

# ”Er det ordene eller tallene?”

*En studie av lytteforståelse og regneferdigheters  
rolle i løsning av aritmetiske ordproblemer*

Linda Josefine Aas Haugen



Masteroppgave i spesialpedagogikk  
Institutt for spesialpedagogikk  
Det utdanningsvitenskapelige fakultet  
UNIVERSITETET I OSLO

Vår 2019



# **”Er det ordene eller tallene?”**

En studie av lytteforståelse og regneferdigheters rolle i løsning av aritmetiske ordproblemer.

© Linda Josefine Aas Haugen

2019

”Er det ordene eller tallene?”

En studie av lytteforståelse og regneferdigheters rolle i løsning av aritmetiske ordproblemer.

Linda Josefine Aas Haugen

<http://www.duo.uio.no>

Trykk: Reprosentralen, Universitetet i Oslo



# Sammendrag

For at samfunn skal utvikle seg er god kompetanse i matematikk hos befolkningen en forutsetning. I tillegg er matematisk kompetanse viktig for individet i et livsmestringsperspektiv (Parson & Bynner, 2005; Price & Ansari, 2013; Utdanningsdirektoratet, 2013). I dette studie belyses delen av matematikken som knyttes til aritmetiske ordproblemer. Det ser ut til at ferdigheter i ordproblemløsning kan være en av de beste prediktorene til å anslå fremtidig lønn og arbeidsforhold (Bynner, 1997). Ordproblemer er oppgaver som involverer både språk og regneferdigheter (Fuchs et al., 2013, Fuchs et al., 2015). Dette gjør oppgavene krevende, og spesielt utfordrende for personer med vansker innen matematikk, språk og lesing (Koponen, Mononen, Räsänen, & Ahonen, 2006, Peake, Jiménez, Rodríguez, Bisschop, & Villarroel, 2015; Singer, Strasser, & Cuadro, 2019; Vukovic, Lesaux, & Siegel, 2010). Formålet med denne studien er å utvide kunnskapen om hvilke roller regneferdigheter og språkferdigheter spiller i løsning av aritmetiske ordproblemer. Dette gjøres gjennom å besvare forskningsspørsmål som handler om i hvilken grad aritmetisk regneflyt og lytteforståelse forklarer unik variasjon i ordproblemløsning. Økt kunnskap om temaet kan bidra til kartlegging av barn som strever med ett eller flere aspekter i matematikk, eller som står i fare for å utvikle slike vansker. Det kan også gi et grunnlag for utvikling av målrettede forskningsbaserte intervensjonsprogrammer. Denne studien har et ikke-eksperimentelt design, med en kvantitativ tilnærming og er gjort i tilknytning til et større forskningsprosjekt som kalles NumLit. Det er 254 førsteklasinger som er inkludert i studien. De er enspråklige, har norsk som morsmål, og er uten store lærevansker. Regneflyt ble målt med testene TOBANS addisjon og TOBANS subtraksjon. Ordproblemløsningsferdigheter ble målt med WISC, deltest regning. Lytteforståelse ble målt med NARA II, deltest lytteforståelse. Nonverbal intelligens ble målt med Raven CPM, og arbeidsminne ble målt med deltestene listening recall og backward digit recall fra WMTB-C. For å utforske sammenhengene ble det anvendt bivariat korrelasjonsanalyse og multippel regresjonsanalyse. Analysene ble utført i det statistiske analyseprogrammet SPSS (IBM, 2017). Resultatene av analysene viser at både regneflyt og lytteforståelse korrelerer positivt med ordproblemer. Regresjonsmodellen utdyper dette forholdet og viser at lytteforståelse alene kan forklare 4,3% unik variasjon og at regneflyt kan forklare 11,5% av unik variasjon i ordproblemløsning. Da er arbeidsminne og nonverbal intelligens kontrollert for. Sammenhengene er statistisk signifikante. Dette samsvarer med funn fra tidligere studier.



# Forord

At jeg nå kan levere en masteroppgave er betyr mye for meg. Endelig kan jeg lukke døren som har stått åpen i mange år. Det sies at når en dør lukkes, så åpnes en annen. Derfor ser jeg optimistisk på framtiden, og hva den kan bringe av muligheter. Det er mange som har støttet og bidratt på ulike måter underveis i denne prosessen, og dere fortjener alle en takk. Uten deres bidrag hadde jeg ikke fått dette til.

Takk til mine veiledere Tonje Amland og Professor Athanassios Protopapas for gode råd og innspill.

Takk til forskergruppen i NumLit for at jeg kunne delta i forskningsprosjektet.

Takk til besteforeldre og naboer som har stilt opp som barnevakter og heiagjeng.

Takk til venner og familie som har lest oppgaven, diskutert den og kommet med innspill.

Takk til studievenner for faglige diskusjoner og sosiale lunsjer.

Takk til samboeren min Henrik som har oppmuntret og støttet meg gjennom hele prosessen.

Takk til barna mine Louise Ellanora og Klara Constanse for at dere har sørget for avkobling, glede og kjærighet.

Mai 2019

Josefine Haugen





# Innholdsfortegnelse

<b>1</b>	<b>Bakgrunn og formål med studien.....</b>	<b>1</b>
1.1	Problemstilling.....	3
<b>2</b>	<b>Teoretisk og empirisk grunnlag .....</b>	<b>4</b>
2.1	Innledning.....	4
2.2	Aritmetikkferdigheter .....	6
2.2.1	Utvikling av aritmetikkferdigheter.....	6
2.2.2	Relasjonelle ferdigheter i aritmetikk.....	9
2.3	Lytteforståelse .....	11
2.3.1	Lytteforståelse og språkferdigheter .....	12
2.3.2	Bakgrunnskunnskapens rolle i lytteforståelse.....	15
2.3.3	Relasjonen mellom språklige ferdigheter og aritmetikkferdigheter .....	16
2.4	Kontrollvariabler.....	17
2.4.1	Arbeidsminne .....	17
2.4.2	Nonverbal intelligens .....	20
2.5	Aritmetiske ordproblemer.....	21
2.5.1	Aritmetikk i ordproblemer .....	22
2.5.2	Lytteforståelse i ordproblemer.....	24
2.5.3	Arbeidsminnets funksjon i løsning av ordproblemer .....	27
2.5.4	Nonverbal intelligens og evne til å løse ordproblemer .....	29
2.6	Oppsummering av empirisk og teoretisk bakgrunn .....	29
<b>3</b>	<b>Metode .....</b>	<b>31</b>
3.1	Studiets design.....	31
3.2	Utvalg.....	31
3.3	Variabler og instrumenter.....	32
3.3.1	Ordproblemer.....	32
3.3.2	Regneflyt.....	33
3.3.3	Lytteforståelse.....	33
3.3.4	Arbeidsminne .....	34
3.3.5	Nonverbal intelligens .....	34
3.4	Fremgangsmåte.....	35
3.5	Analyser .....	36
3.6	Validitet og reliabilitet.....	36
3.7	Etiske hensyn .....	38
<b>4</b>	<b>Resultater .....</b>	<b>40</b>
4.1	Deskriptive analyser av variablene.....	40
4.1.1	Vurdering av utfallsvariabelen: Ordproblemer .....	41
4.1.2	Vurdering av prediktorvariablene aritmetisk regneflyt og lytteforståelse: .....	42
4.1.3	Vurdering av kontrollvariablene arbeidsminne og nonverbal intelligens: .....	45
4.2	Reliabilitet.....	47
4.3	Bivariat korrelasjonsanalyse .....	48
4.4	Hierarkisk multipel regresjonsanalyse.....	51
4.4.1	En undersøkelse av forutsetninger for en multipel regresjonsanalyse.....	52
4.4.2	Regresjonsmodell og kommentering av resultater .....	55
<b>5</b>	<b>Drøfting .....</b>	<b>58</b>

<b>5.1</b>	<b>Resultater sett i lys av tidligere forskning .....</b>	<b>58</b>
<b>5.2</b>	<b>En vurdering av studiens styrker og begrensninger knyttet til validitet og reliabilitet .....</b>	<b>63</b>
5.2.1	Retningsproblemet.....	63
5.2.2	Alternative hypoteser.....	64
5.2.3	Statistisk validitet .....	65
5.2.4	Generalisering .....	67
5.2.5	Begrepsvaliditet.....	68
5.2.6	Pedagogiske implikasjoner .....	70
5.2.7	Videre studier .....	72
<b>5.3</b>	<b>Oppsummering.....</b>	<b>73</b>
<b>Litteraturliste .....</b>		<b>75</b>

### Liste over figurer

Figur 1	Illustrasjon av Baddeley og Hitch multikomponent modell av arbeidsminne (Baddeley, 2000).....	18
Figur 2	Eksempel på oppgave fra The Raven Coloured Progressive Matrices .....	35
Figur 3	Fordeling av resultater for variabelen ordproblemer.....	41
Figur 4	Fordeling av resultater for variabelen regneflyt, Addisjon (TOBANS).....	42
Figur 5	Fordeling av resultater for variabelen regneflyt, subtraksjon (TOBANS).....	43
Figur 6	Sammenstilling av resultater fra TOBANS subtraksjon og ordproblemer .....	44
Figur 7	Fordeling av resultater for variabelen lytteforståelse .....	45
Figur 8	Fordeling av resultater for variabelen arbeidsminne målt med testen DigBackS .....	46
Figur 9	Fordeling av resultater for variabelen arbeidsminne målt med testen Listening rec ..	46
Figur 10	Fordeling av resultater for variabelen Nonverbal intelligens målt med Ravens matriser .....	47
Figur 11	Fordeling av resultater for variabelen regneflyt.....	50
Figur 12	Residualer fra modell 3 med N=166 .....	52
Figur 13	Residualer i et normalfordelings plot .....	53
Figur 14	En vurdering av om ordproblemer kan være en lineærfunksjon av prediktorvariablene .....	54
Figur 15	Et scatterplot over standardiserte residualer og predikerte verdier .....	54

### Liste over tabeller

Tabell 1	Oversikt over variabler og instrumenter i undersøkelsen .....	32
Tabell 2	Deskriptiv statistikk av datamaterialet.....	41
Tabell 3	Reliabilitet målt med Cronbachs alfa ( $\alpha$ ) .....	48
Tabell 4	Korrelasjoner mellom variabler vist med Pearsons r.....	49
Tabell 5	Deskriptiv statistikk for variabelen regneflyt .....	50
Tabell 6	Deskriptiv statistikk for ustandardiserte residualer .....	53
Tabell 7	Hierarkisk multipel regresjonsanalyse som predikerer ordproblemløsning ut i fra modell 1-3 .....	55
Tabell 8	Regresjonskoeffisienter i modell 3 .....	56

# 1 Bakgrunn og formål med studien

Matematikk består av mange disipliner, i denne studien er det aritmetiske ordproblemer som blir belyst. Ordproblemer i matematikk kan defineres som ”*en verbal beskrivelse av en problemsituasjon der det reises ett eller flere spørsmål hvor svaret kan finnes med matematiske operasjoner av de numeriske data i problemformuleringen*” (Verschaffel, Greer, & De Corte, 2000, s. ix).

Ordproblemer er et interessant område innen matematikk fordi det kan være en kobling mellom den abstrakte matematikken og konkrete problemstillinger i det virkelige livet (Boonen, de Koning, Jolles, & Van der Schoot, 2016; Verschaffel et al., 2000). I hverdagslivet havner vi stadig i situasjoner der det er behov for å anvende matematiske ferdigheter. Det kan være å dele en restaurantregning, vite hvor mye maling som behøves for å male et rom, eller og kunne vurdere løfter i et partiprogram. Å beherske og forstå matematikk man møter i livet er viktig for enkeltindividet, og for opprettholdelse og utvikling av samfunnet (Parson & Bynner, 2005; Price & Ansari, 2013; Singer, Strasser, & Cuadro, 2019; Utdanningsdirektoratet, 2013). I denne sammenhengen kan aritmetiske ordproblemer være en øvelse i å anvende matematikk i en kontekst. Det er vist at prestasjoner i ordproblemløsning kan være en av de beste prediktorene fra skoleløpet til å forutsi lønn og arbeidsforhold i voksen alder (Bynner, 1997). Dette forteller hvor viktig det er å hjelpe de som strever med slike oppgaver. For å kunne bistå dem er det nødvendig med kunnskap om hvilke ferdigheter og faktorer som bidrar i ordproblemløsning.

Ordproblemer i matematikk er en øvelse der oppgavens problem formidles i en kontekst, og ikke som et symbolsk uttrykk (Kintsch & Greeno, 1985). Et eksempel på et ordproblem kan være: ”Henrik har en sparkesykkel. I går fikk han en ny sparkesykkel av mormor. Hvor mange sparkesykler har Henrik nå?”. At et matematisk problem formidles i en kontekst øker kompleksiteten til oppgaven fordi det i tillegg til matematisk kompetanse også er behov for språk- og strategiferdigheter. Det er flere studier som peker på dette forholdet (Bjork & Bowyer-Crane, 2013; Fuchs et al., 2010). Eksempelvis har undersøkelser vist at barn til tross for adekvate aritmetikkferdigheter, likevel kan streve med aritmetiske ordproblemer (Boonen et al., 2016; Swanson, Jerman, & Zheng, 2008). Studier har også vist at språkforståelse kan

være en faktor som har sterkere prediksjonsevne for løsning av ordproblemer enn aritmetikkferdigheter (Bjork & Bowyer-Crane, 2013; Fuchs et al., 2010).

At både språklige og matematiske ferdigheter er involvert, gjør det aktuelt å undersøke ordproblemer i en spesialpedagogisk kontekst. Det finnes barn som kan streve med den ene eller begge ferdighetene. Utfordringer knyttet til denne typen oppgaver kan opptre innenfor flere typer spesifikke lærevansker. I tillegg til at oppgavetyper er krevende for barn som strever med matematikk, er dette også en oppgavetype som kan være ekstra utfordrende for barn med dysleksi (Peake, Jiménez, Rodríguez, Bisschop, & Villarroel, 2015; Vukovic, Lesaux, & Siegel, 2010) og for barn med utviklingsmessige språkvansker (Koponen et al., 2006, Singer et al., 2019). Målet for denne studien er å gi et bidrag til kunnskapsutvikling om hvilken rolle matematikkferdigheter og språk har i løsning av aritmetiske ordproblemer. Det kan potensielt gjøre det mulig å utvikle intervensjoner som tar sikte på å trene både språklig og matematisk forståelse basert på kunnskapen om hvordan disse aspektene henger sammen

Matematikk og språk er komplekse domener som krever et omfattende sett med kunnskaper og ferdigheter. Matematikkferdighetene som er involvert i ordproblemene i denne undersøkelsen er knyttet til aritmetikk. Aritmetikkferdigheter består av mange faktorer. I denne studien brukes aritmetisk regneflyt som en indikator som dekker endel av ferdigheten. Regneflyt er et mål på hvor hurtig og nøyaktig aritmetiske beregninger utføres. I denne studien presenteres ordproblemene muntlig. Når ordproblemer presenteres muntlig er lytteforståelse en viktig ferdighet for å forstå konteksten til oppgaven (Fuchs et al., 2015; Fuchs et al., 2013; Fuchs, et al., 2006; Kyttälä et al., 2014). Derfor vil lytteforståelse være en sentral del av denne studien. Lytteforståelse handler om å forstå en tekst som leses høyt gjennom å forstå ordene og setningene (Hoover & Gough, 1990; Hogan, Adlof, & Alonzo, 2014). Ferdigheten består av språklige faktorer, erfaringer og evne til å knytte bakgrunnskunnskap til konteksten (Hogan et al., 2014; Osada, 2004).

Kompleksiteten i ordproblemer gjør at det også er mange domenegenerelle ferdigheter som involveres i prosessering av slike oppgaver. Arbeidsminnet og nonverbal intelligens antas å spille en viktig rolle, og er derfor faktorer som tas i betraktning (Ching & Nunes, 2017; Kyttälä, Aunio, Lepola, & Hautamäki, 2014; Rasmussen & Bisanz, 2005). Eksempler på andre domenegenerelle ferdigheter som kan tenkes å spille en rolle, men som på grunn av

studiens begrensede omfang ikke vurderes her, er for eksempel oppmerksomhet, prosesseringshastighet, eksekutive funksjoner og langtidsminne.

Denne studien er gjort i tilknytning til NumLit, et større forskningsprosjekt ved Institutt for spesialpedagogikk ved Universitetet i Oslo. Det er en longitudinell undersøkelse som ser på utvikling og normalvariasjon av ferdigheter innen lesing, skriving, språk, regning og kognitive ferdigheter. For spesialpedagogikken som fagfelt er deskriptive undersøkelser viktig for å få kunnskap om hvordan ferdigheter kan beskrives innenfor normal variasjon, og de gir informasjon om hva som faller utenfor normalvariasjonen (Gall, Gall, & Borg, 2007; Kleven, 2002). En ferdighet befinner seg langs et kontinuum, og en spesifikk vanske kan knyttes til grenseverdier på denne aksen (Ostad, 2010). En grenseverdi er et kunstig punkt som kan bidra til å definere en lærevanske, derfor er det også nyttig å vite noe om hvordan ferdighetene kommer til uttrykk rett før dette punktet for å kunne intervensere tidlig (Mazzocco & Thompson, 2005).

## **1.1 Problemstilling**

Formålet med denne studien er å utvide kunnskapen om hvilke roller regneferdigheter, målt med aritmetisk regneflyt og lytteforståelse spiller i løsning av muntlig presenterte ordproblemer. Det er også ønskelig å se hvordan eventuelle statistisk signifikante forhold mellom ordproblemer og de hypotetiske prediktorene stiller seg når de domenegenerelle faktorene arbeidsminne og nonverbal intelligens tas i betraktning. Dette forholdet undersøkes hos enspråklige førsteklasinger med norsk som morsmål. Basert på relevant teori og data fra NumLit-undersøkelsen vil problemstillingen bli forsøkt besvart gjennom disse forskningsspørsmålene:

- Hva slags sammenheng er det mellom aritmetisk regneflyt og evnen til å løse muntlig presenterte ordproblemer?
- Hva slags sammenheng er det mellom lytteforståelse og evnen til å løse muntlig presenterte ordproblemer?
- I hvilken grad kan aritmetisk regneflyt og lytteforståelse forklare unik variasjon i ordproblemløsning når det kontrolleres for arbeidsminne og nonverbal intelligens?

# 2 Teoretisk og empirisk grunnlag

## 2.1 Innledning

Å løse aritmetiske ordproblemer er en kompleks prosess som avhenger av barnets evner og ferdigheter, i tillegg til ytre faktorer som erfaringer og opplæring. Prosessen i løsning av aritmetiske ordproblemer kan deles inn i flere trinn. Kort forklart handler det om å tolke et problem som er gitt med ord, overføre det til et matematiske uttrykk og deretter gjennomføre utregninger (Verschaffel, Depaepe, & Van Dooren, 2015; Wong & Ho, 2017).

På norsk er det tradisjon for at regneoppgaver som presenteres med ord kalles for tekstoppgaver uavhengig om de presenteres muntlig eller skriftlig. På engelsk kalles de ”word problems”. For å unngå forvirring og forveksling med skriftlig presenterte ordproblemer som krever leseferdigheter, er det i denne studien gjort et valg om å oversette det engelske uttrykket og kalle oppgavene for ordproblemer. Det er verd å merke seg at typen ordproblemer som presenteres for barna i denne studien kan ha kjente problemstillinger, som ikke krever den samme problemløsningskompetansen som kreves i løsning av nye og ukjente problemstillinger. Ordproblemer representerer ikke alltid et *ekte problem*, og er derfor ikke nødvendigvis det samme som matematiske problemløsningsoppgaver (Verschaffel, Depaepe, & Van Dooren, 2015).

En måte å dele inn aritmetikkferdigheter er i underdomenene telling, beregninger og ordproblemer (Singer et al., 2019). Underliggende kognitive evner bidrar ulikt i de ulike underdomenene, og det er vist at underdomenene kan ha effekt på hverandre. Derfor kan vi ikke nødvendigvis behandle aritmetikkferdigheter som et felles konsept (Fuchs, et al., 2006; Singer et al., 2019). I denne studien er det aritmetisk regneflyt som brukes for å operasjonalisere underdomenet aritmetiske beregninger. Aritmetiske beregninger avgrenses her til å gjelde oppgaver med regneartene addisjon og subtraksjon som løses med hoderegning eller telling. Barna i studien har ikke forutsetninger for mer komplekse regnearter, fordi addisjon og subtraksjon er regneartene som barna skal lære i første og andreklasse på skolen (Utdanningsdirektoratet, 2013).

