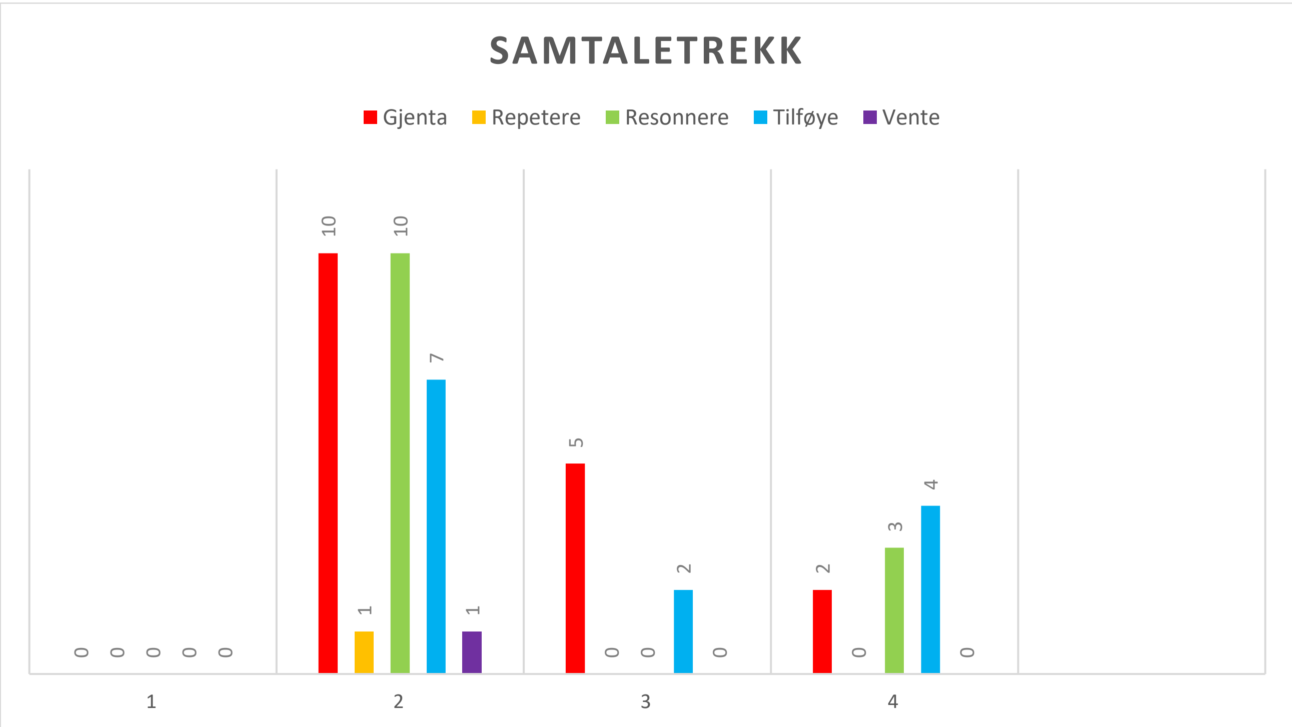
Observerbare tegn på at klasserommet oppleves trygt er at elevene er villige og ønsker å dele sine ideer og hypoteser. Det vil kunne observeres ved at elevene stiller spørsmål dersom noe er forvirrende eller de ønsker å stille spørsmål ved/kritisere løsninger som kommer frem. Disse observerbare trekkene kommer frem i sekvens 2 og 4. Elevene i disse klasserommene tør å stille spørsmål ved hverandres løsninger og lærerens det kommer også frem at elevene føler det komfortabelt å forsvare sine egne løsninger.

4.9 Lærers bruk av samtaletrekk

Lærernes praksis og undervisning i sekvens 2 og 4 viser klare fellestrekk til tross for at de er veldig ulike. Lærerne i begge sekvensene lar alle elevene bidra i samtalen og alle bidrag verdsettes. Klasseroms diskusjon foregår på en slik måte at det fremmer en felles forståelse av matematikken og observasjonene indikerer at klasserommene oppleves trygt for elevene. De to sekvensene viser fellestrekk med et diskurssamfunn. Jeg ønsker nå å se nærmere på samtalen og lærers bruk av samtaletrekk i undervisningen.