I denne studien tolkes begrepet lytteforståelse på samme måte som i leseforståelsesmodellen ”The simple view of reading”. Det er å forstå en tekst som ikke presenteres skriftlig, men som presenteres muntlig (Hoover & Gough, 1990). Årsaken til valg av begrepstolkning er at ordproblemene i denne undersøkelsen i praksis er presentert som en tekst som leses høyt. I tillegg har store deler av litteraturen som ligger til grunn for denne studien definert lytteforståelse på denne måten. En leseforskningsforståelse av begrepet vil også kunne bidra til at resultater fra denne studien kan være relevant for framtidig forskning på forholdet mellom leseforståelse og ordproblemer i NumLit.

For ordproblemer er arbeidsminne og nonverbal intelligens domenegenerelle ferdigheter som antas å spille viktige roller. Derfor er dette faktorer som tas i betraktning for å belyse sammenhengen mellom lytteforståelse og løsning av ordproblemer (Kyttälä et al., 2014). Årsaken til at arbeidsminnet får fokus i denne oppgaven er at forskningen viser en korrelasjon mellom arbeidsminne og ordproblemer (Fuchs et al., 2006; Kyttälä et al., 2014). I tillegg ser man at det teoretiske rammeverket som brukes til å forstå hvordan det konstrueres en mental modell av ordproblemer bygger på en forutsetning om arbeidsminnekapasitet (Kintsch & Greeno, 1985). Nonverbal intelligens inkluderes i undersøkelsen fordi tidligere empiri viser at det har betydelige signifikante korrelasjoner til ordproblemløsning (Fuchs, et al., 2005; Jögi & Kikas, 2016; Wong & Ho, 2017).

Barna i undersøkelsen har gått på skolen i 5-6 måneder når de testes. De har akkurat startet utviklingen av en formell matematisk kompetanse. I perioden mellom 3 - 8 års alder skjer en utvikling av matematiske ferdigheter. Det er en overgang fra bruk av medfødte kvantitative evner, til å lære og telle, og etterhvert utføre aritmetiske regneoperasjoner (Geary, 2000). Det kan ventes at barna er ulike steder i denne utviklingen (Geary, Hoard, Byrd-Craven, Nugent, & Numtee, 2007). Når det gjelder ordproblemer er det vist at barn kan løse slike oppgaver tidlig, også før de lærer formell matematikk (Gilmore, Göbel, & Ingils, 2018; Kyttälä et al., 2014).

I neste avsnitt vil det gjøres rede for det teoretiske og empiriske grunnlaget for denne studien. Kapitlet Aritmetikkferdigheter er bygget opp ved at det først gjøres rede for utvikling og kunnskap om aritmetikkferdigheter, lytteforståelse, arbeidsminne og nonverbal intelligens.



Dette legger det teoretiske grunnlaget for forståelsen av deres rolle i ordproblemer. I siste delkapittel blir ferdighetene satt i empirisk kontekst med ordproblemer.

## **2.2 Aritmetikkferdigheter**

Fordi barna som er med i denne undersøkelsen kan være på ulike steder i utvikling av aritmetikkferdigheter er det viktig med kunnskap om på hvilken måte disse ferdighetene utvikler seg (Geary et al., 2007). Det er også viktig for å forstå hva som ligger til grunn for aritmetikkferdigheter siden det viser seg at tidlige matematiske ferdigheter predikerer senere matematikkferdigheter (Aunio & Niemivirta, 2010; Butterworth, 2005; Fuchs et al., 2013; Koponen et al., 2016). Det finnes flere modeller som beskriver den tidlige utviklingen av matematiske ferdigheter (Aunio & Räsänen, 2015; Butterworth, 2005; Geary, 2000; Siegler & Hugues, 2014). I denne oppgaven brukes perspektiver fra flere av disse modellene for å belyse ulike komponenter i utviklingen av aritmetikkferdigheter.

### **2.2.1 Utvikling av aritmetikkferdigheter**

I tidlig utvikling av matematiske ferdigheter kan det skilles mellom symbolsk og ikke-symbolsk tallforståelse. Begrepet ikke-symbolsk tallforståelse brukes om evne til å vurdere og sammenlikne mengder omtrentlig uten bruk av tall, mens symbolsk tallforståelse brukes når symboler brukes for å representere mengder (Aunio & Räsänen, 2015). Omfattende forskning tyder på at mennesket er født med en preverbal ikke-symbolsk tallforståelse (Aunio & Räsänen, 2015; Butterworth, 2005). Dette kalles Approximate number system (ANS) (Aunio & Räsänen, 2015; Cai, Zhang, Li, Wei, & Georgiou, 2018; Gimbort, Camos, Gentaz, & Mazens, 2019; Siegler & Hugues, 2014). Denne medfødte evnen gjør oss i stand til å sammenlikne og vurdere mengder allerede fra vi er spedbarn (Butterworth, 2005). Før barn lærer om tall kan de sammenlikne antall objekter (Aunio & Räsänen, 2015; Butterworth, 2005; Siegler & Hugues, 2014). De kan for eksempel avgjøre om det er flere prikker i en rute enn i en annen rute når de presenteres ved siden av hverandre. Dette er en unøyaktig, men rask måte å anslå mengder, og presisjonsnivået øker med alder (Siegler & Hugues, 2014). Det finnes flere undersøkelser som viser at før den formelle opplæringen i matematikk begynner, predikerer den ikke-symbolske-tallforståelsen de andre matematiske ferdighetene. Etter at opplæringen har begynt endrer dette seg. Forholdet mellom matematikkferdigheter og ikke-symbolsk tallforståelse blir svakere, og den symbolske tallforståelsen blir en sterkere prediktor for matematikkferdigheter (Cai et al., 2018). Med prediktor menes en variabel som

kan forutsi utfallet av en annen variabel basert på sannsynlighet. Et eksempel på nedgang i relasjonen mellom ANS og matematikkferdigheter er fra en longitudinellstudie av barn i alderen 5-7 år. Den viste at relasjonen mellom ANS og matematikkferdigheter var blitt redusert i løpet av årene studien varte (Gimbert et al., 2019). Det er knyttet mye usikkerhet til rollen ANS spiller i matematiske ferdigheter. Fordi ANS ikke ser ut til å ha stor betydning for matematikkferdigheter for barn i første klasse blir det ikke drøftet videre her.

I den matematiske utviklingen går overgangen fra de medfødte mengdeoppfatningene til formell matematikk gjennom telling (Butterworth, 2005; Geary, 2000). Barnas alder er en sterk prediktor for telleferdigheter (Aunio & Niemivirta, 2010; Butterworth, 2005). Disse telleferdigheter er i sin tur en prediktor for senere matematikkferdigheter (Aunio & Niemivirta, 2010; Aunio & Räsänen, 2015; Koponen, et al., 2016). En longitudinell undersøkelse med 212 barn fra førskolealder til første klasse, viste at telleferdigheter før skolestart kunne predikere matematiske ferdigheter i første klasse (Aunio & Niemivirta, 2010). En annen studie som viser tilsvarende prediksjoner, er en longitudinell studie som fulgte barn fra 6-10 års alder. Den viste at telling er en sterk prediktor for aritmetisk regneflyt (Koponen, et al., 2016). Det er flere viktige konsepter et barn må forstå for å kunne utvikle gode telleferdigheter. Barnet må kunne tallordene og tallsymbolene, samt beherske riktig rekkefølge (Aunio & Räsänen, 2015; Butterworth, 2005). For å beherske telling må barnet også forstå at et tall representerer en mengde, og at det er en kobling mellom mengde, tallord og tallsymbol. Dette kalles mapping (Gimbert et al., 2019). Telling krever at barnet forstår en- til -en korrespondanse. Det betyr at tallordet hører til objektet som telles og at det bare telles en gang. Før barnet har forstått dette prinsippet vil det peke og si telleremsen uten å knytte et tall til hvert objekt. Barnet må også forstå kardinalitet, det vil si at tallet til det siste objektet som telles, angir antallet i ett sett (Aunio & Räsänen, 2015; Butterworth, 2005). Når barnet behersker å kunne telle opp eller ned fra et gitt tall utvikles ferdigheter knyttet til tallsekvenser, f.eks. kunne telle i toere, femmere, tiere, telle forlengs og baklengs (Aunio & Niemivirta, 2010). En observasjonsstudium av 1747 barnehagebarn i Norge viser at telleferdigheter hos norske barn utvikles noe senere enn det som er rapportert i andre studier. Det er usikkert om resultatet kan skyldes norske barnehagetradisjoner eller metoden for innsamling av data (Reikerås, 2016).

Det er en overlappende overgang mellom ikkesymbolsk og symbolske utregning. Tidlige aritmetiske utregninger starter gjerne med støtte i fingertelling og konkrete (Aunio &

Räsänen, 2015; Butterworth, 2005; Geary, 2000; Gilmore et al., 2018). I denne sammenhengen betyr konkrete fysiske objekter som barna kan manipulere for å finne svaret. Først benytter barna strategien med å telle alle. Med fingertelling som strategi for å løse stykket  $2+3$  vil barnet telle 1,2 på den ene hånden og 3,4,5 på den andre hånden. Senere i utviklingen vil barnet velge å starte og telle fra det første leddet i addisjonen. Da starter det med 2 og teller 3,4,5 på den ene hånden. Etterhvert vil barnet endre strategi og velge og starte fra den høyeste addenden, det er mer effektivt og nøyaktig (Butterworth, 2005; Geary, 2000). Med erfaring med addisjon og subtraksjonsoppgaver vil barnet etterhvert utvikle en mental representasjon av aritmetiske fakta og det kan føre til en strategi hvor svaret på regnestykket hentes fra langtidsminet (Butterworth, 2005). Det antas å skje ved at det etableres en fonologisk kobling mellom to tall og et svar som lagres i langtidsminet (Singer et al., 2019). Direkte gjenkalling av regnefakta frigjør kognitive ressurser som gir et grunnlag for mere komplekse beregninger (Fuchs et al., 2013). Barn som presterer lavt i matematikk ser ut å fortsette å bruke telling som strategi i stede for å bruke faktagjenkalling. De viser få etablerte regnefakta og lav regneflyt (Geary, Hoard, Byrd-Craven, Nugent, & Numtee, 2007). Måling av aritmetisk regneflyt kan gi en indikasjon på aritmetikkferdigheter og bruk av faktagjenkalling som strategi. Faktagjenkalling kan brukes i mange regnestykker, men for regnestykker der svaret ikke er lagret i langtidsminet må selve utregning utføres. Å gjøre aritmetiske utregninger på papir eller i hodet er to ulike konsepter (Maclellan, 2001). I hoderegning må man huske på den numeriske informasjonen samtidig med at beregningene utføres, dette gir en større belastning på arbeidsminnet. Ved utregning på papir kan deler av utregningen utføres uten at man for eksempel trenger å huske på hvert ledd (Maclellan, 2001). Aritmetisk hoderegning er til og med blitt brukt som et mål på arbeidsminne (Lynn & Irwing, 2008). Med varierte og fleksible strategier kan beregningen utføres mer nøyaktig og effektivt (Maclellan, 2001; Varol & Farran, 2007). Gode hoderegnere kan bruke kunnskap om aritmetiske prinsipper til å dele eller gruppere tallene på nye hensiktsmessige måter. Kunnskap om faktorenes orden og omvente regnearter kan også bidra til å gjøre utregningene enklere (Varol & Farran, 2007). Disse aritmetiske prinsippene uttypes yttligere i avsnittet om relasjonelle ferdigheter. Eksempler på andre hoderegningstrategier kan være telling, eller og forestille seg en algoritmisk utregning med penn og papir (Varol & Farran, 2007).

Noen eksempler på hoderegningstrategier til addisjonen  $12+17$ er:

$$10+10=20, 2+7=9, 20+9=\underline{29}$$

$$10+20+2-3=\underline{29}$$

$$17+10=27, 27+2=\underline{29}$$

Gode strategier kan være nyttige i møte med numeriske og symbolske utfordringer i aritmetikkoppgaver. Et element som er med på å bestemme vanskegraden til en oppgave er hvilken regneart som kreves. Det viser seg at addisjon er enklere enn subtraksjon, både i oppgaver knyttet til regneflyt og for ordproblemer (Constance & Kirkland, 2001; Fuson, 1984). Videre er størrelsen på tallene i oppgavene med på å avgjøre vanskegraden i regnestykket (Ashcraft & Guillaume, 2009; Barrouillet & Thevenot, 2013; Butterworth, Girelli, Zorzi, & Jonckheere, 2001; Butterworth, 2005). Det er vanlig å prestere dårligere på problemer med store tall, enn problemer med mindre tall. Dette kommer til syne i responstid og feilrate i rene aritmetikkoppgaver (Ashcraft & Guillaume, 2009; Barrouillet & Thevenot, 2013). En undersøkelse som studerte responstid på addisjonsstykker med tallene 1-4 hos 91 voksne viste at effekten av tallstørrelse også gjelder for regnestykker med tall som har lav verdi (Barrouillet & Thevenot, 2013). Rekkefølgen tallene er presentert i ser også ut til å ha betydning. Undersøkelser har vist at det er raskere å hente fram aritmetiske fakta om det største tallet er først (Butterworth, 2005). En teori om dette forholdet er at det siste nivået der tellestrategier brukes i addisjon, er å telle fra den største addenden og at det er dette regnestykket som lagres i langtidsminet som faktakunnskap (Butterworth, Girelli, Zorzi, & Jonckheere, 2001).

### **2.2.2 Relasjonelle ferdigheter i aritmetikk**

For å utvikle gode aritmetikk ferdigheter kreves ikke bare kunnskap om tall og kvantiteter, det behøves også en forståelse av ikke-kvantitative forhold, slik som grunnleggende aritmetiske prinsipper og symboler (Aunio & Räsänen, 2015). Dette knyttes til relasjonelle ferdigheter. Aunio & Niemivarta (2010) fant i sin longitudinelle studie at matematiske relasjonelle ferdigheter før skolestart er med på å predikere matematiske ferdigheter i første klasse (Aunio & Niemivarta, 2010). Aunio og Räsänen (2015) deler de relasjonelle ferdighetene inn i anvendelse og kunnskap om tidlige matematisk-logiske prinsipper, plassverdi og titallsystem, grunnleggende aritmetiske prinsipper, operasjonelle symboler, plassverdi og titallsystemet. I følgende avsnitt vil det bli gjort rede for disse ferdighetene og kunnskapsområdene.

Helt grunnleggende ferdigheter for å utvikle matematisk kompetanse er å kunne klassifisere, sammenlikne, sortere i rekkefølge og beherske en-til-en korrespondanse (Aunio & Niemivarta, 2010; Aunio & Räsänen, 2015). Disse tidlig matematisk-logiske prinsippene er

grunnlaget for å utvikle gode telleferdigheter og aritmetikkferdigheter (Aunio & Niemivirta, 2010; Aunio & Räsänen, 2015). De logiske prinsippene bidrar blant annet til forståelse av plassverdi og tellesystem. Kunnskap om at tallsymbolene har ulik verdi avhengig av hvilken plassering sifferet har i tallet, henger sammen med både telling og utvikling av aritmetikkferdigheter. 10-tallsystemet er et av de mest krevende konseptet barna lærer i barneskolen. Spesielt er det utfordrende når det ikke er korrespondanse mellom tallord og 10 tallsystemet, slik som i det norske tellesystemet (Geary, 2000). I tallet tretten kommer tre først i ordet og det kan være forvirrende om det skal på tier plassen eller enerplassen. Forståelse for titallsystemet er også grunnleggende kunnskap for å beherske algoritmiske beregninger, for eksempel i regneoperasjoner med addisjon og subtraksjon som krever minnetall eller låning.

For å kunne forstå forholdet mellom variabler i matematiske problemer må barnet ha en forståelse for de aritmetiske prinsipper (Aunio & Räsänen, 2015; Prather & Alibali, 2009). Kunnskap om disse prinsippene kommer til uttrykk gjennom forståelse av hel-del relasjoner i addisjon og subtraksjonsoppgaver (Prather & Alibali, 2009). Å vite at et hvert tall kan være summen av andre tall, er en konsekvens at denne hel-del forståelsen og kalles for det additive komposisjonsprinsippet (Geary, 2000). Andre aritmetiske prinsipper er at leddenes rekkefølge i en addisjon er likegyldig (kommutativ lov  $a+b=b+a$ ), og at leddene i et regnestykke kan organiseres på ulike måter, samles eller brytes ned, men til sammen gi samme svar (assosiativ lov  $a+(b+c)=(a+b)+c$ ). Det innebærer også at subtraksjon og addisjon er omvendte regneoperasjoner (inversjon,  $a-b=c$ ,  $c+b=a$ ) (Geary, 2000; Prather & Alibali, 2009). Når barnet behersker de grunnleggende aritmetiske prinsippene vil de kunne utføre aritmetiske beregninger mer effektivt og med mer fleksible strategier. For eksempel vil kunnskap om inversjon bidra til mer effektive aritmetiske utregninger (Geary, 2000). Det går raskere å regne  $5-3=2$  når du vet at  $2+3=5$ . Kunnskap om kommutativitet reduserer også behovet for å etablere mange aritmetiske fakta i langtidsmindet (Geary, 2000). Det holder f.eks. å lære at  $5 \times 6=30$ , for da er også regnestykket  $6 \times 5$  lært. Assosiativkunnskap vil etterhvert kunne brukes til å bryte ned større tall og oppgaver til mindre og mer håndterbare enheter (Prather & Alibali, 2009). I regnestykkene som er vist i eksemplene over er det mange symboler. Disse kalles operasjonelle symboler og kan være for eksempel:

Likhetstegnet ( $=$ ), Større enn ( $>$ ) og mindre enn ( $<$ ) og ulikhetstegnet ( $\neq$ ). For å kunne forstå symbolsk matematikk og for å kunne utføre egne beregninger, må barnet forstå hva de operasjonelle symbolene betyr og hvordan de skal håndtere dem (Aunio & Räsänen, 2015).

## Oppsummering av utviklingen av aritmetikkferdigheter

ANS en medfødt kvantitativ evne som gjør at selv små barn kan skille mellom mengder (Cai et al., 2018). Overgangen mellom medfødte kvantitative evner og symbolske aritmetikkferdigheter skjer via telling og tallkunnskap (Geary, 2000). Ferdigheter og strategier til å løse aritmetiske oppgaver utvikler seg fra lite effektive og enkle tellestrategier til mer effektive strategier, som å kunne hente fram aritmetisk faktakunnskap og benytte aritmetiske prinsipper (Aunio & Räsänen, 2015; Butterworth, 2005). Utvikling av aritmetikkferdigheter er prosess som omfatter mange delfaktorer. I neste kapittel vil en redegjørelse for delfaktorer og utvikling av lytteforståelse vise at dette også er en sammensatt og krevende ferdighet.

## 2.3 Lytteforståelse

Lytteforståelse er en ferdighet som handler om å forstå ord og setninger i en muntlig presentert historie eller ytring (Hogan et al, 2014). Det innebærer å begripe ordene og språkets oppbygning slik at de kan settes i sammenheng og bidra til forståelse.

Forståelse dannes ved å sette sammen opplysninger som gis, og opplysninger som ikke uttrykkes eksplisitt i en historie (Bowyer-Crane & Snowling, 2005). Dette kalles å danne en mental modell, eller en mental representasjon av historien. Å danne mentale modeller handler også om å kunne tolke og trekke slutninger. Når det lyttes til en historie dannes fortløpende en mental modell av situasjonen. For eksempel vil setningene ” Hun gleder seg til friminuttet. Da kan hun gjøre som hun vil i noen minutter, uten mas.” kunne skape et bilde av en elev som gleder seg til å slippe mas fra læreren og til kunne gjøre noe annet enn skolearbeid en liten stund. Kanskje spille fotball eller løpe etter guttene. Denne modellen er foreløpig, og baserer seg på antagelser av hva som kommer til å skje videre. Etterhvert som nye opplysninger i historien presenteres kan det være at den mentale modellen må revideres (Bowyer-Crane & Snowling, 2005). Dersom neste setning i eksemplet er ”Hun er trøtt av å undervise, og sliten av at elevene maser” vil det heller peke mot at det er en lærerinne som er av lei jobben sin. God lytteforståelse kjennetegnes blant annet ved at endring av mentale modeller skjer effektivt og automatisk (Hogan et al., 2014).

Om en historie eller ytring presenteres muntlig eller skriftlig er en viktig distinksjon i begrepet lytteforståelse (Osada, 2004). Når oppgaver presenteres muntlig må informasjonen

prosesserer fortløpende og derfor er det viktig å ha nødvendig kapasitet for lagring og prosessering (Kintsch & Greeno, 1985; Kyttälä et al., 2014; Osada, 2004). I en oppgave som er presentert skriftlig, kan man gå tilbake i teksten og lese på nytt ved behov.

Lytteforståelse er en sammensatt ferdighet som inkluderer språkferdigheter (Hogan et al., 2014; Lepola, Lynch, Laakkonen, Silven, & Niemi, 2012; Lervåg, Hulme, & Melby-Lervåg, 2018) og bakgrunnskunnskap (Bowyer-Crane & Snowling, 2005; Hogan et al., 2014). Flere domenegenerelle faktorer er også involvert i lytteforståelse. Som for eksempel: intelligens, arbeidsminne (Christopher, 2012; Florit, 2009), eksekutive funksjoner (Fuchs, et al., 2006; Kim & Phillips, 2014; Kim, 2016) oppmerksomhet (Fougnie, 2009), og inhibisjon (Kim & Phillips, 2014).

I de følgende avsnittene vil det bli gjort rede for forholdet mellom lytteforståelse og språkferdigheter. Deretter vil bakgrunnskunnskapens rolle i lytteforståelse bli beskrevet. Til slutt gjøres det kort rede for empiri knyttet til forholdet mellom språk og aritmetikk. Dette gjøres fordi det er en mulighet for at prediktorvariablene i undersøkelsen kan ha en effekt på hverandre, eller ha felles underliggende faktorer. Siden språk ser ut til å forklare den største variasjonen i lytteforståelse får det størst plass i denne redegjørelsen. Til sist en presisering: I dette avsnittet undersøkes konseptet lytteforståelse generelt, i senere kapitler settes det i sammenheng med aritmetiske ordproblemer.

### **2.3.1 Lytteforståelse og språkferdigheter**

Det er nylig publisert resultater fra en longitudinell undersøkelse som ser på forholdet mellom muntlige språkferdigheter og leseforståelse hos barn i andre- til syvende klasse med norsk som førstespråk. Denne undersøkelsen anses som relevant for denne studien selv om barna i den er litt eldre. Undersøkelsen fant at 95 % av variasjonen i lytteforståelse kan tilskrives delt varians mellom vokabular, grammatikk, verbalt arbeidsminne og inferensferdigheter for barn i midten av andreklasse (Lervåg et al., 2018). De muntlige språkvariablene som ble brukt i denne undersøkelse er vanlige språkvariabler i forskning på forholdet mellom språk og lytteforståelse (Hogan et al. 2014; Lepola et al., 2012; Lervåg et al., 2018). Med vokabular menes de ordene man kan bruke og forstår (Lyster, Horn, & Rygvold, 2010), mens grammatikk handler om språkets oppbygning på ord og setningsnivå. Inferensferdigheter er involvert i prosessen der det trekkes slutninger mellom ord og

setninger, og i å hente fram informasjon som ligger implisitt mellom linjene (Bowyer-Crane & Snowling, 2005).

Videre i dette underkapitlet vil det først bli beskrevet ulike måter å vurdere forholdet mellom muntlige språkferdigheter og lytteforståelse. Deretter beskrives utviklingen av muntlige ferdigheter, for så å gjøres rede for rollen de spiller i lytteforståelse.

### **Forholdet mellom begrepet lytteforståelse og språkferdigheter**

Det finnes ulike tilnæringer til å forstå lytteforståelse som konsept. De ulike oppfatningene gir seg utslag i blant annet hvordan man mener at konseptet kan testes, og hvordan man skal tenke rundt det (Language and Reading Consortium, 2017). En teori er at muntlig språk bidrar til lytteforståelse. Innenfor denne teorien er muntlige ferdigheter som vokabular og grammatikk byggesteiner i lytteforståelsen (Hogan et al., 2014; Lepola et al., 2012). En annen måte å se på forholdet mellom lytteforståelse og språk er å tolke lytteforståelse som en del av den totale muntlige språkkompetansen. Det vises i undersøkelser der lytteforståelse blir brukt som en av flere indikatorer for språkferdigheter (Catts, Herrera, Nielsen, & Bridges, 2015; Kendeou, Van Den Broek, White, & Lynch, 2009). Til sist er det også en forståelse om at muntlig språk og lytteforståelse er to ulike konsepter. Dette begrunnes med at lytteforståelse også har mange andre kognitive korrelater enn bare språk, det kan for eksempel være inhibering av irrelevant fakta, overvåkning av egen forståelse og evne til å sette seg inn i hva andre tenker (Kim & Phillips, 2014; Language and Reading Consortium, 2017).

### **Utvikling av lytteforståelse**

Uansett hvordan de teoretiske begrepene språk og lytteforståelse forholder seg til hverandre, så involverer ferdigheten lytteforståelse bearbeiding av lingvistisk informasjon. Det innebærer at muntlige språkferdigheter er nødvendig for å kunne skape mening og forstå ytringer i en verbal kommunikasjon. For å kunne si noe videre om lytteforståelse er det nyttig å vite hvordan denne ferdigheten utvikles. Evnen til å kommunisere med språk starter allerede det første året (Bates & Goodman, 1997). I starten oppfatter og forstår barnet gjennom de voksnes ansiktsuttrykk og stemmeleie (Lind, 2008). Kommunikasjonen utvikles fra kroppsspråk og lyder til mer kompleks babling (Bates & Goodman, 1997; Kristoffersen, 2008). Før barnet uttrykker sine første ord er det passive vokabularet i utvikling (Bates & Goodman, 1997; Geary, 2000; Kristoffersen, 2008). Det betyr at barnet ofte oppfatter og



forstår langt flere ord, enn det er i stand til å uttrykke selv (Kristoffersen, 2008). Etter det første året går bablingen gradvis over i ord. Produksjonen av nye ord går langsomt i starten. Deretter går utviklingen raskere, i toårsalder setter barnet sammen flere ord til setninger og behersker endel grammatikk (Kristoffersen, 2008). Ved fireårsalder forstår og mestrer barnet språkets grunnleggende strukturer (Geary, 2000; Kristoffersen, 2008) og har inferensferdigheter (Lepola et al., 2012). Gjennom kommunikasjon og dialog med andre tilegner barnet seg språkferdigheter som er nødvendige for å kunne forstå og skape mening av det de hører gjennom muntlige tekster og ytringer (Lind, 2008).

### **Vokabular, grammatikk og inferensferdigheter**

I utviklingen av lytteforståelse er vokabular, grammatikk og inferensferdigheter sentrale faktorer i ulike utviklingsperioder. Vokabularet er en av de tidlige språklige faktorene som utvikles og flere undersøkelser viser at vokabular er et sentralt element i lytteforståelse (Kim, 2016; Lepola et al., 2012; Lervåg et al., 2018). Lervåg et al. (2018) viste at barnas vokabular predikerer lytteforståelse sterkere utover i skoleløpet.

I tillegg til størrelsen på vokabularet er kvaliteten på vokabularet sentralt for forståelse (Hogan et al. 2014; Perfetti, 2007). I følge *Lexical Quality Hypothesis* (Perfetti, 2007) er kvaliteten på vokabularet avhengig av hvor presis og fleksibel forståelsen av begrepene er. En mental representasjon av et begrep med god kvalitet inneholder alle de grammatiske formene av begrepet, en generalisert forståelse av det og kunnskap om flere betydninger av ordet. Det inneholder også en nøyaktig fonologisk representasjon og etterhvert ortografisk representasjon av begrepet. Dersom et begrep har høy kvalitet vil det være raskt å hente fram betydningen av det (Perfetti, 2007). Dermed går det mindre kognitive ressurser til å finne mening i ordene som igjen kan gå på bekostning av forståelse av teksten (Hogan et al., 2014). Grammatikkferdigheter spiller også en rolle i lytteforståelse, flere undersøkelser har vist at det er en korrelasjon mellom disse ferdighetene (Kim, 2016; Lervåg et al., 2018). Grammatikkferdigheter henger også tett sammen med størrelse på vokabularet, og det kan være vanskelig å skille dem fra hverandre (Bates & Goodman, 1997). I forskningen på lytteforståelse kan vokabular og grammatikk bli behandlet som to separate konsepter (Kim, 2016; Lervåg et al., 2018) eller som et felles konsept (Bates & Goodman, 1997; Perfetti, 2007).

Det er ikke bare ordene og grammatikkformene som må oppfattes, men informasjon fra ord og setninger må knyttes sammen for å danne en konsistent mental representasjon av konteksten (Kintsch & Greeno, 1985). Det kalles å etablere en koherent situasjonsmodell og involverer inferensferdigheter (Kintsch & Greeno, 1985). Et eksempel på slike inferensferdigheter er å kunne være følsom for og kunne se sammenheng mellom en persons motiver, og handlingen i en fortelling (Orrantia, Muñoz, Vicente, Verschaffel, & Rosales, 2014).

De muntlige språkferdighetene er tett knyttet sammen og kvaliteten på vokabularet og inferensferdigheter ser ut til påvirke hverandres utvikling (Lepola et al., 2012; Oakhill, 2011; Perfetti, 2007). En undersøkelse fra 2012 viser at lytteforståelse hos fireåringer kan være en prediktor for inferensferdigheter hos femåringer og at inferensferdighetene hos femåringer påvirker lytteforståelse hos seksåringer (Lepola et al., 2012). Et liknende forhold finnes igjen i andre studier der en har sett på utvikling av leseforståelse og inferensferdigheter hos syv- til elleveåringer (Oakhill, 2011). Disse undersøkelsene viser at språklige ferdigheter og lytteforståelse er tett sammenvevet. En av grunnene til at språklige ferdigheter er viktig for forståelsen er at det er et verktøy for å bygge rike mentale modeller (Hogan et al., 2014). Det skjer gjennom å knytte det som høres, sammen med kunnskap og tidligere erfaringer (Adams, Bell, & Perfetti, 1995; Hogan et al., 2014; Talwar, Tighe, & Greenberg, 2018).

### **2.3.2 Bakgrunnskunnskapens rolle i lytteforståelse**

I følge Bowyer-Crane og Snowling (2005) er det særlig evnen til å knytte kunnskap fra den virkelige verden til fortellingen som skiller de som har god og dårlig inferensferdigheter i sin lytteforståelse. Hvordan en fortelling tolkes avhenger av hvilken kunnskap og erfaringer lytteren har med seg (Adams et al., 1995; Hogan et al., 2014; Talwar et al., 2018). Det å bygge en rik mental modell av en fortelling fordrer at man kan knytte ny informasjon sammen med bakgrunnskunnskapen man har om temaet fra før (Adams et al., 1995; Bowyer-Crane & Snowling, 2005; Hogan et al., 2014). Selv om lytteren forstår alle ordene, kan han likevel mangle forståelse for innholdet i fortellingen fordi han mangler kritisk bakgrunnsinformasjon (Talwar et al., 2018).

Et eksempel på hvordan erfaringer og kunnskap kan bidra til forståelse kan være: ”På hytta går de barbeint hele sommeren, derfor må de alltid rake før badmintonturneringen mellom de store furutrærne kan starte.” Fortellingen gir noe mening uten bakgrunnskunnskap, men den

er ufullstendig. Hvorfor er det egentlig nødvendig å rake? Kunnskap om furuer og erfaringer fra sommerlivet uten sko, bidrar til å bygge en rikere situasjonsmodell. De som kan noe om store furutrær vet at de produserer mange kongler, og dersom man i tillegg har barbeinterfaringer vet man at kongler er vonde å trække på uten sko. Kanskje kan noen til og med kan fornemme følelsen av å lande barbeint på en kongle når man spiller badminton en varm sommerdag på hytta. At det refereres til store trær kan for noen bety at det er en lang og slitsom rakejobb som må gjøres før turneringen kan starte. Erfaringer og bakgrunnskunnskap er viktig, men det også nødvendig å kunne bruke den aktivt i møte med teksten. Personer som strever med forståelse ser ut til å ha vansker med denne koblingen (Bowyer-Crane & Snowling, 2005).

### **2.3.3 Relasjonen mellom språklige ferdigheter og aritmetikkferdigheter**

I denne studien kan det ikke utelukkes at det en relasjon mellom de to prediktorvariablene lytteforståelse og regneflyt. Mye av forskningen på forholdet mellom lytteforståelse og matematikk er gjort på ordproblemer, og ikke aritmetiske regneferdigheter. Siden språk og lytteforståelse henger tett sammen er det likevel verd å nevne at det er et godt dokumentert forhold mellom språkferdigheter og tidlig matematiske ferdigheter (Dehaene, Spelke, Pinel, Stanescu-Cosson, & Tsivkin, 1999; Fuchs et al., 2018; Purpura & Ganley, 2014; Le fevre, et al., 2010; Peng & Lin, 2019; Singer et al., 2019).

Fonologisk bevissthet og vokabular er to av flere språkvariabler som er vanlige å bruke i studier som ser på sammenheng mellom språk og matematikkutvikling (Le fevre et al., 2010; Purpura & Ganley, 2014; Singer et al., 2019). Når det gjelder vokabular spiller både det generelle vokabularet og det matematiske vokabularet en rolle. Vokabularet spiller en viktig rolle i kommunikasjon, og forståelse av ordene som er nødvendig for å nyttiggjøre seg undervisning (Powell, Driver, Roberts, & Fall, 2017; Singer et al., 2019). Det matematiske vokabularet bidrar med en oppgavespesifikk forståelse av for eksempel relasjonelle begreper som mer eller mindre enn, semantiske relasjoner som å øke og minke, operasjonelle begreper som addere, subtrahere, likhet, legge til, og så videre. (Kintsch & Greeno, 1985; Peng & Lin, 2019; Wong & Ho, 2017).

Fonologisk bevissthet er evnen til å gjenkjenne og manipulere lyder og lydstrukturer i ord (Cain, 2010). Le Fevere et al. (2010) fant at vokabular og fonologisk bevissthet er gode

prediktorer for tidlige tall og regneferdigheter. De viste at førskolebarns vokabular og fonologisk bevissthet er relatert til telling, men ikke til nonverbal aritmetikk (Le fevre et al., 2010). Dette kan blant annet forklares med at tall lagres i minnet som ord, og ikke som symbol på dette tidspunktet (Spelke & Tsivkin, 2001). Det fonologiske bidraget i telling er størst i oppgaver som krever å hente fram og behandle verbal informasjon som telleregler og gjenkjenne tall (Le fevre et al., 2010; Singer et al. 2019). I mer avansert telling, som i tallsekvenser der oppgaven involverer å bestemme relasjon mellom mengder, er korrelasjonen til fonologisk prosessering mindre (Singer et al., 2019). En fMRI undersøkelse av hjernen viser at vokabular og fonologisk bevissthet ikke har en sterk korrelasjon til nonverbal aritmetikk (Dehaene et al., 1999). Det betyr ikke at språk ikke er involvert i prosessen, det kan være at det er andre fonologiske prosesser som bidrar. For eksempel er det vist at fonologiske ferdigheter har en direkte effekt på beregninger, ved at fonologisk prosessering bidrar til å hente fram numerisk informasjon (Singer et al., 2019). Denne faktagjenkallingsprosessen foregår ved at det er etablert en fonologisk kobling mellom to tall og et svar som kan hentes fram fra langtidsminet. Dette er en forutsetning for regneflyt og likner på prosessen der ord hentes fram fra langtidsminet.

Språkferdigheter ser ut til å både ha en generell- og en spesifikkrolle i utvikling av tidlige matematiske ferdigheter (Le fevre, et al., 2010). Språkferdigheter viser en sterk relasjon til telleferdigheter, gjenkalling av faktakunnskap og ordproblemer (Fuchs et al., 2006; Singer et al., 2019; Le fevre et al., 2010). Språk er et felles underliggende konstrukt for både lytteforståelse og aritmetikkferdigheter.

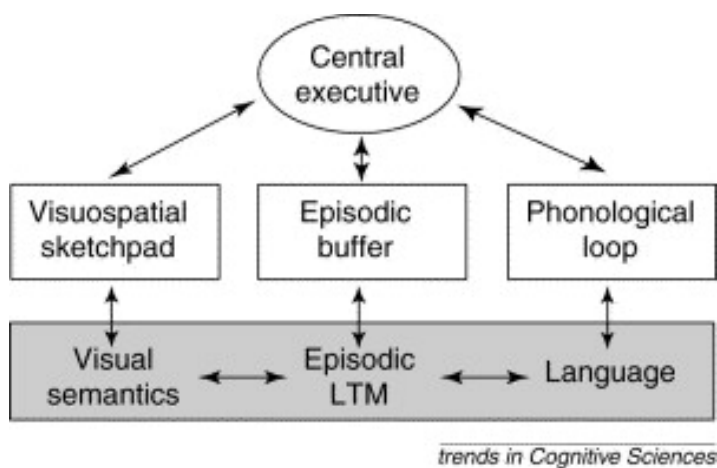
## **2.4 Kontrollvariabler**

### **2.4.1 Arbeidsminne**

Hvordan informasjon midlertidig lagres og behandles i møte med oppgaver som kan knyttes til læring, forståelse og tenkning kalles for arbeidsminne (Baddeley, 2000; Baddeley & Hitch, 1974; Cowan, 1988; Engle & Kane, 2003). Baddeley og Hitch (1974) beskrev en multikomponent arbeidsminnemodell som bestod av tre komponenter; central executive, fonologisk løkke og visuospatial skisseblokk. Denne modellen er kritisert for blant annet at den har for stort fokus på struktur fremfor funksjon (Engle & Kane, 2003) og det er gjort empiriske funn som ikke lar seg forklare med denne modellen (Berch, 2008). Det finnes alternativer modeller til Baddeley og Hitch sin multikomponent modell (Cowan, 1988; Engle

& Kane, 2003). I denne studien benyttes multikomponent-modellen fordi den er det teoretiske rammeverket for arbeidsminnetestene i denne undersøkelsen, og den er ofte anvendt i relevant litteratur og forskning (Fuchs et al., 2010; Holmes & Adams, 2006; Kyttälä et al., 2014; Peng & Lin, 2019; Wang, Fuchs, & Fuchs, 2016).

Central executive (heretter kalt CE) er delen av arbeidsminnet som er knyttet til oppmerksomhet og som kalles ”kommandosentralen til systemet” (Baddeley & Hitch, 1974). I denne delen av arbeidsminnet lagres informasjonen midlertidig, det veksles mellom oppgaver, fakta hentes fram fra langtidsminnet og irrelevant informasjon inhiberes (Baddeley & Hitch, 1974; Bull, Espy, & Wiebe, 2008; Geary). CE støttes av to undersystemer, den fonologiske løkken (også kalt verbalt arbeidsminne) som lagrer og bearbeider talebasert og akustisk informasjon, og den visuospatiale skisseblokken (også kalt visuospatialt arbeidsminne) som lagrer og bearbeider visuell og romlig informasjon (Baddeley, 2000; Baddeley & Hitch, 1974). I 2000 utvidet Baddeley modellen med komponenten med episodisk buffer. Episodisk buffer, en del av systemet som integrerer informasjon fra den fonologiske løkken og den visuospatiale skisseblokken. Denne integrerte informasjonen lagres som et episodisk minne og kan overføres fra arbeidsminnet til langtidsminnet (Baddeley, 2000). Siden denne komponenten har kommet til i nyere tid er den mindre utforsket enn de andre komponentene, derfor får den ikke større plass i denne redegjørelsen.



Figur 1 Illustrasjon av Baddeley og Hitch multikomponent modell av arbeidsminne (Baddeley, 2000)

Flere undersøkelser har vist at arbeidsminne har en sterk korrelasjon til matematiske ferdigheter (Bull et al. 2008; Fuchs et al., 2010; Gimbert et al., 2019; Holmes & Adams, 2006; Kyttälä, Aunio, & Hautamaki, 2010; Kyttälä et al., 2014; Wang et al., 2016).

Sammenhengen mellom matematikk og arbeidsminnet ser ut til å bli sterkere i alderen 5-7 år. Dette kan henge sammen med skolestart og formell matematisk opplæring (Gimbert et al., 2019). Ved hjelp av arbeidsminnet kan barnet holde på den mentale representasjonen av et matematisk problem samtidig som beregningen utføres (Bull et al., 2008; Geary, 2015; Hegarty, Mayer, & Monk, 1995). Det har dog en begrensning knyttet til kapasitet for antall objekter som kan behandles samtidig, og hvor lenge informasjonen kan holdes i arbeidsminnet (Baddeley, 2000; Just & Carpenter, 1992). Arbeidsminnet er også med på å gjøre et barn i stand til å kunne overvåke løsningsprosessen og oppdage feil (Hegarty et al., 1995). CE er en sterk prediktor for barns matematikkferdigheter (Andersson, 2008; Geary, 2011; Holmes & Adams, 2006). Den delen av arbeidsminnet antas å gi det største bidraget når det gjelder generelle matematikkferdigheter, den er sentralt både for problemløsning og beslutningstaking (Kyttälä et al., 2010). En longitudinell studie som fulgte barn fra første klasse og 5 år framover i tid brukte de to arbeidsminnetestene som også er brukt i denne studien. Resultatet fra undersøkelsen viste at CE så ut til å spille en sterkere rolle utover i skoleløpet etterhvert som de matematiske operasjonene ble mer krevende (Geary, 2011).