Det er sentralt at samtalen i slikt diskurssamfunn går forbi «fortell hva du gjorde», «del ditt svar», (Lee, 2006), Skovsmose karakteriserer en slik samtale med spørsmål-svar-evaluerings rytme og poengterer at det ikke godt nok i undersøkende matematikkundervisning. Her må andre samtaleformer til. I en god undersøkende lærer-elev dialog ønsker en å støtte en felles utforskning (Skovmose, 1998). Observerbare tegn på at lærer fremmer en felles utforskning kan være lærers bruk av samtaletrekk i dialog med elevene.

Tabell 3 viser lærerne sin bruk av samtaletrekk i samtaler mellom lærer og elver i plenum.



Det fremkommer i tabellen at av de fire sekvensene er sekvens 1 den eneste som ikke bruker noen samtaletrekk. Sekvens 2 skiller seg ut ved at alle de fem samtaletrekkene kommer til syne i løpet av sekvensen, lærer i sekvens 2 bruker samtidig samtaletrekkene mer hyppig en de andre. Sekvens 3 benytter kun samtaletrekkene «gjenta og «tilføye» Samtalen i sekvens 3 minner om samtalen Skovmose beskriver som en spørsmål-svar-evaluerings rytme. Lee, Skovmose og Chapin et.al poengterer at det er viktig i utforskendematematikkundervisning å gå forbi en slik rytme for å støtte en felles utforskning.

Sekvens 2 og 4 viser tegn til å gå forbi denne rytmen. Sekvens 2 bruker samtaletrekkene «gjenta», «resonnere» og «tilføye» hyppigst i samtalen med elevene. Det er disse tre samtelatrekken som kommer til syne i samtalen i sekvens 4 også. Ved å gjenta elevenes ideer gjør lærer dem tilgjengelig for de andre elevene slik at de kan forstå deg, ved å be elevene resonnere hjelper du elevene å engasjere seg i hverandres resonnering og ved å spørre elevene om de har noe å tilføye oppmuntrer du elevene til å ta del i samtalen og dele sine ideer. I sekvens 2 forekommer de tre samtaletrekkene to til tre ganger så mye som i sekvens 4, det er verdt å nevne at sekvens 2 har en varighet på 65 minutter og sekvens 4 varer i 35. Disse dataene indikerer at to av de fire lærerne ønsker at elevene resonerer over matematematikken, og forsvarer sine løsninger.

Sekvens 2 skiller seg ut ved at læreren bruker samtaletrekket «resonnere» og å «vente». Når lærer utnytter disse samtaletrekkene gir lærer elevene tid til å fordøye ideene, samt høre noen andre si den samme ideen på en annen måte. Ved å «vente» kommuniserer lærer at ideen er verdt å vente på og følgelig viktig. I T5 kan en se at lærer bruker dette trekket hvor en elev ikke klarer å svare umiddelbart.

5 Drøfting og funn

5.1.1 Måling av læring i utforskende matematikkundervisning

Elevene som er med i LISA-studien gjennomførte nasjonale prøver på 8. trinn for så igjen på 9.trinn. Dette gir data på hvorvidt elevene har gjort fremgang i løpet av det første året på ungdomsskolen. Dette er spennende data dersom en ønsker å studere lærers praksis oppimot elevenes læring. I denne oppgaven ønsker jeg nettopp å studere lærers praksis og hvorvidt dette fører til læring hos elevene, så hvorfor har jeg ikke brukt dataene fra nasjonale prøver? Sammen med veileder valgte vi relativt raskt å se bort fra disse dataene og helle gjennomføre en kvalitativ innholdsanalyse av videodataene. Grunnen for dette valget er at de nasjonale prøvene ikke måler kompetansemålene i matematikkfaget, heller en prøve som måler om elevene har den grunnleggende ferdigheten i regning som er nødvendig for å nå kompetansemålene i de ulike fagene på skolen (Utdanningsdirektoratet., 2017). Regning er verktøyet elevene bruker for å utføre utforskningen og problemløsningen. Skulle en brukt en matematikkprøve for å måle hvorvidt elevene har lært og mestrer å utforske og løse problemer må antagelig prøven utformes andreledes. Mine tanker er at den beste måten å vurdere elevenes kompetanse i matematisk utforskning er med praktiske elevsamtaler, hvor elevene løser et problem og kan forklare muntlig hvordan de har tenkt. Dette på bakgrunn av funnene i denne studien, hvor det har vist seg å være viktig å la elevene formulere seg muntlig i utforskende aktiviteter.