Arbeidsminnets rolle i matematikk hos førsteklasinger virker å være avhengig av hvilke strategier barnet bruker og hvor i utviklingen av ferdigheten barnet er. Hos barn som bruker fingertelling og konkrete som løsningsstrategi kunne ikke Rasmussen og Bisanz (2005) finne at arbeidsminne var en prediktor for nonverbal aritmetikk (oppgaver som ble presentert visuelt med sjetonger). Dette kan skyldes at slike eksternaliserte strategier legger mindre belastning på arbeidsminnet. For oppgaver som er presentert verbalt er det funn som viser at visuospatialt arbeidsminne ser ut til å spille en viktig rolle i utvikling av tidlige aritmetikkferdigheter hos førskolebarn (Bull et al., 2008; Holmes & Adams, 2006; Kyttälä et al., 2010; Rasmussen & Bisanz, 2005). Når barna starter på skolen og får formell opplæring blir den fonologiske delen av arbeidsminnet en sterkere prediktor for de aritmetikkferdighetene (Holmes & Adams, 2006; Rasmussen & Bisanz, 2005). Årsaken til at det fonologiske løkken tar over for den visuospatiale skisseblokken i aritmetiske oppgaver, kan være at skolebarn lærer å løse matematiske problemer med ord og symboler. Verbale og abstrakte strategier overtar (Holmes & Adams, 2006). Det gjør at de mentale bildene ikke lenger spiller den samme rollen (Rasmussen & Bisanz, 2005). Det er i denne perioden er det at gjenkalling av aritmetiske fakta som løsningsstrategi utvikler seg. Den fonologiske løkken bidrar ved at den lagrer verbal informasjon om matematiske problemer. Dette kommer til syne i f.eks. telling og ordproblemoppgaver (Andersson, 2008; Holmes & Adams, 2006).

Flere undersøkelser viser at det er en sterk korrelasjon mellom arbeidsminne og lytteforståelse (Christopher, 2012; Florit, 2009; Jiang & Farquharson, 2018; Kim, 2016; Lervåg et al. 2018; Seigneuric & Ehrlich, 2005). Det er undersøkelser som viser at også korrelasjonen mellom lytteforståelse og arbeidsminne endrer seg i skoleløpet, og blir sterkere (Jiang & Farquharson, 2018; Seigneuric & Ehrlich, 2005). Det er uenighet i fagfeltet hvordan korrelasjonen mellom arbeidsminne og lytteforståelse forklares. Det finnes studier som har funnet sammenhenger mellom lytteforståelse og arbeidsminne etter at det er kontrollert for språkferdigheter (Christopher, 2012; Florit, 2009; Kim, 2016; Seigneuric & Ehrlich, 2005). Dette forklares med at arbeidsminnet bidrar med lagring og behandling av informasjon i prosessen med å utvikle en koherent situasjonsmodell (Baddeley & Hitch, 1974; Just & Carpenter, 1992). Andre forklarer sammenhengen mellom lytteforståelse og arbeidsminne med at det egentlig er felles underliggende språkferdigheter som forklarer variasjonene (Kyttälä et al., 2010; Lervåg et al., 2018; MacDonald & Christiansen, 2002). Lervåg et al., (2018) forklarer den tette sammenhengen de fant mellom det verbale arbeidsminnet og lytteforståelse, med muligheten for at sammenhengen heller reflekterer språkferdighetene som kreves i arbeidsminneoppgavene, enn at det verbale arbeidsminne er et underliggende språklæringsverktøy (Lervåg et al., 2018).

Det er behov for mer forskning for å forstå mer om sammenhengen mellom arbeidsminne og lytteforståelse. I lys av dette er det en god grunn for å benytte arbeidsminne som kontrollvariabel i studiet av sammenhenger mellom matematikk og språk.

#### **2.4.2 Nonverbal intelligens**

*”Nonverbal intelligens er knyttet til problemløsningsferdigheter og tenkeevner som ikke krever språkforståelse eller språkproduksjon”* (Kuschner, 2013, s. 2037). I oppgaver som er knyttet til problemløsning eller manipulering av visuell informasjon, er nonverbal intelligens involvert (Raven, 1998). For å løse oppgaver av denne typen kreves det i varierende grad internalisert, abstrakt- eller konseptuell tenkning og motoriske ferdigheter (Kuschner, 2013, s. 2037).

Mange studier innen aritmetikk undersøker eller kontrollerer for nonverbal intelligens fordi kognitive ferdigheter antas å ha en stor betydning for matematiske ferdigheter og deres utvikling (Fuchs, et al., 2005; Fuchs et al., 2013; Hornung, Schiltz, Brunner, & Martin, 2014; Wong & Ho, 2017). Det ser ut til at påvirkningen av nonverbal intelligens avhenger av hvilke aritmetikk ferdigheter og underdomener som måles, og av alder. Hos førsteklasinger har en

undersøkelse vist at aritmetiske kalkulasjonsferdigheter kan predikeres av nonverbal intelligens i førskolen (Hornung et al., 2014). Andre studier har funnet at sammenheng mellom nonverbal intelligens bare gjelder for problemløsningsferdigheter og ikke for aritmetiske beregninger som baserer seg på factretrieval. (Fuchs et al., 2005; Fuchs et al., 2006; Jögi & Kikas, 2016). Intelligens ser ut til å være viktigere jo mer krevende de matematiske oppgavene er (Geary, 2011).

## **2.5 Aritmetiske ordproblemer**

Som nevnt i innledningen skiller ordproblemer seg fra andre aritmetiske underdomener ved at det kreves en forståelse av ord og kontekst for å lage en mental representasjon av problemet. Dette skal så overføres til en numerisk representasjon for deretter å anvende aritmetikkferdigheter i løsning av problemet. Forståelse for dette forholdet kan utdypes ved å sette kunnskap om lytteforståelse og aritmetikkferdigheter i kontekst med ordproblemer. Da blir det synlig hvor omfattende en slik løsningsprosess kan være. Første ledd i løsning av aritmetiske ordproblemer handler om å forstå konteksten i oppgaven (Fuchs et al., 2015; Just & Carpenter, 1992; Kintsch & Greeno, 1985). For hver nye del av oppgaven som presenteres, må innholdet tolkes og knyttes til førkunnskap (Hegarty et al. 1995; Kintsch & Greeno, 1985; Wong & Ho, 2017). Deretter må informasjon om variabler, og relasjoner mellom dem, hentes ut av konteksten. Kunnskap om fagord og nøkkelord som forteller hva spørsmålet handler om, aktiveres også (Hegarty et al., 1995; Kintsch & Greeno, 1985). Når nye deler av teksten oppfattes må denne knyttes sammen med informasjonen om er gitt tidligere (Kintsch & Greeno, 1985; Verschaffel, Depaepe, & Van Dooren, 2015). Alt dette handler om lytteforståelse. I det neste trinnet i å løse et ordproblem oversettes informasjonen fra teksten til et matematisk uttrykk. Her er bruker barn ulike strategier (Hegarty et al., 1995; Wong & Ho, 2017). Det siste trinnet i prosessen med å løse et aritmetisk ordproblem, er å utføre de aritmetiske beregningene. Her kreves tallforståelse, aritmetikkferdigheter og forståelse av matematiske relasjoner. Til slutt bør svarets gyldighet vurderes (Hegarty et al., 1995; Verschaffel et al., 2015). Et viktig moment i denne sammenhengen er at når oppgavene presenteres muntlig gir det en ekstrabelastning til arbeidsminne (Kyttälä et al., 2014).

I de neste underkapitlene anvendes teori og empiri for å belyse forholdet mellom aritmetikkferdigheter, lytteforståelse, arbeidsminnet og nonverbal intelligens i kontekst med ordproblemer.



### 2.5.1 Aritmetikk i ordproblemer

Løsning av aritmetiske ordproblemer er en kompleks oppgave som krever flere ferdigheter. Noen undersøkelser viser tendenser til at det ikke er aritmetikkferdigheter som er den sterkeste prediktoren i å løse ordproblemer, men at det kan se ut som at de største utfordringene er knyttet til forståelsesprosessen (Fuchs et al., 2018; Fuchs et al., 2013; Kintsch & Greeno, 1985; Wong & Ho, 2017). I en studie med kinesiske førsteklasinger der ordproblemer ble presentert muntlig og skriftlig hadde 22,6% av oppgavene feil svar som kunne knyttes til konstruksjonen av den numeriske representasjonen. Bare 12% av oppgavene hadde feil svar med årsak i regnefeil (Wong & Ho, 2017). En annen undersøkelse som viser forholdet mellom aritmetikk og språk er fra 2018. Den viste at i starten av andre klasse er språkferdigheter er en statistisk signifikant sterkere prediktor enn beregningsferdigheter for ordproblemer (Fuchs et al. 2018).

Selv om noen studier toner ned betydningen av aritmetikkferdigheters rolle i ordproblemer, er matematikkferdigheter likevel sentralt i å kunne løse en slik oppgave. Til syvende og sist skal problemet i oppgaven oversettes og løses som et aritmetisk problem. Barn i første klasse befinner seg på ulike steder i den aritmetiske utviklingen og anvender dermed ulike strategier for å finne svaret i et regnestykke. Noen barn teller for å finne svaret, mens andre barn benytter seg av strategier som for eksempel gjenkalling av regnefakta (Butterworth, 2005; Geary et al. 2007).

Når det gjelder telleferdigheters relasjon til ordproblemer er det variasjon i resultater fra ulike undersøkelser. Ching & Nunes (2017) fant ingen direkte korrelasjon mellom ordproblemer og telleferdigheter, mens Singer et al. (2019) fant både en direkte korrelasjon, og en indirekte korrelasjon gjennom beregninger. Årsaker til at disse to studiene har motstridende funn kan skyldes barnas alder, land, og operasjonalisering av variablene. Flere studier som har sett på regneflyt i ordproblemer har vist mer sammenfallende funn. Disse undersøkelsene viser at aritmetisk regneflyt korrelerer tett med ordoppgaver (Fuchs et al, 2018; Fuchs et al., 2013; Fuchs et al., 2006; Singer et al., 2019). En studie som er relevant for denne undersøkelsen er en intervensjonsstudie fra 2013 (Fuchs et al., 2013). Det er en studie av amerikanske førsteklasinger som har matematikkvansker, eller er i risikozonen for å utvikle matematikkvansker. I området der studien er gjort starter barna i første klasse, samme alder

som i Norge (Fuchs et al., 2013). Denne studien undersøkte effekten av systematisk opplæring i tallkunnskap, tellestrategier og strategier som skulle øke hastigheten på fremhenting av aritmetisk faktakunnskap hos førsteklasinger. Resultatene viste at denne regneflytintervensjonen reduserte betydningen av lytteforståelsens rolle i utvikling av ordproblemløsningsferdigheter hos barn i risikozonen for å utvikle matematikkvansker. Dette kan forklares med at en god regneflyt reduserer den kognitive belastning og frigjør ressurser til forståelsesprosessen (Fuchs et al., 2013).

Utover kalkulasjon er det andre aritmetiske ferdigheter som har betydning for evnen til å løse ordproblemer. Ching og Nunes (2017) har søkt kunnskap om aritmetiske prinsipper og arbeidsminnets rolle i ordproblemløsning hos første- og andreklassinger. De undersøkte betydningen av det additive komposisjonsprinsippet som handler om hel-delforståelse og kommutativitet som handler om likegyldighet i leddenes rekkefølge i en addisjon (Geary, 2000). Resultatene må forstås med et forbehold om at ordproblemoppgavene ble presentert muntlig, men at barna fikk ha oppgavene foran seg. En regresjonsanalyse viste at kunnskap om logiske aritmetiske prinsipper forklarer betydelig unik variasjon i ordproblemløsning. Dette var etter at alder, arbeidsminne, og nonverbal intelligens var kontrollert for.

Det kan heller ikke utelukkes at det kan være andre faktorer enn aritmetiske som kan påvirke en eventuell sammenheng mellom regneferdigheter og ordproblemer. En studie fra 2017 viser interessante funn knyttet til disse to aritmetiske underdomenene. Den viser at det er en tett korrelasjon mellom dem, men finner ikke bevis for at de har en direkte effekt på hverandre. Det kan forklares med at det er andre felles overlappende variabler i denne korrelasjonen (Gilbert & Fuchs, 2017). Arbeidsminne, resoneringsevne og språkferdigheter kan være eksempel på felles overlappende faktorer (Fuchs et al., 2016, Le fevre, et al., 2010; Singer et al., 2019).

### **Oppsummering**

Selv om det er flere ferdigheter enn de matematiske som avgjør evne til å løse et ordproblem, så kan det tenkes at en grad aritmetikkferdigheter på en eller annen måte er en forutsetning for å kunne løse ordoppgaver. Studier som har sett på sammenheng mellom aritmetikk og ordproblemer viser at det er et komplekst forhold som involverer både domenespesifikke og domenegenerelle faktorer.

## 2.5.2 Lytteforståelse i ordproblemer

I dette avsnittet belyses det hvor viktig ordene og den språklige kompleksiteten er i prosessen med å forstå konteksten, og hvordan det kan påvirke løsningsstrategier i møte ordproblemer. Det vil også bli presentert hvordan erfaringer og bakgrunnskunnskap kan brukes, og hvordan det kan påvirke forståelsen av et ordproblem.

Den første utfordringen i å løse et ordproblem er å forstå problemet og konteksten den er presentert i. For denne studien er det to tidligere undersøkelser som er spesielt relevante ved at de eksplisitt ser på lytteforståelse og muntlig presenterte ordproblemer. Det ene er det tidligere nevnte intervensjonsstudie fra Fuchs et al. (2013) som viste at lytteforståelse kan predikere ferdigheter i ordproblemløsning. Et annet interessant funn etter denne intervensjonen var at effekten av lytteforståelse avtok når barna i risikozonen for å utvikle matematikkvansker fikk en regneflytsintervensjon. Kyttälä et al. (2014) studerte barn i alderen fire til syv år. De fant en betydelig statistisk signifikant korrelasjon mellom lytteforståelse og ordproblemer. Videre i dette avsnittet blir variasjon i ordproblemløsning belyst av de ulike faktorene som er involvert i lytteforståelse.

Som tidligere beskrevet så spiller vokabular og grammatikk en viktig rolle i å forstå en ytring eller en historie. I sammenheng med ordproblemer gjelder både det generelle vokabularet og det matematiske vokabularet. Det generelle vokabularet har en effekt på ordproblemløsning (Fuchs et al., 2015; Peng & Lin, 2019; Singer et al., 2019;) og det matematiske vokabularet har en egen unik rolle i ordproblemløsning (Fuchs et al., 2018; Fuchs et al., 2015; Peng & Lin, 2019). Peng & Lin (2019) fant at det matematiske vokabularet ga et unikt bidrag i ordproblemer, også etter at det generelle vokabularet og andre kognitive evner ble kontrollert for. Bidraget fra det matematiske vokabularet ser ut til å være unikt for den aritmetiske undergruppen ordproblemer, og gjelder ikke for aritmetiske beregninger (Le fevre, et al., 2010; Peng & Lin, 2019; Singer et al., 2019).

I forbindelse med vokabular er det interessant å se på hvordan enkelte begreper kan påvirke ordproblemløsning. Svake ordproblemløsere kan streve med å lage en mental representasjon av ordproblemet (Boonen et al., 2016). Det kan være at bruk av nøkkelord er en strategi for å kompensere for dette. Denne strategien er observert hos barn som strever med ordproblemer. (Hegarty et al. 1995; Wong & Ho, 2017). Et eksempel kan være at ordet ”mer” betyr

addisjon. Denne strategien svikter i møte med språklig komplekse oppgaver som i inkonsistente ordproblemer. I slike problemer er regneoperasjonen motsatt av det relasjonelle begrepet som brukes i konteksten. En vanlig overgeneralisering er at barnet forventer at begrepet ”mer” er et nøkkelord for en addisjonsoperasjon, selv om det er subtraksjon som kreves for å løse oppgaven (Boonen et al., 2016; Wong & Ho, 2017).

Eksempel:

- a) Inkonsistent problemstilling: Jeg har 2 bamser, det er 1 mer enn det du har.  $2-1=1$ .
- b) Konsistent problemstilling: Du har 1 bamse, jeg har en mer enn deg.  $1+1=2$ .

Det stilles også større krav til språklige ferdigheter i oppgaver der det negative ordet av ordpar brukes. Negative ord i et ordpar viser seg vanskeligere å løse enn der det positive delen av ordet brukes (Boonen et al., 2016).

Eksempel:

- a) Negativ: Du fikk 2 is. Jeg fikk en is mindre enn deg. Hvor mange is fikk jeg?
- b) Positiv: Jeg fikk en is. Du fikk en is mer enn meg. Hvor mange is fikk du?

En teori for hvordan forståelse og løsning av ordproblemer skjer er at barnet danner seg en mental representasjon av problemet (Hegarty et al., 1995; Orrantia, Muñoz, Vicente, Verschaffel, & Rosales, 2014; Wong & Ho, 2017). En rik mental representasjon gjør det enklere å forstå problemet, og dermed velge riktige regneoperasjoner (Hegarty et al., 1995). Ferdigheter som bidrar til å lage rike og koherente mentale representasjoner er et godt vokabular med bredde og dybde (Hegarty et al., 1995; Kintsch & Greeno, 1985; Wong & Ho, 2017), og ferdigheter i å identifisere variabler og relasjonene mellom dem (Fuchs et al., 2018; Wang et al., 2016).

En annen teori er at barnet kobler den mentale representasjonen av problemet med erfaringer fra tidligere ordproblemer (Cooper & Sweller, 1987). Her skiller forståelse av aritmetiske ordproblemer seg fra ordinær tekstforståelse (Fuchs et al., 2018; Kintsch & Greeno, 1985). Når en type ordproblem løses kan barnet lære å kjenne igjen egenskaper og relasjoner mellom variabler, oppgavestruktur, og regneoperasjoner. Denne kunnskapen etableres i det som kalles et skjema (Cooper & Sweller, 1987; Geary, 2000; Kintsch & Greeno, 1985). *”Et skjema er et konstrukt som gjør at barnet kan gruppere problemer i kategorier der problemene i en kategori krever tilnærmet samme løsning”* (Cooper og Sweller, 1987, s.348). I et senere møte med liknende oppgavetyper vil dette skjemaet føre til gjenkjenning av oppgavetyper og kunnskap om fremgangsmåte og løsningsmetode aktiveres (Cooper &

Sweller, 1987; Geary, 2000; Kintsch & Greeno, 1985). Vanlige kategorier av ordproblemer barn i denne aldersgruppen presenteres for er (Riley et al., 1983; Wang et al. 2016):

- a) Kombinasjonsproblemer; der to delmengder forenes til en.

Eksempel: Klara har en bamse, Louise har to bamser. Hvor mange har de til sammen?

- b) Endringsproblemer: En handling som fører til endring av en mengde.

Eksempel: Klara hadde en bamse, så fikk hun en av Louise sine bamser. Hvor mange bamser har hun nå?

- c) Sammenlikningsproblem: Finne differansen mellom to kvantiteter.

Eksempel: Louise har en bamse, Klara har to bamser. Hvor mange flere bamser har Klara enn Louise?

Disse oppgavene har ulik relasjonen mellom kvantitetene i konteksten og krever en forståelse av semantiske relasjoner som å øke, minke, sammenlikne og kombinere. Selv om den aritmetiske regneoperasjonen skulle være lik, vil den semantiske strukturen på oppgaven påvirke vanskegraden (Gilmore et al., 2018; Riley et al., 1983). Sammenlikningsoppgaver viser seg å være de vanskeligste oppgavene, og kombinasjonsproblemer er vanskeligere enn endringsproblemer (Riley et al., 1983).

Det er mer krevende å løse ordproblemer med irrelevant informasjon (Rasmussen & Bisanz, 2005; Wang et al. 2016). Barnet må identifisere relevant- og inhibere irrelevant informasjon i oppgaven, samtidig som det skal etablere en forståelse av konteksten og løse det matematiske problemet. En hypotese har vært at den irrelevante informasjonen må inhiberes slik at den ikke opptar arbeidsminnekapasitet (Rasmussen & Bisanz, 2005). Empirisk er det likevel svært varierende funn i korrelasjonen mellom arbeidsminnet og oppgaver med og uten irrelevant informasjon (Ng, Lee, & Khng, 2017; Rasmussen & Bisanz, 2005). En annen teori peker mot at det ikke er inhibisjon som er sentralt for løsning av ordproblemer med irrelevant fakta, men at det handler om å kunne identifisere den irrelevante informasjonen (Ng et al., 2017; Low, Over, Doolan, & Michell, 1994). Dette kan knyttes til forståelsesprosessen i ordproblemløsning.

I aritmetiske ordproblemer er objekter, handlinger og personer kun relevante med sine spesifikke roller i problemet (Kintsch & Greeno, 1985). Det betyr at det ikke er noen skjult agenda, eller at det ligger implisitt informasjon i konteksten. Likevel ser det ut til at barn anvender sine inferensferdigheter og er oppmerksomme for karakterers intensjoner og mål i møte med ordproblemer (Orrantia et al., 2014). Dette gjelder både i oppgaver der de skal

forstå konteksten og i oppgaver der ordproblemet er tett opp til kjente oppgaveskjema som krever mindre forståelse av situasjonsmodellen (Orrantia et al. 2014). Utfordringer dukker opp når inferensferdighetene anvendes på en måte slik at barna legger inn irrelevant informasjon i oppgaven gjennom sine tolkninger (Kintsch & Greeno, 1985). For eksempel vil oppgaven ”Anna har seks sukkertøy, Leo har ingen. Anna gir fire sukkertøy til Leo. Hvor mange sukkertøy har Anna igjen?” kunne gi noen barn en forventning om at Anna vil ha noe tilbake, eller at Leo har mistet de han hadde fra før, det gjør at oppgaven kan virke ufullstendig og forvirrende (Kintsch & Greeno, 1985). I narrative tekster vil slike inferensferdigheter som handler om å oppfatte hva som ligger mellom linjene være nyttig, men denne typen antakelser er ikke nødvendigvis relevante i ordproblemer.

I ordproblemer kan erfaring og bakgrunnskunnskap ha flere funksjoner. Enten i etablering av en situasjonsbasert mental modell (Hegarty et al. 1995) eller gjennom skjemagjenkjenning (Kintsch & Greeno, 1985). Vellykket lytteforståelse krever integrering av bakgrunnskunnskap på en adekvat måte (Bowyer-Crane & Snowling, 2005). I ordproblemer betyr det å bruke bakgrunnskunnskap til å forstå konteksten, og til å vurdere gyldigheten av et svar.

Forskning på ordproblemer viser at selv om et ordproblem ligger tett opp til barnets erfaringsverden utelukker barna ofte bakgrunnskunnskap og livserfaringer fra både forståelse av konteksten, og i vurdering av gyldigheten til et svar (Verschaffel, De Corte, & Borghart, 1997). Dette kan forklares med at det ser ut til at det er endel stereotype oppfatninger av ordproblemer som at: et ordproblem må alltid ha et svar (Reusser & Stebler, 1997), at det ikke kan være flere svar (Verschaffel, De Corte, & Lasure, 1994), at alle tall i oppgaven må involveres i beregningene (Littlefield & Rieser, 1993) og at livserfaringer ikke har noe med ordproblemer å gjøre (Verschaffel et al., 1994).

### **2.5.3 Arbeidsminnets funksjon i løsning av ordproblemer**

Flere undersøkelser har vist betydelig korrelasjon mellom arbeidsminne og evne til å løse muntlig presenterte ordproblemer hos barn i førsteklasse (Ching & Nunes, 2017; Kyttälä et al., 2014; Kyttälä et al., 2010; Rasmussen & Bisanz, 2005). I den komplekse øvelsen å forstå, tolke, prosessere og utføre beregninger på et ordproblem kan man se for seg at CE spiller en rolle i å opprettholde informasjon samtidig med prosessering. Det er flere undersøkelser som støtter denne teorien (Ching & Nunes, 2017; Geary, 2011; Holmes & Adams, 2006;

Rasmussen & Bisanz, 2005). Studiene til både Rasmussen & Bisanz (2005) og Ching & Nunes (2017) fant at CE er en unik prediktor for aritmetiske ordproblemer hos førsteklasinger.

Selv om støttesystemene til CE ikke undersøkes i denne studien er kunnskap om deres rolle nyttig for å forstå hvordan arbeidsminnet kan tenkes å bidra i denne utviklingsperioden av aritmetiske ordproblemløsningsferdigheter. Dette beriker forståelsen ved at de kan si noe om strategibruk i ordproblemløsning (Holmes & Adams, 2006; Rasmussen & Bisanz, 2005). Når det gjelder støttesystemene er det en finsk undersøkelse som har sett på det visuospatiale- og det verbale arbeidsminnets rolle i predikere ordproblemløsningsferdigheter hos fire- til syvåringer. Resultatene fra studien viste at det verbale arbeidsminnet ikke hadde en direkte effekt på barnas evne til å løse ordproblemer i denne aldersgruppen, men at effekten av det verbale arbeidsminnet var mediert av ekspressivt vokabular og lytteforståelse. Det visuospatiale arbeidsminnet viste derimot en betydelig rolle i å løse muntlig presenterte ordproblemer i denne undersøkelsen. Funnene er kontrollert for intelligens og alder (Kyttälä et al., 2014). Dette samsvarer med annen forskning som viser at barn i en tidlig fase av utvikling av matematiske ferdigheter gjerne bruker mentale modeller når de løser denne typen oppgaver, og at det verbale arbeidsminnet ikke spiller en direkte rolle i denne fasen. (Bull et al., 2008; Florit, 2009; Holmes & Adams, 2006; Rasmussen & Bisanz, 2005). Rasmussen og Bisanz (2005) observerte at førskolebarn brukte løsningsstrategier som utnytter den visuospatiale delen av arbeidsminne, og at hos førsteklasinger er verbalt arbeidsminnet den beste prediktoren for ferdigheter i ordproblemløsning. Funnene hos førsteklasingene kan forklares med forskning på aritmetikk og arbeidsminne som sier at det etter skolestart utvikles strategier for symbolsk prosessering og faktagjenkalling som støtter seg til den verbale delen av arbeidsminnet (Holmes & Adams, 2006; Rasmussen & Bisanz, 2005). Det er ikke nødvendigvis motsetninger i funnene til Kyttälä et al og Rasmussen og Bisanz, de reflekterer overgangen fra de uformelle til de formelle matematiske ferdigheter.

Mange undersøkelser finner betydelig korrelasjon mellom arbeidsminne og ordproblemer, men det finnes også studier som viser andre resultater (Fuchs, et al., 2006; Singer et al. 2019; Swanson et al.,1993). Noen undersøkelser som ikke har funnet direkte korrelasjoner mellom arbeidsminne og ordproblemer har likevel funnet indirekte sammenhenger som kan knyttes til fonologisk prosessering. F.eks. gjennom telling og språkferdigheter (Fuchs, et al., 2006; Singer, 2019). Ulike empiriske resultater om forholdet mellom arbeidsminne og

ordproblemer viser at arbeidsminnets rolle i løsning av ordproblemer fortsatt er uklart og krever mer utforsking.

#### **2.5.4 Nonverbal intelligens og evne til å løse ordproblemer**

For ordproblemer er det flere undersøkelser som viser at nonverbal intelligens har en støttende effekt på ordproblemløsning. Undersøkelser som har studert forholdet mellom nonverbal intelligens og ordproblemer, har funnet betydelige statistisk signifikante korrelasjoner (Fuchs, et al., 2005; Jögi & Kikas, 2016; Wong & Ho, 2017). Siden resultatene knyttet til ren kalkulasjon og nonverbal intelligens er varierende, kan det tenkes at nonverbal intelligens er mest sentral i å etablere den mentale modellen av problemet (Fuchs, et al., 2005; Jögi & Kikas, 2016). En studie med formåle å utdype forståelsen for de ulike delene av prosessen i ordproblemløsning, vurderte nonverbal intelligens. I denne studien ble løsningsprosessen delt i to (Wong & Ho, 2017). Den første delen handler om å forstå oppgaven og overføre informasjon til et numerisk uttrykk, mens den andre delen handler om selve utregningen. Wong & Ho (2017) konkluderer med at nonverbal intelligens er relatert til begge leddene i prosessen. Disse resultatene står likevel ikke i motsetning til de andre studiene fordi korrelasjonen var betydelig høyere i den første fasen som handlet om å forstå konteksten, enn for kalkulasjon.

## **2.6 Oppsummering av empirisk og teoretisk bakgrunn**

Aritmetiske ordproblemer er et underdomene av aritmetikkferdigheter. Løsning av muntlig presenterte ordproblemer er en kompleks prosess som krever mange ferdigheter. Å beherske aritmetiske regneoperasjoner er nødvendig for å kunne løse slike oppgaver, men det er ikke alene tilstrekkelig for å for å forklare variasjon. For å komme så langt som å utføre en beregning må barnet forstå konteksten oppgaven presenteres i, og den må oversettes til et numerisk uttrykk. Det å forstå konteksten kan kreve lytteforståelse. Det innebærer en forståelse av innholdet i ordene og setningene, inferensferdigheter og bruk av bakgrunnskunnskap (Hogan et al., 2014). Dette er forutsetninger for å kunne identifisere variablene i oppgaven og bestemme hvilken regneoperasjon som er nødvendig for å løse oppgaven riktig. Det ser ut til at disse ferdighetene anvendes på en litt annen måte i aritmetiske ordproblemer enn i andre typer fortellinger. I tillegg er det en rekke domenegenerelle ferdigheter som påvirker prosessen. Blant annet ser det ut til at



arbeidsminnet kan bidra i å holde på informasjon samtidig med at oppgaven prosesseres (Rasmussen & Bisanz, 2005).

Barna i undersøkelsen som dette studiet baserer seg på har gått på skolen i 5-6 måneder. De har akkurat startet utviklingen av formell matematikk kompetanse. Det er på dette tidspunktet det skjer en overgang fra medfødte kvantitative evner, til å utføre aritmetiske regneoperasjoner (Geary, 2000). Disse ferdighetene er i større grad avhengig av språk og kultur (Geary, 2000). Overgang fra medfødte evner til en mer formell matematikk-kompetanse kan spores i arbeidsminneforskning som viser at når barna lærer formell matematikk, blir korrelasjonen til arbeidsminnet sterkere (Gimbert et al., 2019). Det skjer også en overgang i strategier for å løse matematikkoppgaver som går fra å bruke mentale bilder, konkrete og telling, til å bruke symboler, skjema og faktagjenkalling som strategi (Rasmussen & Bisanz, 2005). Dette belaster arbeidsminnet på ulike måter (Kyttälä et al. 2014). En teori er at denne overgangen kan få konsekvenser for forståelsesprosessen av et aritmetisk ordproblem (Rasmussen & Bisanz, 2005). Fra å se for seg konteksten som en mental modell, til å gjenkjenne problemformuleringen som fører til framhenting av et lagret skjema for problemet og løsningen.

Komplekse fenomener som ordproblemløsning krever mye kunnskap og utforskning for å kunne forstås. Denne redegjørelsen viser at mye arbeid allerede er gjort, men at det fortsatt gjenstår uklare sammenhenger og kunnskapshull. Det er dette som er bakgrunnen for denne undersøkelsen.

## 3 Metode

I dette kapitlet vil denne studiens forskningsmetodiske tilnærming bli presentert. Det gjøres rede for undersøkelsens design, utvalg, instrumenter som er brukt i datainnsamling, prosedyrer knyttet til datainnsamling og en kort beskrivelse av de statistiske metodene som anvendes i analysen. I denne studien er flere av metodevalgene styrt av spørsmål knyttet til validitet og reliabilitet. Det blir en kort redegjørelse for teori knyttet til validitetskriterier, fordi flere av metodevalgene er styrt av dette. Drøfting knyttet til validitet og reliabilitet kommer i diskusjonsdelen. Måleinstrumentenes reliabilitet vil bli presentert sammen med resultatene fra datainnsamlingen. Sist i dette kapitlet vil det gjøres rede for endel etiske vurderinger knyttet til studien.

### 3.1 Studiets design

Dette masterprosjektet benytter seg av data fra en større longitudinell undersøkelse som heter NumLit- Development of numeracy and literacy in children. Den gjennomføres ved Institutt for spesialpedagogikk ved Universitetet i Oslo og hadde oppstart i 2017. I NumLit skal en kohort med barn følges fra de er 5 år til de er 18 år. I dette masterprosjektet analyseres resultater fra ett tidspunkt hos en gruppe barn, dermed er dette en tverrsnittstudie fra "NumLit" (Gall et al., 2007). Problemstillingen for denne oppgaven besvares gjennom en kvantitativ tilnærming og analysen utføres i statistikkprogrammet SPSS (IBM, 2017). Fordi det skal undersøkes for samvariasjon mellom variabler, vil designet for undersøkelsen være et ikke eksperimentelt-design. Slike studier kalles også deskriptive studier fordi kunnskapen fra undersøkelsene brukes til å beskrive en tilstand på et målepunkt (Kleven, 2002).

### 3.2 Utvalg

Denne undersøkelsen skal si noe om ferdigheter i å løse aritmetiske ordproblemer hos enspråklige seksåringer med norsk som morsmål. I oppstart av "NumLit" ble 254 enspråklige barn med norsk som morsmål, uten større lærevansker rekruttert. De kom fra kommuner som i norsk sammenheng anses for å være representative med tanke på utdanning og sosioøkonomisk bakgrunn. Det ble avholdt informasjonsmøter for alle lederne i barnehagene i de respektive kommunene, deretter ble det sendt ut omtrent 400 samtykkeskjema til

foresatte. Av de samtykket 254 foresatte til å la barnet sitt delta i undersøkelsen. Det var lite frafall ved dette måletidspunktet.

### 3.3 Variabler og instrumenter

I denne undersøkelsen operasjonaliseres begrepene lytteforståelse, nonverbal intelligens og ordproblemer med en indikator hver. Aritmetiske beregninger og arbeidsminne operasjonaliseres derimot gjennom flere indikatorer for å fange større bredde i begrepene enn det enkeltindikatorerne vil kunne fange. Variablene operasjonaliseres gjennom et utvalg instrumenter fra NumLit-studiet. Følgende tabell gir en oversikt over instrumentene som brukes i undersøkelsen:

*Tabell 1 Oversikt over variabler og instrumenter i undersøkelsen*

Variabel	Deltest	Test
Lytteforståelse	Lytteforståelse	NARA-II Form B
Ordproblemløsning	WISC-IV Regning	WISC-IV
Regneflyt	TOBANS Addisjon	TOBANS
	TOBANS Subtraksjon	TOBANS
Arbeidsminne	Listening recall	WMTB-C
	Backward digit recall (DigspanB)	WMTB-C
Nonverbal intelligens	Raven CPM	RAVEN

#### 3.3.1 Ordproblemer

Evne til å løse aritmetiske ordproblemer ble målt med deltesten Regning fra (Wechsler, 2003) WISC-IV er et kartleggingsverktøy for å måle barn og unges kognitive evner. Denne deltesten består av kontekstbaserte regneoppgaver der problemet er presentert i en regnefortelling og svaret må kalkuleres mentalt. Testen er ment for å teste regneferdigheter, arbeidsminne, konsentrasjon og oppmerksomhet. I denne studien presenteres oppgavene muntlig og har en tidsbegrensning på 30 sekunder. Svarene gis muntlig. Testen har 34 enheter. Den er standardisert for barn i alderen 6-16 år. Oppgavene øker i vanskegrad, derfor var ikke alle oppgavene aktuelle for barna i denne studien. Av de oppgavene som ble administrert var det i hovedsak addisjon og subtraksjonsoppgaver, og to oppgaver om halvering. Oppgavene var formulert som kombinasjonsproblemer eller endringsproblemer.

Det var kun konsistente oppgaver, og få ord som utfordret det matematiske vokabularet, det var heller ikke lagt inn irrelevant informasjon i oppgavene. Barnet fikk øvingsoppgaver først. Det ble gitt null eller ett poeng for hver oppgave i testen og den ble avbrutt etter fire påfølgende oppgaver med null poeng.

### **3.3.2 Regneflyt**

Aritmetisk regneflyt ble målt med to deltester fra Test of Basic Arithmetic and Numeracy Skills (TOBANS). Deltestene er TOBANS addisjon og TOBANS subtraksjon (Bringstocke, Moll, & Hume, 2016). Testene måler regneflyt og nøyaktighet, og oppgavene gjennomføres etter instruksjoner fra testleder. I testene får barnet 60 sekunder til å regne så mange regnestykker det klarer. Før testen starter får barnet prøve seg på øvingsoppgaver. Tallene i oppgavene er i spennet fra 1-9. Det er 60 oppgaver for hver regneart. Det ble utført en test med addisjon og en test med subtraksjon. Testen er utviklet for barn i alderen syv til elleve år, og det er gjort tilpasninger i vår studie ved at multiplikasjon og divisjon er utelatt. Det gis et poeng for hvert riktige svar.

### **3.3.3 Lytteforståelse**

Testen som er brukt for lytteforståelse er en norsk oversettelse av NARA-II Form B (Neale, 1997). I denne testen får barnet en illustrasjon foran seg mens testadministrator leser opp en kort historie. Etterpå får barnet spørsmål til innholdet i fortellingen. Noen spørsmål krever svar som kommer direkte fram av fortellingen, mens andre spørsmål stiller større krav til inferensferdigheter (Bowyer-Crane & Snowling, 2005). Etter den første historien er det fire spørsmål. De andre fortellingene er litt lengre. For å teste forståelse, og ikke minne, er det gjort tilpasninger ved at fortellingen er delt i to (Lervåg et al., 2018). Det er fire spørsmål til hver del. Testen avbrytes dersom barnet skårer 0 poeng på alle spørsmålene til en fortelling.

### **3.3.4 Arbeidsminne**

Arbeidsminnet ble målt med testene Listening recall og Backward digit recall (Pickering & Gathercole, 2001). De er begge deltester i testbatteriet WMTB-C som kartlegger CE-delen arbeidsminne (Pickering, 2008). Testen er utviklet med et teoretiskutgangspunkt i Baddeley og Hitchs arbeidsminnemodell.

#### **Listening recall**

I testen Listening recall får barnet presentert en setning som de skal avgjøre om er sann eller usann, deretter skal de gjengi siste ordet i setningen. F.eks.

Testleder sier: "Vann er rødt"

Barnet svarer: "Usant, rødt"

Oppgavene i er arrangert i blokker. Hver blokk inneholder seks oppgaver med samme vanskelighetsgrad. Det blir gitt øvingsoppgaver. Etter hver blokk økes vanskelighetsgraden med en setning. Det gis et poeng for hvert riktige svar. Testen ble avbrutt etter tre feilsvar i samme blokk.

#### **Backward digit recall**

Denne testen er også arrangert i blokker med seks oppgaver som har samme vanskegrad. Her skal barnet huske tall. Testleder leser opp tall og barnet blir bedt om å gjenta tallene i baklengs rekkefølge. Den første blokken har to tall, og et tall legges til for hver blokk.

Eksempel:

Testleder: "3,4"

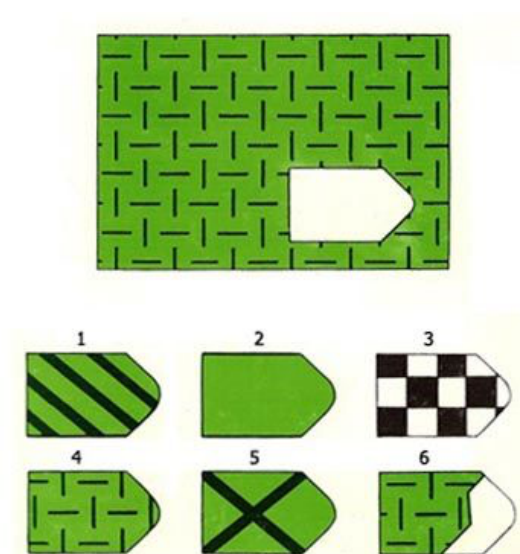
Barnet: "4,3"

Det blir gitt øvingsoppgaver. Under testen gis et poeng for hvert riktige svar og ved fire riktige svar fortsettes det til neste blokk. Etter tre feil innen en blokk avsluttes testen. Testen består av 36 enheter.

### **3.3.5 Nonverbal intelligens**

Variabelen nonverbal intelligens ble målt med The Raven Colored Progressive Matrices (Raven, 1998). Denne testen måler barnets generelle kognitive evner gjennom oppgaver som tester hvorvidt barnet klarer å skape mening ut fra en i større eller mindre grad forvirrende sammenheng (Raven, 2008). Testen er nonverbal og det stilles ikke krav til språklige ferdigheter. Testen ble administrert digitalt. Det ble vist bilde av et mønster som mangler en

bit. Barnet skulle finne biten som passet i mønsteret. Det var seks ulike biter å velge mellom. Testen hadde to øvingsoppgaver, ingen tidsbegrensning og har 34 oppgaver.



Figur 2 Eksempel på oppgave fra *The Raven Coloured Progressive Matrices*

### 3.4 Fremgangsmåte

Gjennomføringen foregikk på følgende måte; Det var rekruttert en gruppe studenter som forskningsassistenter. De skulle være testledere på dette målepunktet i NumLit. Opplæring i testbatteriet var obligatorisk og ble gitt for hele gruppen samtidig. Opplæringen var fordelt over tre ganger. Forfatter var selv med som testleder i datainnsamlingen.