Det er vanskelig å si noe konkret om lærernes praksis og om det faktisk fører til læring hos elevene. I LISA studien har jeg tilgang til undervisning fra mange klasserom fra hele landet, samtidig er det begrenset med undervisningstid fra hvert klasserom, 1-3 undervisningstimer. Det er følgelig ikke mulig å vite noe om undervisningen til lærerne i denne studien utover undervisningssekvensene jeg har studert i denne studien. Dataene i denne studien er med andre ord ikke generaliserbare, jeg kan ikke trekke noen konklusjoner om undervisning, lærerne og eleven utover de sekvensene som er med i denne studien. Den sosiale virkeligheten i en klasse er stadig i utvikling og endring slik at det som fremkommer på et tidspunkt, godt kan være feil ved et annet (Jacobsen & Postholm, 2016). Jeg tror mange lærere kjenner til at det er mye som kan påvirke elevene i et klasserom og få timer er like. Noen klasser er muntlig aktive til alle døgnets tider, samtidig har du klasserom hvor elevene ikke sier et ord første time mens i siste time er de veldig muntlige aktive. En og samme klasse kan oppleves veldig forskjellig første time mandag morgen og siste time på fredag. Er ikke alle mennesker litt forskjellig mandag morgen sammenlignet med fredag kved? Poenget mitt er at mye kan påvirke resultatene i en videostudie slik som denne. Det er følgelig ikke mulig å generalisere funnene.

5.1.2 Funn 1: Forekomsten av utforskende matematikkundervisning i LISA-prosjektet

Det kommer frem i kapittel 4.1 at det forekommer så lite som 2,5 % med utforskende matematikkundervisning i LISA-studien. Skemp (2006) påpeker at mange matematikklærere underviser det han kaller for instrumentell matematikk. Dette stemmer overens med funnet i denne studien. Skemp sier at grunnen er at instrumentell matematikk er lettere å lære, elevene kommer raskt frem til svaret og får en umiddelbar «belønning». Til tross for at en undervisning som fremmer relasjonell forståelse er mer «robust» (Skemp, 2006); (Wæge, 2007) Matematikkundervisningen i Kjersti Wæge (2007). sin studie la opp til at elevene måtte finne egne løsningsstrategier og regler, gjerne i samarbeid med andre elever og med veiledning fra lærer. Resultatene fra studien hennes viser at slik undervisning bidrar til at elevene føler de forstår eller lærer matematikken. Studien viser at flesteparten av elevene endret sitt fokus fra instrumentell forståelse til relasjonell forståelse i løpet av skoleåret studien pågikk. En undervisning som fremmer relasjonell forståelse er ikke like effektiv, i form av at elevene vil bruke lengre tid på å forstå matematikken. Med relasjonell forståelse vil elevene huske det de har lært lengre og kunnskapen vil være mer adaptiv. Hensikten med matematikk undervisning i Norge er å forberede elevene på livet utenfor skolen. Ønsker vi ikke da å gi elevene en undervisning som elevene vil huske og ikke minst bruke da de er ferdig på skolen?