Testbatteriet omfattet 33 tester, og var delt i tre økter. Hver økt tok omtrent en time å administrere. På grunn av det omfattende testbatteriet ble oppgavene administrert over tre ulike dager. Etter hver test fikk barna velge seg et klistremerke til å sette på et diplom. De fikk med seg et diplom hjem etter hver økt. Dersom et barn ble slitent eller ukonsentrert under testingen, ble det lagt inn pauser. Testleder skulle i testsituasjonen være så nøytral som mulig, men samtidig være støttende og oppmuntrende. Barnas ve og vel skulle prioriteres. Noen oppgaver ble skåret i et skåringshefte der og da, andre i etterkant. Noen tester ble utført digitalt, de ble skåret automatisk. Det ble gjort lydopptak av hele testsituasjonen. Dette skulle sikre riktig skåring, ved at testleder kunne dobbeltsjekke der man var i tvil om hva som ble sagt, det gjorde det mulig for forskergruppen å kontrollere skåringen og gjennomføring for å sikre reliabiliteten til undersøkelsen. I tillegg er lydopptak et sikkerhetstiltak for barnet og foreldrene. Testingen ble gjort i perioden januar-mars 2019.

## 3.5 Analyser

I denne undersøkelsen er evne til å løse muntlig presenterte aritmetiske ordproblemer utfallsvariabelen. Lytteforståelse og regneflyt er prediktorvariabler (Kleven, 2002). Andre begreper som er vanlige å bruke om slike variabler, er avhengig- og uavhengigvariabel (Kleven, 2002). Siden dette er et korrelasjonsstudie som ikke sier noe om retning mellom variablene, velges begrepene utfallsvariabel og prediktorvariabel. Forskning viser at arbeidsminnet og nonverbal intelligens er viktige bidragsyttere til å løse ordproblemer, derfor tas disse variablene med i analysene som kontrollvariabler (Fuchs et al., 2006; Kyttälä, 2014; Wong & Ho, 2017). Kontrollvariabler brukes for å styrke undersøkelsens validitet. På denne måten kan det undersøkes om en eventuell sammenheng mellom lytteforståelse og aritmetikkferdigheter, og ordproblem ikke skyldes arbeidsminne eller nonverbal intelligens.

For å se etter samvariasjon mellom variablene utføres en bivariat korrelasjonsanalyse. For å vurdere styrken i relasjonen etter at det er kontrollert for arbeidsminne og nonverbal intelligens, gjøres en hierarkisk multippel regresjonsanalyse.

I en hierarkisk multippel regresjonsanalyse prioriteres variablene inn i modellen. Det betyr at den første variabelen inn i modellen forklarer noe varians. De neste variablene som introduseres i modellen forklarer det som ikke allerede er forklart av foregående variabler. På grunn av korrelasjoner mellom variablene vil rekkefølgen kunne påvirke resultatet. (Field, 2018). Analysene gjøres ved hjelp av statistikkprogrammet SPSS (IBM, 2017).

## 3.6 Validitet og reliabilitet

Svaret på et forskningsspørsmål består av slutninger, og validiteten til slutningene er knyttet til ulike sider ved forskningsprosessen (Lund, 2002a). Metoden er derfor leddet som knytter forskningsspørsmålet og slutningene sammen. Validitet handler om gyldigheten eller sikkerheten til slutningene, mens reliabilitet handler om konsistens i målinger (Gall et al., 2007). I kausal forskning benyttes et validitetssystem utviklet av Cook og Campbell (1979). Systemet innebærer de ulike validitetstypene indre validitet, statistisk validitet, ytre validitet, og begrepsvaliditet. Validitetstypene er relevante også for ikke-eksperimentelle design. Ofte går de ulike validitetstypene på bekostning av hverandre, og metodevalg som fører til at en type validitet styrkes, kan medføre at en annen svekkes. For eksempel vil måten utvalget gjøres på ha konsekvenser for indre-, ytre- og statistisk validitet.

Indre validitet handler om hvorvidt sammenhengene som er observert mellom variablene kan forklares med hypotesene som ligger til grunn for undersøkelsen (Lund, 2015a). Det som kan true en god sammenheng mellom variablene slik de er operasjonalisert i forskningsspørsmålet og resultatene, er de alternative forklaringene man ikke har kontroll over. Derfor må det alltid vurderes alternative tolkninger av et resultat. For å se om det finnes skjulte variabler og alternative hypoteser (Shadish, Cook, & Campbell, 2002). For å kompensere for svak indre validitet kan statistisk styrke og statistiske analyser brukes for å styrke slutningenes validitet.

Begrepsvaliditet er sentralt for å kunne trekke gyldige slutninger og for reliabiliteten til undersøkelsen (De Vaus, 2014). Begrepsvaliditet handler om at vi måler det vi skal, på en god måte og at vi ikke måler noe annet (Gall et al., 2007). Begrepene operasjonaliseres ved å lage empiriske indikatorer. Utfordringen knyttet til slutninger fra empiriske indikatorer er at begrepet ikke må operasjonaliseres med for smale indikatorer slik at bredden i begrepet ikke fanges, eller at det operasjonaliseres for vidt slik at variasjon ikke fanges opp.

Statistisk validitet handler om at sammenhengene som finnes er statistisk signifikante og rimelig sterke (Lund, 2002b). Trusler mot validiteten til statistiske slutninger er brudd på statistiske forutsetninger, det vil si å begå Type I eller Type II feil, eller ha en lav statistisk styrke (som også handler om Type II feil) (Lund, 2002b). Type I feil er å forkaste en sann  $H_0$ -hypotese, mens en type II feil innebærer å beholde en usann  $H_0$ -Hypotese (Diez, Barr, & Çetinkaya-Rundel, 2015). Statistisk styrke handler om en tests evne til å fange opp et sammeneheng i en populasjon dersom den er der (Shadish et al., 2002). Et lavt statistisk signifikansnivå reduserer sannsynligheten for å begå type I feil. Statistisk signifikansnivå angis med en p-verdi. Når  $p < .05$  aksepterer vi at vi feilaktig kan forkaste  $H_0$  hypotesen 5% av gangene når vi trekker et tilfeldig utvalg (Diez et al. 2015). Dette er et statistisk signifikansnivå som ofte aksepteres i forskning i det spesialpedagogiske feltet (Gall et al., 2007). Et annet tiltak mot disse truslene er størrelsen på utvalget. Tilfredsstillende størrelse på utvalget er med på å redusere sannsynligheten mot å begå type II- feil. Det vil si at utvalget er stort nok til at vi har mulighet til å finne variasjon mellom variablene dersom den er der (Diez et al.,2015). Størrelsen på utvalget påvirker den statistiske styrken, mens representativiteten til utvalget påvirker den ytre validiteten (Lund, 2002c).



Ytre validitet handler om hvorvidt slutningene kan generaliseres (Shadish et al., 2002). For at resultater fra en undersøkelse skal kunne generaliseres, og at slutningene skal kunne overføres til andre individer, tider og situasjoner, bør undersøkelsen representere populasjonen den skal si noe om (Gall et al., 2007). Det er et mål for utdanningsvitenskapelig forskning at resultatene forskningen kan kunne generaliseres og gi implikasjoner for populasjonen utover det utvalget som er undersøkt.

Reliabilitet handler om instrumentene som brukes til å måle ferdigheter. Hvorvidt de faktisk måler det de er ment å måle, altså i hvilken grad dataene er fri for tilfeldige målingsfeil (Gall et al., 2007). Dersom målingene eller testene ikke er reliable kan det være en trussel både mot statistisk validitet og begrepsvaliditet (Lund, 2002c). En test er konsistent dersom en person får samme skår om han tar den på to ulike tidspunkt. I denne studien er det bare et målepunkt, derfor vurderes reliabiliteten ut i fra indre konsistens i testene (De Vaus, 2014). Dette kan undersøkes ved å undersøke den gjennomsnittlige korrelasjonen når testene deles i to og oppgavene blir korrelert med hverandre på alle måter (Befring, 2007). Den gjennomsnittlige korrelasjonskoeffesienten kalles Cronbachs alfa.

### **3.7 Etske hensyn**

Gjennom NumLit var dette prosjektet allerede godkjent av NSD (Norsk senter for forskningsdata). De overordnede etiske hensynene som samtykke, anonymitet og personvern var ivaretatt av forskergruppen. Som testleder og forsker ble det gjort etiske vurderinger i møte med barna som skulle testes og egen habilitet.

*Barn og unge som deltar i forskning har særlig krav på beskyttelse (NESH, 2016).*

Foreldrene hadde gitt samtykke på vegne av barna. Barna hadde likevel rett til å få alderstilpasset informasjon om prosjektet og om konsekvenser av forskningen (NESH, 2016). Siden barna som deltok denne gangen var eldre enn ved forrige målepunkt, ble informasjonen som ble gitt i testingen alderstilpasset. Det var frivillig for barna å delta og de kunne trekke seg fra undersøkelsen når som helst (NESH, 2016). Det var viktig å være oppmerksom på barns lojalitet til autoriteter (NESH, 2016). Som testleder var det derfor viktig å skape en god relasjon og en trygghet på en slik måte at barna opplevde at de var i en trygg situasjon og at de hadde en reel frihet til å trekke seg.

Barn som deltar i forskning må møte forskere som har kunnskap om barns utvikling og ulike behov i ulike faser (NESH, 2016). Barna må møte en forsker som skaper trygge rammer rundt testingen ved å møte barnet der det er. Rent praktisk betød det at testingen foregikk skjermet og uforstyrret slik at barnet opplevde at de fikk rammene som krevdes for å kunne gjennomføre på en god måte. Det ble også tatt pauser og gjort tilpasninger i rekkefølge på deltestene der det var nødvendig for å minske belastningen for barnet. Forskeren forsøkte å bruke et språk barnet forsto og utviste sensitivitet for hvordan barnet opplevde situasjonen (De Vaus, 2014). Forskeren har ansvar for at relasjonen innbyr til trygghet og tillitt hos barnet slik at testingen blir så lite belastende som mulig i situasjonen, og i ettertid (Borge, 2003; De Vaus, 2014). Det er vist at matematikkangst kan forekomme i denne aldersgruppen (Ramirez, Gunderson, Levine, & Beillock, 2013; Wu, et al., 2017), derfor var testleder varsom og sensitiv for hvordan barna opplevde situasjonen. All forskning kan ha risiko for psykologiske skadevirkninger, og sårbare grupper som barn er ekstra utsatt (Borge, 2003)

Oppgaveforfatter har gjort noen refleksjoner omkring egen habilitet og om forskningens frihet. Faglig frihet bør sikres når temaet er kontroversielt eller det er kommersielle interesser (De Vaus, 2014; NESH, 2016). Oppgaveforfatter er i permisjon fra daglig arbeid som matematikklærer i Oslo kommune. Denne masteroppgaven skrives som student ved Universitetet i Oslo, og ikke som ansatt i Oslo kommune. Likevel er forfatteren omfattet av en arbeidsavtale med en lojalitetsplikt. Det vurderes slik at det ikke er noe kontroversielt i denne forskningen som kan true lojalitet til arbeidsgiver eller arbeidsgivers interesser (Oslo Kommune, 2018). I tillegg har oppgaveforfatter selv et lite foretak som utvikler og selger undervisningsopplegg innen matematikk (Haugen, 2017). Siden forskningen er gjort ved UIO, kan resultatene ikke anvendes i markedsføring av produkter ved senere anledninger. Det vurderes heller ikke at resultater fra denne undersøkelsen vil være av spesiell kommersiell betydning for foretaket. Derfor anses forskningen som fri og at det ikke er føringer eller interesser som påvirker resultatet av forskningen.

## 4 Resultater

I følgende kapittel blir resultatene fra undersøkelsen presentert og analysert. Først presenteres en deskriptiv statistikk av resultatene. Den gir informasjon om egenskaper ved data til variablene. For å kunne utføre en korrelasjonsanalyse med Pearsons  $r$ , bør data være tilnærmet normalfordelt (Diez et al., 2015). Dette ble vurdert gjennom tolkning av kurtose og skjevhet. De resultatene som var med videre, ble deretter analysert i en bivariat korrelasjonsanalyse for å undersøke samvariasjonen mellom data. I utforskning av sammenhengen som ble funnet mellom prediktorvariablene og ordproblemløsningsferdigheter ble det utført en hierarkisk multippel regresjonsanalyse. Det ble også gjort noen statistiske analyser knyttet til modellens validitet.

### 4.1 Deskriptive analyser av variablene

I starten av NumLit var det 256 barn som deltok, og de fleste var med i dette målepunktet også. På grunn av tid til å gjennomgå data, var det bare resultater til et utvalg av barna som var klare og tilgjengelige til dette studiet. For å kunne sammenlikne resultater ble det kun benyttet resultater for barn som hadde utført alle testene. Resultater fra individer med manglende data ble ekskludert fra analysene. Da gjensto et utvalg på  $N=166$  barn.

Analysene som skulle brukes videre i denne undersøkelsen forutsetter at data følger en normalfordeling. Vurdering av normalfordeling er knyttet til størrelse på utvalg og en passende fordeling av data (Diez et al. 2015). I en normalfordeling er resultatene jevnt fordelt om gjennomsnittet. En måte å beskrive egenskaper ved en fordeling er å bruke de statistiske målene skjevhet og kurtose. De sier noe om kurvens form sammenlignet med normalfordeling (De Vaus, 2014). Skjevhet forteller om dataene er fordelt symmetrisk eller om de er samlet i den ene eller den andre retningen (Gall et al., 2007). Positive skjevhetsverdier indikerer at data er samlet i den lave enden av fordelingen, det kalles for høyreskjevhet. Negative verdier indikerer at de er samlet i retning av den høye enden av fordelingen, da kalles det for en venstreskjevhet. Verdien 0 indikerer en perfekt symmetri om gjennomsnittet, og verdier mellom -1 og 1 er akseptable (De Vaus, 2014). Dersom skjevhetsverdien for resultatene til en test i denne studien er høyreskjev kan det være at mange barn skårer lavt på testen. Det kan bety at testen er for vanskelig. Kurtose forteller om hvordan data er fordelt mellom laveste og høyeste observasjon. En spiss kurve har fete haler. Det vil si at det er mye data i halene, og de fleste observasjonene vil ligge sentrert rundt

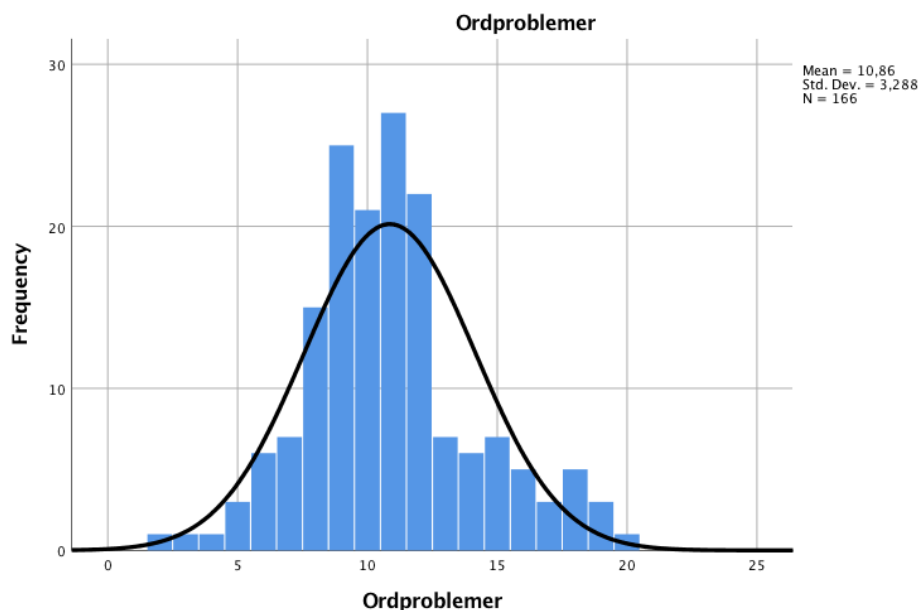
gjennomsnittet. Kurtosen har da en positiv verdi. Dersom kurtoseverdien for resultatene til en test i denne studien er høy kan det være at det er mange barn som skårer rundt gjennomsnittet for testen. Man bør også være oppmerksom på muligheten for at det kan være uteliggere som kan være med på å bidra til den høye kurtoseverdi. En flat kurve viser at det er flere data i ytterpunktene av målingene. Da vil færre av observasjonene ligge i halene og halene får en spiss form. Det vises med en negativ kurtoseverdi. En perfekt normalfordeling vil ha en kurtose på 0. Dersom den for avviket for mye har ikke testen fanget opp variasjonen i utvalget. (De Vaus, 2014).

Tabell 2 Deskriptiv statistikk av datamaterialet

	N	Min.	Maks	Gjennomsnitt	Std. Avvik	Skjevhet	Kurtose
Wisc-regning	166	2	20	10.86	3.29	0.45	0.48
NARA II lytte	166	1	22	9.79	4.42	0.43	0.39
TOBANS.add.	166	3	21	9.55	3.58	0.84	0.90
TOBANS.subtr	166	0	20	5.85	3.97	0.66	0.57
ListenRec	166	0	21	11.33	3.79	-0.96	1.77
DigSpanB	166	0	19	9.10	3.05	0.16	0.46
RavenCPM	166	9	34	22.39	4.88	-0.00	0.03

#### 4.1.1 Vurdering av utfallsvariabelen: Ordproblemer

##### WISC-IV regning



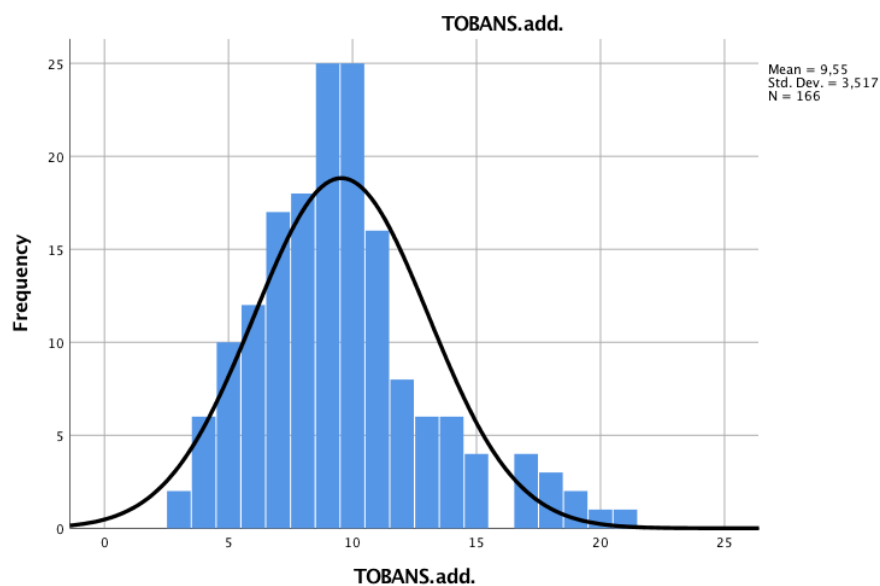
Figur 3 Fordeling av resultater for variabelen ordproblemer

Skjevhetsverdien til fordelingen av resultater for variabelen ordproblemer er 0.453. Det er innenfor 1 som er en akseptabel verdi med tanke på en normalfordeling. Data har en svak høyre skjevhet som kan indikere at flere av barna skåret noe lavere enn ved en normalfordeling. Kurven har antydning til å være spiss, men med en kurtoseverdi på 0.475 anses den som akseptabel.

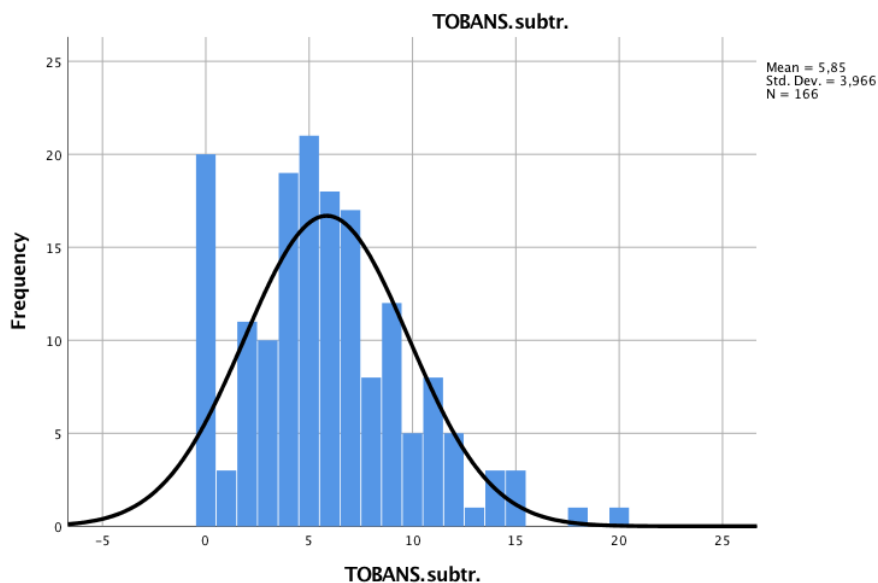
#### 4.1.2 Vurdering av prediktorvariablene aritmetisk regneflyt og lytteforståelse:

##### TOBANS subtraksjon og TOBANS addisjon:

Regneflyt ble målt med to tester. En for addisjon og en for subtraksjon.