Mine funn indikerer at effektivitet og tidspress kan ha en del å si for andelen utforskende matematikkundervisning i norske skoler. En teoretisk undervisning som fremmer instrumentell forståelse er mer effektiv og viser resultater raskere enn en undervisning som fremmer relasjonellforståelse. Utforskende matematikkundervisning krever mye fra lærer, i form av forberedelse, kunnskap og ledelse av klasseromsdialog. For å oppnå gode læringsprosesser er det viktig at lærer er trygg og fortrolig med utforskende matematikk selv (Niss & Jensen, 2002). Lærer burde ha forkunnskaper om elevene og aktiviteten som kan brukes til å gi god veiledning. Lærere som kjenner elevene godt kan også lettere forutse misoppfatninger som kan dukke opp. Samtidig burde du som lærer mestre å lede en læringsfremmende klasseroms dialog, her er det mye å ta hensyn til og dette kan være en utfordrende oppgave (Goos, 2004) (Lee, 2006) (Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008). Samtidig ville det vært interessant å ta en titt på de norske lærebøkene i matematikk samt vurderingene som brukes lokalt og nasjonalt matematikkfaget. Det ville vært interessant og vurdert hvorvidt disse bidrar og vurderer den utforskende og problemløsende kompetansen og en relasjonell forståelse av matematikken.

Mine observasjoner indikerer at lærerne i tre av de fire sekvensene, sekvens 2,3 og 4, er opptatt av å få frem hvordan elevene har løst oppgavene. I disse tre sekvensene blir også løsningene presentert for alle i klassen. Resultatene indikerer at lærerne ønsker at elevene skal utforske matematikken og løse oppgavene på den måten elevene selv mener er best. Mine observasjoner indikerer at tre av de fire lærerne ønsker en form for diskusjon av elevenes løsninger av de matematiske aktivitetene. Observasjonen antyder at to av disse tre lærerne ønsker en «dypere» diskusjon for å fremme refleksjon og få frem elevenes forståelse. Disse observasjonene bekreftes ytterligere av kodedataene for samtaletrekk. Disse dataene indikerer at to av de fire lærerne ønsker at elevene resonerer over matematematikken, og forsvarer sine løsninger. Observasjonene og kodedataene viser tydelig at en av de fire lærerne lar elevene streve med problemene de har fått. Observasjonene indikerer at elevene i sekvens 2 og 4 tør å stille spørsmål ved andres løsninger og de tør å si ifra dersom det er noe de ikke forstår. Disse klasserommene viser fellestrekk til Lee sitt diskurssamfunn. Resultatene fra analysen viser at diskusjonene i disse to sekvensene går forbi en spørsmål-svar-evaluerings rytme.

5.1.3 Funn 2: Forekomsten av diskusjon

I de få undervisningstimene i LISA-studien hvor det faktisk foregår utforskende matematikkundervisning, viser mine funn i bare to av de fire sekvensene diskuteres matematikken som blir presentert i helklasse. Alle de fire lærerne bruker virkelighetsnære oppgaver som elevene får mulighet og god tid til å diskutere og løse i grupper. Resultatene indikerer at i tre av de fire sekvensen fører slike virkelighetsnære, utforskende matematiske aktiviteter til at elevene ønsker å diskutere løsningene som fremkommer. Se kapittel 4.7. Resultatene i denne studien viser at tre av de fire lærerne oppfordrer elevene til å dele sine løsninger med resten av klassen, men i bare to av disse sekvensene diskuteres matematikken som blir presentert i helklasse. Det er verdt å merke seg at elevene i sekvens 1 tilsynelatende ønsker å diskutere matematikken de har arbeidet med. Se kapittel 4.7. Lærer utnytter imidlertid ikke situasjonen til å diskutere løsningene. Jeg håper at faglærer utnytter situasjonen og tar opp igjen oppgavene ved en senere anledning.

Det er interessant at det kun oppstår en form for reell diskusjon i helklasse i to av de fire sekvensene. Samtidig som er spennende at resultatene indikerer at utforskende matematiske aktiviteter fører til at elevene ønsker å diskutere matematikken. Lee (2006) sier at den viktigste diskusjonen i et klasserom er den naturlige diskusjonen som oppstår mellom elevene og lærer hvor elevene selv tar initiativ og bruker det matematiske språket til å dele sine ideer. At elevene ikke ønsker å dele sine ideer og spørsmål uoppfordret i en slik diskusjon kan være et tegn på at miljøet i klasserommet ikke oppleves komfortabelt for elevene (Lee, 2006) eller at elevene ikke opplever å være motiverte (Klette, 2013). Reelle klasseroms diskusjoner viser å ha mange positive effekter på undervisning og læring i matematikk. I klasserom hvor undervisningen er preget av mye diskusjoner kan påvirke elevenes positive holdninger til faget noe som kan føre til økt utholdenhet, innsats og engasjement (Nordtvedt & Vogt, 2012).

Hva må til for at flere matematikklærere bli komfortable med å gjennomføre slike diskusjoner? De to lærerne som gjennomfører slik helklasse diskusjon er også de to lærerne som bruker flest samtaletrekk i samtale med elevene. Dette funnet blir diskutert i neste delkapittel.

5.1.4 Funn 3: Forekomst av læringsfremmende helklassesamtaler

Denne studien har et sosiokulturelt syn på læring. Jeg har sett på læring som noe som skjer i fellesskap, hvor det er sentralt at elevene får utforske matematikken og dele sine oppdagelser og refleksjoner med hverandre. Det fremkommer i denne studien at alle lærerne gjennomfører elevsentrert undervisning og lar elevene løse og diskutere aktivitetene i grupper. Det er derimot bare to gjennomfører en reell helklassediskusjon av matematikken. Det er de samme to lærerne som skårer høyest på bruk av samtaletrekk. Dette funnet bekrefter at lærer kan fremme en helklassediskusjon ved å utnytte Chapin, O` Connor og Andresons (2009) sine læringsfremmende samtaletrekk i samtale med elevene. Da det er samsvar mellom mengden diskusjon i sekvensene og lærers bruk av samtaletrekk i denne studien.

Sekvens 2 er den undervisningssekvensen hvor det forekommer mest diskusjon og hvor alle de fem samtaletrekkene kom til utrykk og hvor alle fem blir brukt flest ganger. Denne undervisningssekvensen skiller seg fra de andre tre dersom en tar en titt på antallet elever som er tilstede i undervisningen. Det er omtrent halvparten så mange elever inne i klasserommet i denne sekvensen sammenlignet med de andre tre sekvensene, 11 elever mot 21 elever. Det er følgelig mer plass til elevene i helklassesamtelene, kan det være noe av grunnen? Er det lettere å få til læringsfremmende utforskende matematikkundervisning dersom en deler opp klassen? Det kan se slik ut. Samtidig må jeg kommentere at 21 elever også er et relativt lavt antall elever å ha inne i klasserommet. Mange skoler gjennomfører delingstimer på ungdomstrinnet, tilsier dette funnet at disse burde brukes til å gjennomføre utforskende matematikk og diskusjon?

Funnene i denne studien viser at det forekommer lite undervisning hvor lærer gjennomfører læringsfremmende helklassediskusjoner som går forbi «spørsmål-svar-evaluerings» rytmen. Å lede en slik læringsfremmende helklasse diskusjon i utforskende matematikkundervisning er en krevende jobb. Lærer burde være godt forberedt, faglig sterk og mestre å lede læringsfremmende helklassediskusjoner. Det er mange elever inne i klasserommet og det er lærers jobb å lede samtalen mot en felles forståelse for alle, samtidig skape et klasserom som oppleves trygt for elevene (Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008) (Lee, 2006). Samtidig er det ganske interessant at det forekommer så lite undervisning hvor slike helklassediskusjoner forekommer, da det forekommer i læreplanen at vi ønsker en større andel både utforskende matematikkundervisning og læringsfremmende helklasse diskusjoner.

6 Avslutning

Fokuset i denne oppgaven var å studere utforskende matematikkundervisning i Norge med søkelys på lærers praksis. Problemstillingen for oppgaven er formulert slik*: Hvor vanlig er utforskende matematikkundervisning i norsk skole, og hvilke grep gjør læreren når det fungerer?* Analysen i denne studien ga data på hvor mye det forekommer av utforskende matematikkundervisning i LISA-studien. Denne studien har også gitt innsikt i lærers praksis i utforskende matematikkundervisning og hvilke grep som er læringsfremmende. Lærerne i utforskende matematikkundervisning gjennomfører elevsentrert undervisning, hvor elevene utforsker matematikk i grupper. Elevene får aktiviteter som de kjenner fra virkeligheten. Analysen indikerer at utforskende matematikkaktiviteter kan føre til at elevene ønsker å diskutere matematikken med hverandre. Imidlertid fremkommer det at få av lærere i min studie mestrer å lede klasseromsdialoger av høy kvalitet.