Figur 4 Fordeling av resultater for variabelen regneflyt, Addisjon (TOBANS)

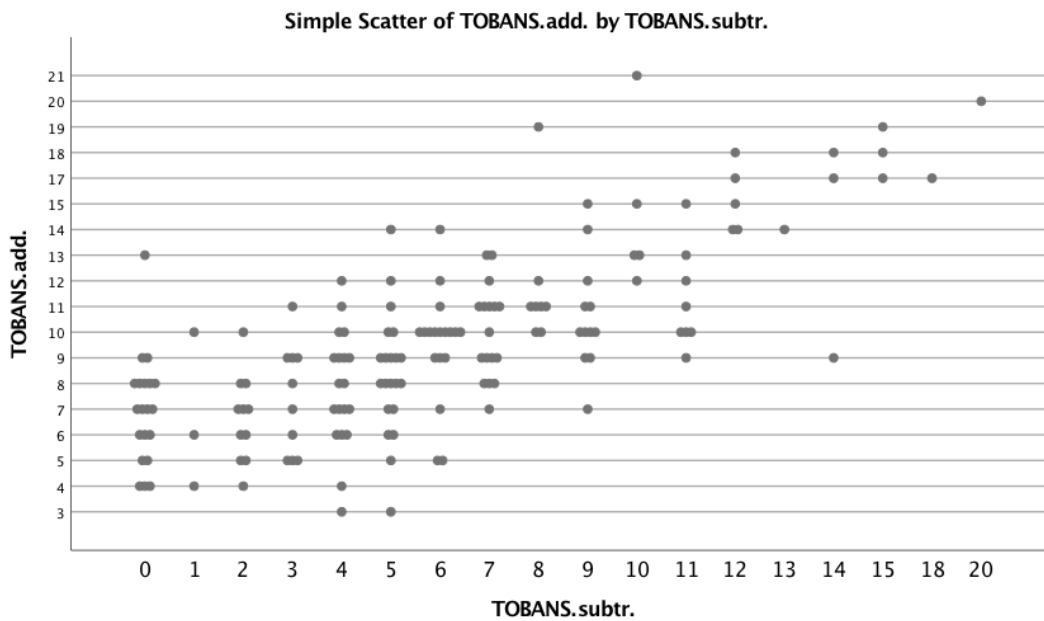


Figur 5 Fordeling av resultater for variabelen regneflyt, subtraksjon (TOBANS)

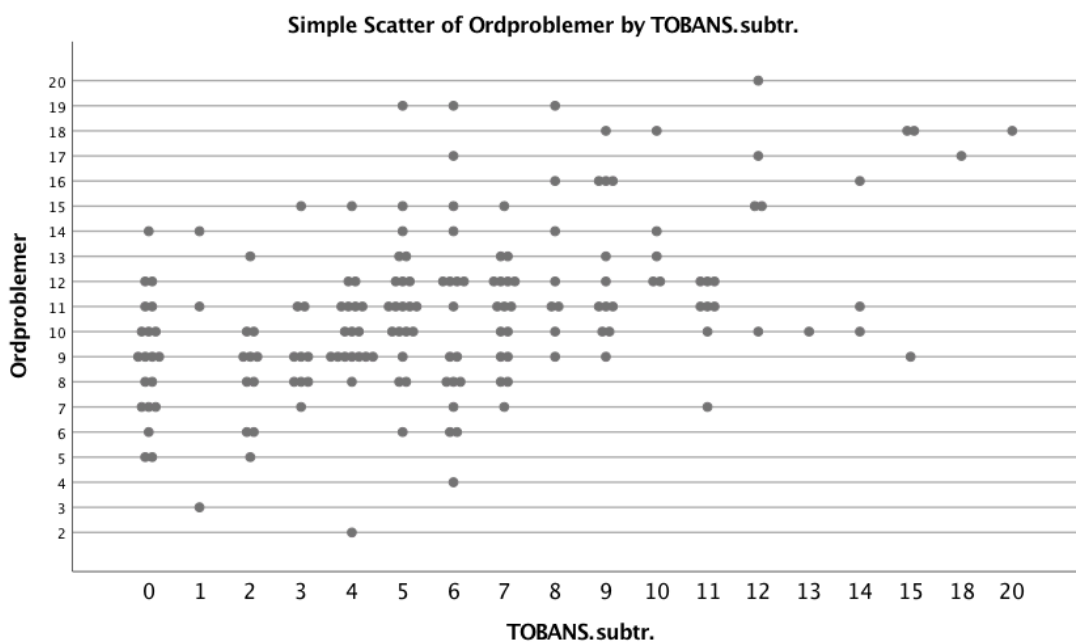
Resultater fra begge regneflyttestene er høyreskjeve. Det betyr at flere barn skårer under gjennomsnittet enn over. Testen kan ha vært vanskelig, særlig for subtraksjon. Det er som forventet at subtraksjon har et lavere gjennomsnitt enn addisjon, siden det er en mer krevende regneoperasjon (Constance & Kirkland, 2001; Fuson, 1984). Subtraksjon har også høyere skjevhetsverdier enn addisjon på grunn av gulveffekten i testen, men fordi det er et lavt gjennomsnitt gir det ikke stor effekt på skjevhetsverdien.

Begge testene har positiv kurtoseverdi. Addisjon har en betydelig høyere kurtoseverdi enn subtraksjon. Dette kan henge sammen med at mange barn skåret 0 poeng på subtraksjonstesten. Det gir et lavt gjennomsnitt og flere data i halen på kurven. Høye kurtoseverdier kan også bety at vi ikke har klart å fange variasjon.

Det kan være flere forklaringer til at mange barn skåret 0 poeng på subtraksjonstesten. For å avgjøre om dette er verdier som kan være resultat av feilmålinger, sammenliknes resultatene til disse barna med resultater fra de andre matematikktestene. Resultater fra subtraksjon sammenstilles i et scatterplot med de andre matematikkresultatene i figur 6 og figur 7.



Figur 6 Sammenstilling av resultater fra TOBANS subtraksjon og TOBASN addisjon

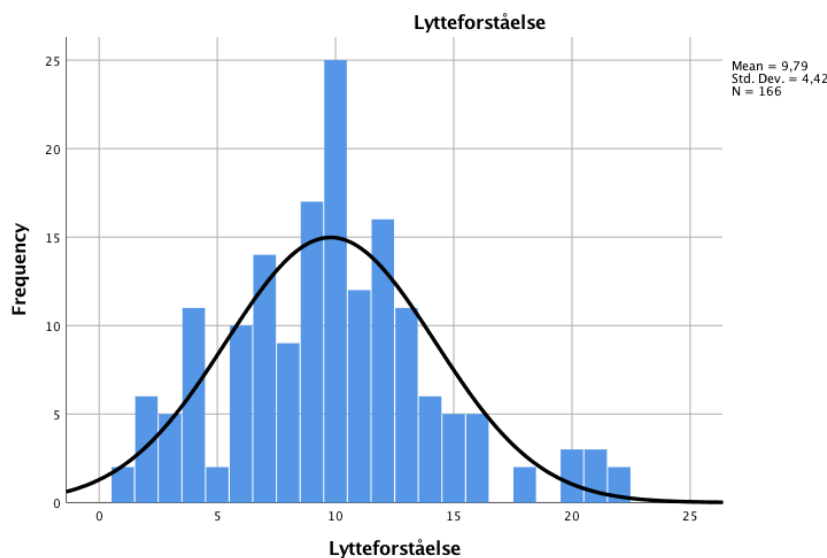


Figur 6 Sammenstilling av resultater fra TOBANS subtraksjon og ordproblemer

For TOBANS addisjon og TOBANS subtraksjon viser scatterplotet i figur 6 en lineær, positiv assosiasjon mellom variablene. Ordproblemer og TOBANS subtraksjon viser en svakere, men liknende tendens i figur 7. Oppsummert viser scatterplottene en tendens til at de barna som skårer 0 på subtraksjonstesten skårer lavere enn gjennomsnittet på andre matematikktester. Dette viser at resultater for subtraksjon kan henge sammen med generelle matematikkferdigheter. At de skårer lavest på subtraksjon kan forklares med at det er den

mest krevende regnearter (Constance & Kirkland, 2001; Fuson, 1984). Scatterplottene viser at det også er barn som skårer lavt på subtraksjon, men høyt andre matematikktester. Det kan forklare med at ikke alle skolene på måletidspunktet hadde gitt opplæring i symbolsk subtraksjon. Det kan forklare bedre prestasjon i ordproblemer og addisjon. Selv om ordproblemoppgavene inneholdt subtraksjonsoppgaver kan i følge Kytällä et al. (2006) barn løse slike ordproblemer før formell opplæring i matematikk, basert på at de lager mentale modeller. Det er derfor ikke grunn til å behandle disse som feilmålinger som skal fjernes. Til tross for positiv skjevhet og kurtoseverdier er resultatene normalfordelt nok til å bli med videre i analysene.

### Lytteforståelse



Figur 7 Fordeling av resultater for variabelen lytteforståelse

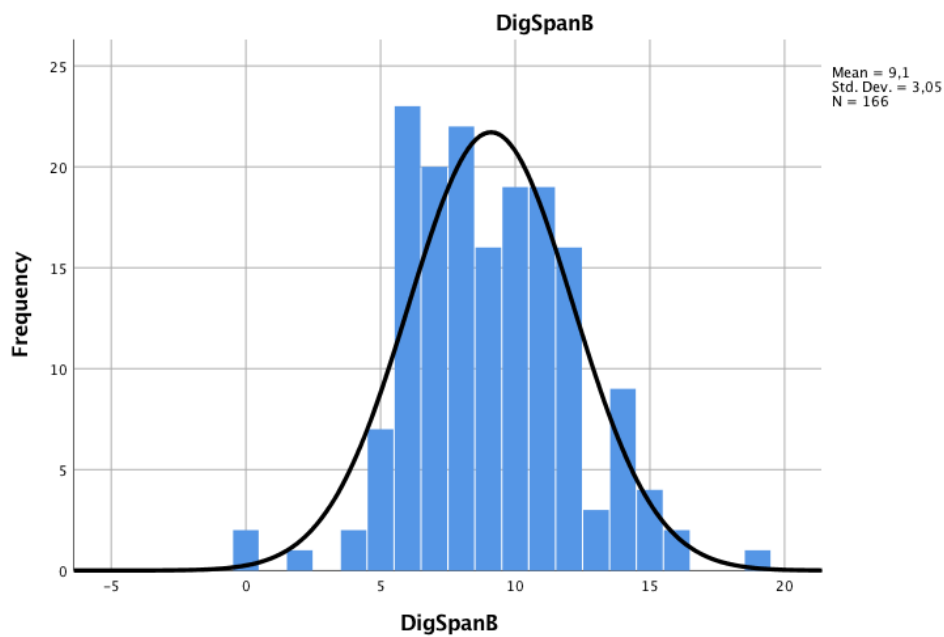
Kurtose og skjevhetsverdiene er positive for variabelen lytteforståelse. Verdien av disse er relativt lave derfor anses det som uproblematisk å bruke denne variabelen videre. Resultatene er tilnærmet normalfordelte.

### 4.1.3 Vurdering av kontrollvariablene arbeidsminne og nonverbal intelligens:

Arbeidsminnet ble målt med de to testene Backward digit recall (DigSpanB) og Listening recall.



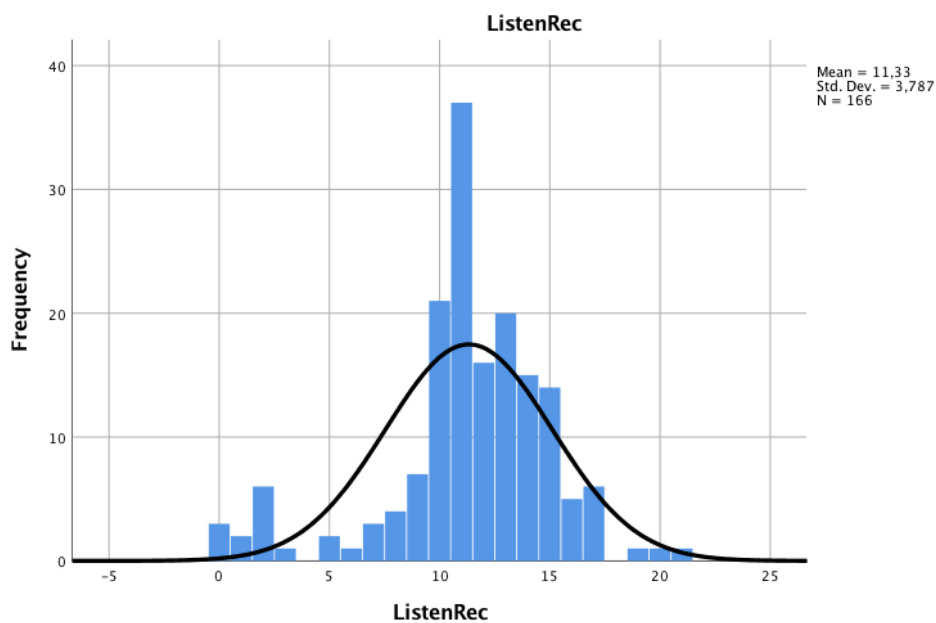
## Backward digit recall (DigSpanB)



Figur 8 Fordeling av resultater for variabelen arbeidsminne målt med testen Backward digit recal

Det er en antydning til to topper på kurven og dermed en bivariat fordeling, men tendensen er ikke sterk nok til at den vurderes å gi betydelige konsekvenser for videre analyser. Kurtose og skjevhetsverdiene er positive for variabelen, men verdien av disse er innenfor det som aksepteres. Det er uproblematisk å bruke denne variabelen videre.

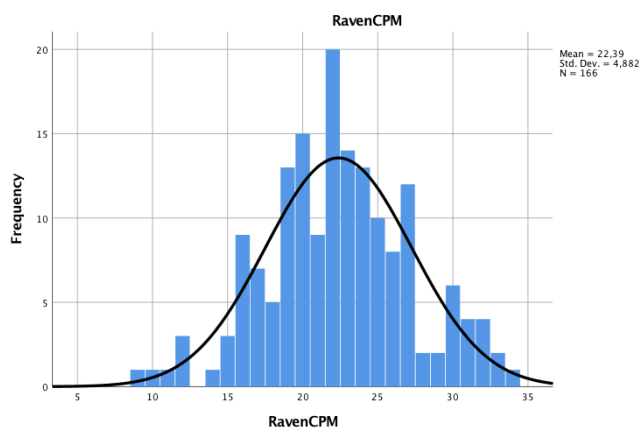
## Listening recall



Figur 9 Fordeling av resultater for variabelen arbeidsminne målt med testen Listening recall

Resultatene fra testen Listening recall viser en venstre skjevhet og en positiv kurtoseverdi. Listening recall har en relativt høy kurtoseverdi på 1.77 som kan gjør at man bør vurdere hvorvidt testen har fanget opp variasjon. En forklaring kan være at mange barn har scoret 11 poeng på testen Listening recall. Det kan forklares med at det er siste oppgaven i blokk 1b. Neste oppgave tilhører ny blokk og har en økt vanskegrad.

## Ravens CPM



Figur 10 Fordeling av resultater for variabelen Nonverbal intelligens målt med Ravens matriser

Resultatene fra testen for nonverbal intelligens målt med Ravens viser en tilnærmet normalfordelt kurve. Skjevhet og kurtoseverdiene er lave.

## Oppsummering av funn om normalfordeling

Alle variablene har kurtose- og skjevhetsverdier som er innenfor akseptabelt nivå sett i mot en normalfordeling. Testen Listening recall har de største kurtose- og skjevhetsverdier, det bør tas med i betraktning i fortsettelsen. Alle variablene blir med videre i analysen.

## 4.2 Reliabilitet

Testene som er valgt for å operasjonalisere variablene er valgt med utgangspunkt i empiri. Studien benyttet seg av deltester som er basert på standardiserte testbatterier. De er tidligere brukt i forskning som likner denne. Reliabilitet handler om konsistensen i målingen, og hvor konsistent og nøyaktige resultatene er (Midtbø, 2013). Ved å vurdere en tests reliabilitet undersøkes graden av støy og tilfeldige målefeil (Gall et al., 2007). Til å vurdere dette kan indeksen Cronbachs  $\alpha$  anvendes. Den viser den gjennomsnittlige korrelasjonen når testene deles og oppgavene blir korrelert med hverandre på alle måter (Befring, 2007). Intervallet

ligger mellom 0 og 1, der 1 er sann skåre. Verdier der  $\alpha > .7$  regnes som akseptable i forskningssammenheng (De Vaus, 2014). Dårlig test- eller målingsreliabilitet er en trussel mot både statistisk validitet og begrepsvaliditet (Lund, 2002b). Dersom testene har god indre konsistens er det sannsynlig at testen måler det samme (Gall et al., 2007). Testene i denne undersøkelsen (jmf. tabell 2) har alle  $\alpha > .7$ , den indre konsistens anses som tilfredsstillende.

Tabell 3 Reliabilitet målt med Cronbachs alfa ( $\alpha$ )

	Cronbachs $\alpha$
TOBANS addisjon (regneflyt)	.708
TOBANS subtraksjon (regneflyt)	.703
NARA II (Lytteforståelse)	.803
Ravens CPM (Nonverbal intelligens)	.768
Listening recall (Arbeidsminne)	.766
Backward digit recall (Arbeidsminne)	.743
WISC- regning (Ordproblemer)	.725

### 4.3 Bivariat korrelasjonsanalyse

For å utforske forholdet mellom ordproblemer og variablene lytteforståelse og aritmetisk regneflyt, er det i første omgang interessant å se om det er en statistisk signifikant samvariasjon mellom variablene. Ved å gjøre en bivariat korrelasjonsanalyse kan det undersøkes om det er en korrelasjon, og styrken på den (Gall et al., 2007). En korrelasjon sier ikke noe om årsaksforhold (Shadish et al., 2002). I denne studien har variablene ulik måleskala. Pearsons  $r$  er et egnet effektmål, fordi den er uavhengig av måleskalaen til variablene (Christoffersen, 2015). Korrelasjoner hvor  $r = \pm 1$  er en perfekt korrelasjon der forholdet mellom variablene er 1:1.  $r = 0$  betyr at det ikke er noen samvariasjon mellom variablene. Negative eller positive  $r$ -verdier angir retningen på korrelasjonen. Assosiasjonen mellom variablene kan være negativ eller positiv. Assosiasjonen er positiv dersom forholdet er slik at variablene utvikler seg i samme retning, det vil si at når verdien for den ene variabelen øker, øker også verdien for den andre (Urdan, 2017). I utdanningsforskning anses en korrelasjon på .10 som svak, .30 som moderat og .50 er høy (Field, 2018).

En bivariat korrelasjonsanalyse er nødvendig forut for en multippel regresjonsanalyse. En slik regresjonsanalyse krever at det er en korrelasjon mellom prediktor og utfallsvariabel, og det bør ikke være en høy korrelasjon mellom prediktorvariablene (kalt multikolinearitet). En sterk korrelasjonen mellom prediktorene kan påvirke koeffisientene og det kan være

problematisk å finne unik variasjon fordi de potensielt måler deler av det samme (Field, 2018). Det er noen forhold som bør tas i betraktning ved tolkning av korrelasjoner. For det første; korrelasjoner skiller ikke mellom prediktor- og utfallsvariabler, det gis derfor ikke noe svar på kausale forhold mellom variablene. For det andre; korrelasjoner måler kun styrken på lineære forhold mellom variabler. Og til sist; en korrelasjon baserer seg på gjennomsnitt, det fører til at verdiene er følsomme for ekstremverdier (More & McAbe, 2003). En korrelasjon oppgis sammen med et statistisk signifikansnivå. Det statistiske signifikansnivået i forskning reflekterer ofte konsekvensene av å trekke gale konklusjoner (Diez et al., 2015). I utdanningsforskning er det vanlig med en statistisk signifikansstyrke på  $p < .05$ . Det betyr at det at vi kan akseptere sannsynligheten for at det gjøres en Type I feil, dvs. å forkaste en nullhypotese selv om den er riktig 5/100 ganger (Midtbø, 2013). Tabell 4 er en korrelasjonstabell som presenterer sammenhengene mellom de ulike variablene i studien.