Studien min indikerer at det er en vanskelig oppgave for lærer å gjennomføre god utforskende matematikkundervisning. Dette henger antagelig sammen med at det er mye arbeid å gjennomføre undervisning som fremmer en relasjonell forståelse hos elevene. Er det bedre å gjennomføre den undervisningen som er mer effektiv i form av at den gir raskere og bedre resultater på avsluttende prøver, slik som Skovmose (1998) sier at teoretisk, tradisjonell undervisning gjør? Hvorfor skal lærer gjennomføre utforskende matematikkundervisning som fremmer relasjonell forståelse? Er det ikke utforskning realfag handler om? Naturvitenskapen og matematikken er har kommet til nettopp fordi noen kloke og nysgjerrige hoder startet å stille spørsmål ved hvorfor ting er som de er. Disse menneskene turte å undre seg og utforske verden. De turte å gå egne veier og være kritiske til det som var den tiden sannheter. Disse nysgjerrige utforskerne har bidratt til å utarbeide teorier og matematiske modeller som er med å forklare universet vi lever i. Poenget mitt er at for å gjøre realfaget spennende må vi begynne med det som er det spennende med realfaget, nettopp utforskningen!

Jeg synes det er ganske interessant hvor lite utforskende matematikk som fremkom i denne studien. Dersom jeg skulle gjennomført en ny studie i matematikkdidaktikk ville jeg undersøkt vurderingene som brukes på landsbasis på ungdomstrinnet i Norge. Dette ville jeg sett opp mot læreplanen. Hvorvidt vurderes elevenes kompetanse etter kompetansen læreplanen tilsier at vi ønsker elevene skal opparbeide. Det ville også vært interessant og studert undervisningsmaterialet som brukes i norsk matematikkundervisning. Det er ganske interessant at to av lærerne i denne studien brukte samme aktivitet. Er dette et tegn på at det er lite tilgjengelige ressurser i fagbøkene? En kan stille spørsmål ved at det ikke er en nasjonal prøve som vurderer elevenes problemløsning- og utforskningskompetanse, da det kommer frem i læreplanen at vi ønsker at elevene skal arbeide utforskende med problemer. Hvorfor måler vi ikke den kompetansen som det står i læreplanen at elevene skal opparbeide seg? Når fagfornyelsen trer inn vil det bli et behov for å vurdere denne kompetansen hos elevene, da nettopp utforskning og problemløsning antagelig vil bli det første av seks kjerneelementer i matematikkundervisningen.

Referanser

Blikstad-Balas, M. (2016). Key challenges of using video when investigating. *International Journal of Research & Method in Education, 40:5*, pp. 511-523.

Chapin, S. H., O`Connor, C., & Anderson, N. C. (2009). *Classroom Discussions: Using Math Talk to Help Students Learn.* Math Solutions; 2. utgave.

Cohen, L., Morrison, K., & Manion, L. (2013). *Research Methods in Education.* Taylor and Francis.

Creswell, J., & Miller, D. (2000). Determining validity in qualitative inquiry. In *Theory Into Practice* (pp. 124-130).

Goos, M. (2004, jul). Learning Mathematics in a Classroom Community of Inquiry. *Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 35, No. 4,* pp. 258-291.

Grønmo, L., Onstad, T., & Pedersen, V. (2009). Matematikk som sentralt skolefag. In R. Mikkelsen, & H. Fladmoe, *Lektor - Adjunkt - Lærer 2. utgave* (pp. 213-230). Oslo: universitetsforlaget.

Hjardemaal, F., Kleven, T., & Tveit, K. (2014). *Innføring i pedagogisk forskningsmetode (2.utg). En hjelp til kritisk tolkning og vurdering.* Oslo: Fagbokforlaget.

Jacobsen, D., & Postholm, M. B. (2016). *Læreren med forskerblikk, innføring i vetenskapelig metode for lærerstudenter.* Oslo|: CAPPELEN DAMM.

Klette, K. (2013). Hva vet vi om god undervisning? Rapport fra klasseromsforskningen. In R. J. Krumsvik, & R. Säljö , *Praktisk-Pedagogisk Utdanning.* (pp. 173-202). Bergen : Fagbokforlaget.

Larsen, A. K. (2017). Om samfunnsvitenskaplig metode. In *En enklere Metode. Veiledning i samfunnsvitenskapelig metode* (pp. 17-37). Fagbokforlaget.

Lee, C. (2006). *Language for learning mathematics - Assessment for learning in practice.* Berkshire, England: Open university Press.

Matematikksenteret. (2018). *Diagnostisk undervisning*. Retrieved from https://www.matematikksenteret.no/grunnskole/vurdering-og-kartlegging/fra-misoppfatning-til-mestring/diagnostisk-undervisning

Mellin-Olsen, S. (1981). INSTRUMENTALISM AS AN EDUCATIONAL CONCEPT. *Educational Studies in Mathematics 12* , pp. 351-367.

NESH. (2016, april 27). *De nasjonale Forskningetiske komiteene*. Retrieved from Etikkom.no: https://www.etikkom.no/forskningsetiske-retningslinjer/samfunnsvitenskap-jus-og-humaniora/

Niss , M., & Jensen, T. H. (2002). Kompetencer og matematiklæring. *Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie nr. 18 - 2002*.

Nordtvedt, G. A., & Vogt, G. (2012). Når matematikk blir vanskelig. Matematikkvansker i elev- og undervisningsperspektiv. In E. Befring, & R. Tangen, *Spesialpedagogikk* (pp. 370-384). Cappelen Damm Akademisk Forlag.

Nosrati, M., & Wæge, K. (n.d.). Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk. Matematikksenteret.

Olafsen, A., & Maugesten, M. (2015). *Matematikkdidaktikk. 2. utgave.* Oslo: Universitetsforlaget.

Schukajlow, S., & Krug, A. (2014, July). Do Multiple Solutions Matter? Prompting Multiple Solutions, Interest, Competence, and Autonomy. *Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 45, No. 4*, pp. 497-533.

Sherin, M. G. (2002). When Teaching Becomes Learning. In *Cognition and Instruction* (pp. 119-150).

Skemp, R. R. (2006, September 1). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching in the Middle School, Vol.12*, pp. 88-95.

Skovmose, O. (1998). Undersøkelseslandskaber. *MAtematikk for alle. Rapport fra lamis 1. sommerkurs, Trondheim 6.-9. august 1998*, pp. 24-37.

Stein, M., Engle, R. A., Smith, M., & Hughes, E. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. In *Mathematical Thinking and Learning* (pp. 313-340). Routledge.

Straesser, R. (2007). Didactics of mathematics: more than mathematics and school! *ZDM Mathematics Education*, pp. 165–171.

Säljö, R. (2013). Støtte til læring - tradisjoner og perspektiver. In R. J. Krumsvik, & R. Säljö, *Praktisk pedagogisk utdanning* (pp. 53-80). Bergen: Fagbokforlaget.

Utdanningsdirektoratet. (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag.*

Utdanningsdirektoratet. (2019). *hoering.udir.no.* Retrieved from udir.no: https://hoering.udir.no/Hoering/v2/343?notatId=686

Utdanningsdirektoratet. (2017). *Rammeverk for nationaleprøver.* Retrieved from udir.no: https://www.udir.no/eksamen-og-prover/prover/rammeverk-for-nasjonale-prover/provens-innhold/#nasjonale-prover-i-regning

Wæge, K. (2007). *Elevenes motivasjon for å lære matematikk og undersøkende matematikkundervisning.* Fakultet for informasjonsteknologi, matematikk og elektroteknikk.

Wæge, K. (2015). Samtaletrekk – redskap i matematiske diskusjoner. *Tangenten*, pp. 22-27. Retrieved from www.matematikksenteret.no: https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/page/samtaletrekk_tangenten.pdf