Tabell 4 Korrelasjoner mellom variabler vist med Pearsons  $r$

	Ord- problemer	Lytte- forståelse	TOBANS add.	TOBANS subtr.	Regne- flyt	Listen- Rec	Dig- SpanB	Raven- CPM
Ordproblemer	1	.26**	.46**	.48**	.51**	.24**	.51**	.28**
Lytteforståelse		1	-.06	.03	-.01	.14	.16*	.07
TOBANS.add.			1	.74**	.92**	.18*	.34**	.27**
TOBANS.subt				1	.94**	.17*	.29**	.19*
Regneflyt					1	.18*	.34**	.25**
ListenRec						1	.34**	.24**
DigSpanB							1	.33**
RavenCPM								1

Note. \*  $p < .05$ , \*\*  $p < .01$ , \*\*\*  $p < .001$

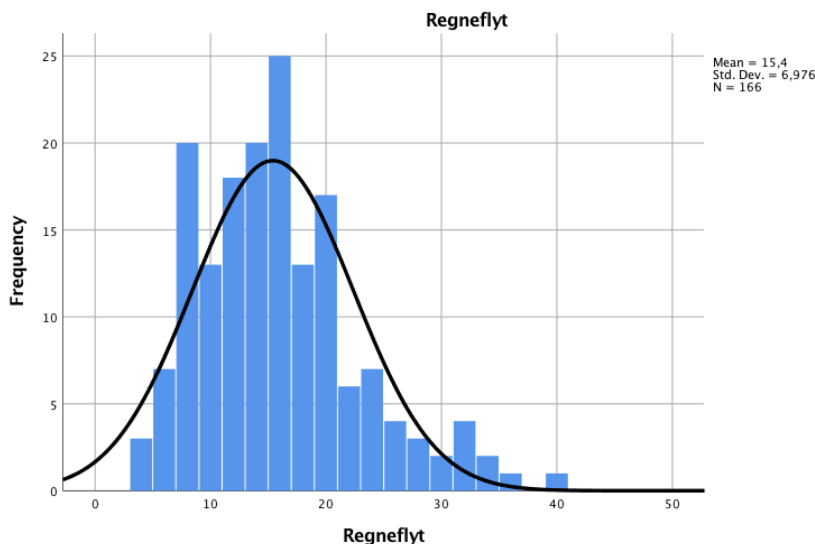
De fleste variablene har en statistisk signifikant korrelasjon har positiv verdi, noe som betyr at de trekker i samme retning. Ordproblemer har en statistisk signifikant korrelasjon til alle variablene som er med i undersøkelsen på minst et  $p \leq .01$  nivå. Sammenhengen er betydelig for alle testene som involverer prosessering av tall, og lav til moderat for de andre testene. Bortsett fra lytteforståelse har alle variablene statistisk signifikante korrelasjoner til hverandre med et signifikansnivå på  $p \leq .05$ . Lytteforståelse skiller seg ut ved at den kun har en statistisk signifikant korrelasjon til ordproblemer ( $r = .26$ ,  $p < .01$ ) og arbeidsminneindikatoren Backward digit recall ( $r = .16$ ,  $p < .05$ ).

Subtraksjon og addisjon har svært lik korrelasjonskoeffisient til ordproblemer ( $r = .48$  og  $r = .46$ ,  $p < .01$ ), og de har en sterk korrelasjon til hverandre ( $r = 0.74$ ,  $p < .001$ ). Et slikt forhold

kan bryte forutsetningen mot multikolaritet i multippel regresjon, men det har ikke betydning i denne undersøkelsen siden det ikke skal undersøkes for effekten av de to variablene separat. En mulighet er å slå variablene sammen fordi testen for ordproblemer innebærer både addisjon og subtraksjon. Dette vil gi en prediktorvariabel som operasjonaliserer regneferdigheter mer likt de regneferdighetene som kreves i ordproblemer. Den høye korrelasjonen, samt at de begge er innenfor en normalfordeling, gjør at disse variablene kan slås sammen videre i analysen. Den nye variabelen kalles aritmetisk regneflyt. Tabell 5 og figur 12 viser deskriptiv data og resultatfordeling til regneflytvariabelen.

Tabell 5 Deskriptiv statistikk for variabelen regneflyt

	N	Min.	Maks	Gjennomsnitt	Std. Avvik	Skjevhet	Kurtose
Regneflyt	166	4	40	15.40	6.98	0.85	0.75



Figur 11 Fordeling av resultater for variabelen regneflyt

Etter en sammenslåing av variablene TOBANS addisjon og TOBANS subtraksjon er resultatene ikke uventet fortsatt høyreskjeve, men gulveffekten er nå mindre. Det er positive, og relativt høye skjevhet- og kurtoseverdier, men innenfor det som er akseptabelt.

Korrelasjon mellom den nye prediktorvariabelen aritmetisk regneflyt til ordproblemer er betydelig ( $r = .51, p < 0.01$ ). Ettersom korrelasjoner er følsomme for ekstremverdier bør det lave gjennomsnittet for subtraksjon tas med i betraktning i videre tolkninger.

Når det gjelder målene for arbeidsminne har Bacward digit recall sterkere korrelasjon til de andre variablene (med unntak av lytteforståelse) enn listening recall. Den moderate korrelasjonen mellom de to arbeidsminnemålene kan bety at de måler ulike deler av

arbeidsminnet. Derfor velges det å beholde de som to separate tester og ikke slå de sammen til et felles mål for arbeidsminne. Når det gjelder nonverbal intelligens har det en statistisk signifikant lav til moderat korrelasjon til alle variablene utenom lytteforståelse.

### **Oppsummering av funn fra bivariat korrelasjonsanalyse**

Ordproblemer har en signifikant korrelasjon til alle prediktorvariablene. Det er ingen betydelig korrelasjon mellom prediktorvariablene som er aktuelle videre i undersøkelsen. Det er derfor interessant å utforske forholdet mellom prediktorvariablene og utfallsvariabelen nærmere i en multippel regresjonsanalyse. For å dekke en større del av det teoretiske begrepet ble variablene TOBANS addisjon og TOBANS subtraksjon slått sammen til en felles variabel som videre kalles regneflyt.

## **4.4 Hierarkisk multippel regresjonsanalyse**

I denne undersøkelse er det to prediktorvariabler; lytteforståelse og aritmetikkferdigheter målt med regneflyt. For å se på forholdet mellom prediktorvariablene og utfallsvariabelen ordproblemer gjøres en multippel regresjonsanalyse. Denne analyseformen gjør det også mulig å se på hvordan flere andre potensielt viktige faktorer er med å påvirke ordproblemløsingen (Diez, 2015). I denne studien er det valgt å kontrollere for arbeidsminne og nonverbal intelligens siden dette er faktorer som tidligere undersøkelser har vist er viktige (Ching & Nunes, 2017; Jögi & Kikas, 2016; Wong & Ho, 2017). Til sammen kan dette gi en modell som forklarer variasjon i ordproblemer.

For å kunne si noe om regresjonsmodellen er god for dette datasettet, må flere forutsetninger undersøkes. Dette er for å hindre at det brukes en modell som over- eller underestimerer sammenhenger (Shadish et al., 2002). Noen av forutsetningene sjekkes ved å undersøke egenskaper til residualer. Residualer er restvariasjon i data, etter at modellen har forklart en andel av variasjonen (Diez, 2015). Det er differansen mellom observert verdi og predikert verdi. En analyse av residualer kan vise om det er et mønster som modellen ikke klarer å fange opp. I så fall er ikke en lineærmodell egnet til å beskrive sammenhengene som er funnet i dette datasettet (Field, 2018). En kontroll av residualene før fullføring av regresjonsanalysen kan bidra til å redusere trusselen mot ytre validitet og statistisk validitet. I følgende avsnitt vurderes noen forhold knyttet til forutsetninger for regresjonsmodellen, i avsnittet etter presenteres modellen og resultatene kommenteres.

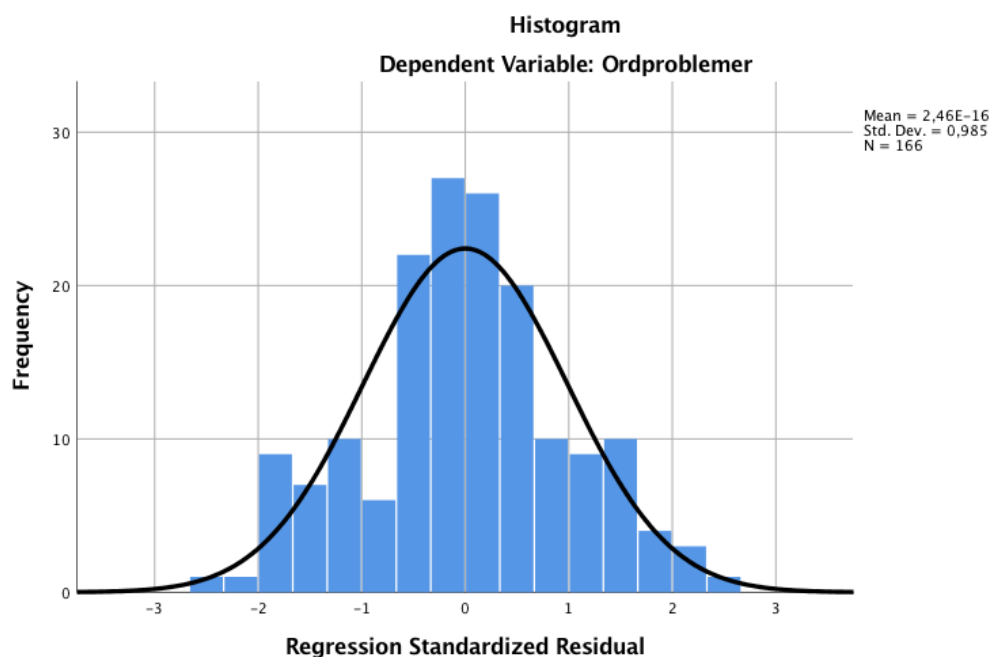
## 4.4.1 En undersøkelse av forutsetninger for en multipl regressjonsanalyse

### Størrelse på utvalget

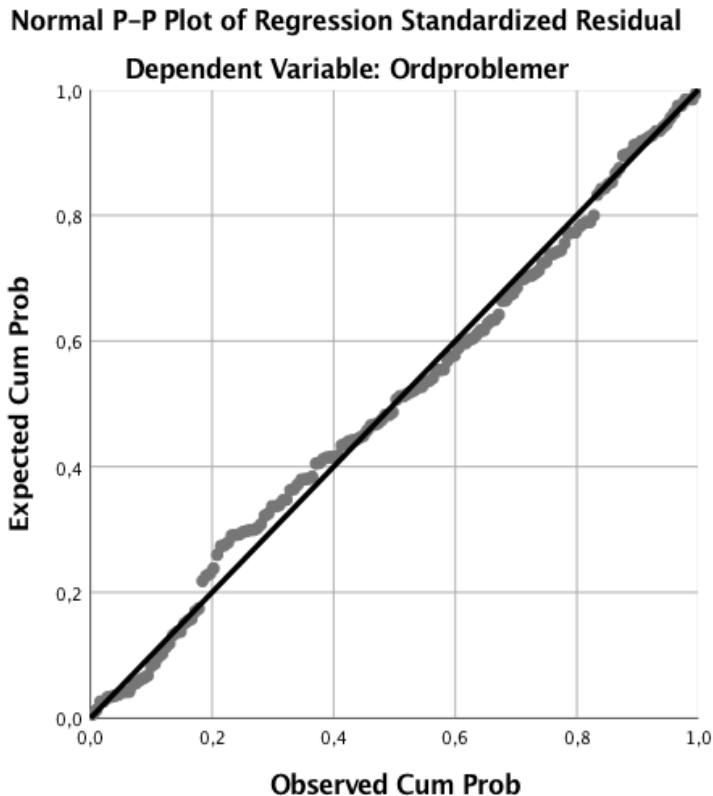
For å kunne generalisere, og for kunne finne statistisk signifikante sammenhenger, må størrelsen på utvalget være stort nok. En grov tommelfingerregel for multipl regressjonsanalyse sier 15 caser pr. prediktorvariabel for å kunne utvikle en reliabel modell, men det avhenger av effektstørrelsen (Field, 2018). Det vil si at det minst bør være 75 barn med. I dette utvalget er  $N=166$ .

Normalfordeling og homoskedasitet i residualene er ulike aspekter som kan fortelle om det er underliggende forhold mellom variablene som modellen ikke fanger opp. Det betyr at residualene bør være normalfordelte om predikert utfallsvariabel og at variansen til residualene bør være den samme for alle predikerte skårer (Urdan, 2017). Det er også en forutsetning at man forventer en lineær sammenheng i data (Diez, 2015). Følgende avsnitt gjør rede for disse forutsetningene basert på dette datasettet.

### Normalfordeling av residualer



Figur 12 Residualer fra modell 3 med  $N=166$



Figur 13 Residualer i et normalfordelings plot

Tabell 6 Deskriptiv statistikk for ustandardiserte residualer

	N	Min	Maks	Gjennomsnitt	Std. Avvik	skjevhet	Kurtosis
Ustandardiserte Residualer	166	-6.371	6.433	0	2.475	-0.012	-0.084
Valid N (listwise)	166						

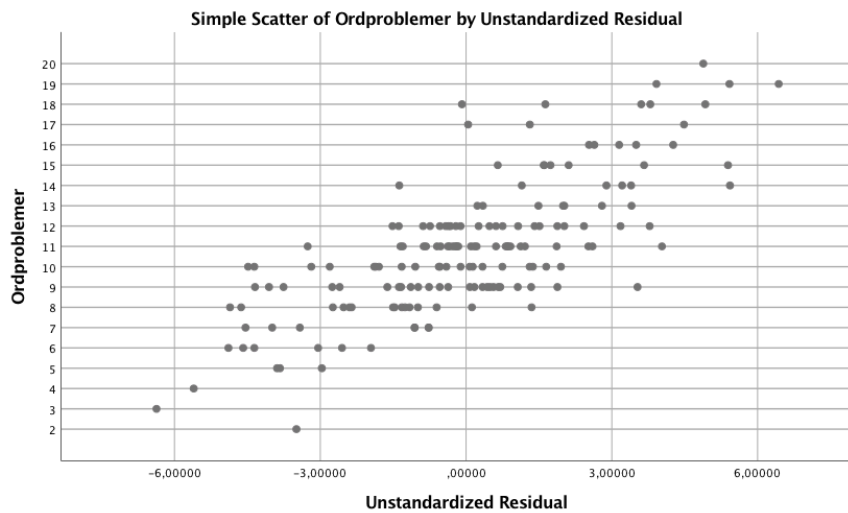
Tabell 6 viser at gjennomsnittet for de ustandardiserte residualene er 0, og at det er lave skjevhets- og kurtoseverdier. Dette bidrar til å støtte forutsetningen om en normalfordeling. Histogrammet i figur 12 viser en tilnærmet normalfordeling av residualer. Det samme viser normalfordelingsplottet i figur 13. Residualene følger tett på den predikerte modellen og viser ikke betydelige tendenser til andre mønstre.

### Forventing om linearitet

Det må være en forventing om at det er et lineært forhold mellom prediktor og utfallsvariabel, hvis ikke er det andre modeller og metoder som passer bedre til å beskrive dette datasettet (Diez et al., 2015). Histogrammet i figur 12 og normalfordelingsplottet i figur 13 viser at forventningen er innfridd. En annen måte å sjekke dette forholdet er om

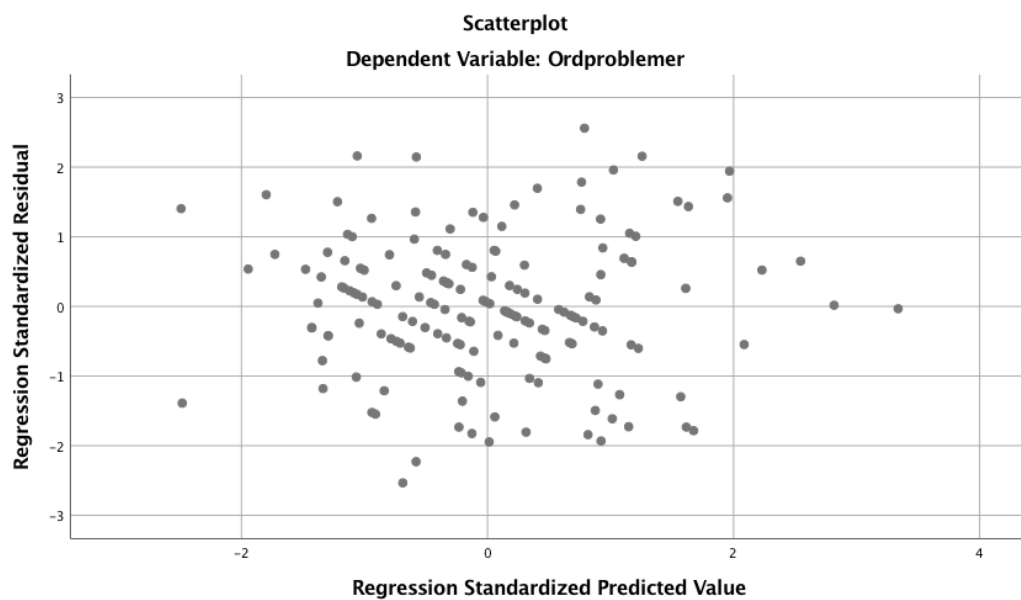


utfallsvariabelen og residualer i modellen viser en lineær tendens i et scatterplot. Scatterplottet i figur 14 støtter også antagelsen om linearitet. Det viser at det er mulig at ordproblemer kan være en lineær funksjon av prediktorvariablene og at en multippel regresjonsanalyse kan være hensiktsmessig for disse data.



Figur 14 En vurdering av om ordproblemer kan være en lineærfunksjon av prediktorvariablene

## Homoskedasitet



Figur 15 Et scatterplot over standardiserte residualer og predikerte verdier

Residualene om predikerte utfallsskårer bør ha omtrent samme varians (Urdan, 2017). En estimering av homoskedasitet kan gjøres ved å se på et scatterplot mellom standardiserte

predikerte verdier og standardiserte residualer. Plottet viser at datapunktene er omtrent jevnt fordelt om koordinat (0,0). Det er omtrent like mange punkter over og under for  $y=0$ , og til høyre og venstre for  $x=0$ . Det ser heller ikke ut til at det er et åpenbart mønster i fordelingen av residualene. Det betyr at residualene har omtrent samme varians. Det oppfylder kravet til homoskedasitet som er en forutsetning for multippel regresjon.

## Oppsummering

Undersøkelser av noen forutsetninger som er nødvendige for at en lineær regresjonsanalyse er hensiktsmessig for dette datasettet kan anses som innfridd. Det er ikke grunn til å tro at modellen over- eller underestimerer, og sammenhengen ser ut til å være lineær. I følgende avsnittet vil den hierarkiske multippel regresjonsanalysen presenteres, med en kommentar av funn.

### 4.4.2 Regresjonsmodell og kommentering av resultater

I utforsking av forholdet mellom lytteforståelse, regneflyt og ordproblemer er det interessant å se hvor mye en modell med disse variablene til sammen forklarer av variasjon når det kontrolleres for de domenegenerelle faktorene. Fordi det er ønsket å se på hva de ulike variablene forklarer av unik varians prioriteres de inn i modellen (Field, 2018).

Tabell 7 Hierarkisk multippel regresjonsanalyse som predikerer ordproblemløsning ut i fra modell 1-3

<i>Modell</i>	<i>R</i>	<i>R</i> <sup>2</sup>	$\Delta R^2$	Justert <i>R</i> <sup>2</sup>	<i>df1</i>	<i>df2</i>	<i>p</i>
1	.525	.276	.276	.262	3	162	>.001
2	.625	.390	.115	.375	1	161	>.001
3	.658	.433	.043	.416	1	160	.001

1: Prediktorer: DigspanB, listening rec., RavenCPM

2: Prediktorer: DigspanB, listening rec., RavenCPM, Regneflyt

3: Prediktorer: DigspanB, listening rec., RavenCPM, Regneflyt, Lytteforståelse

Først legges de domenegenerelle faktorene inn i modellen for å se hva de alene forklarer av variasjon i ordproblemer. De legges inn først fordi det antas at de har den største forklaringsverdien. Tabell 4 viser at de domenegenerelle faktorene arbeidsminne og nonverbal intelligens forklarer 27,6 % av variasjonen for ordproblemløsning. I neste trinn legges regneflyt inn i modellen, for å se hva det bidrar med av unik varians når de domenegenerelle faktorene er kontrollert for. Regneflyt legges inn i som nummer 2 fordi den

har størst korrelasjon til utfallsvariabelen. Modellen viser at regneflyt forklarer 11,5 % av unik variasjon. Tilslutt legges lytteforståelse inn i modellen. Lytteforståelse forklarer 4,3 % av unik variasjon for ordproblemløsning i tillegg til de andre faktorene i modellen.

Til sammen forklarer faktorene i modellen 43,3% av variasjonen i ferdigheter knyttet til ordproblemløsning. Da gjenstår 54,7 % av variasjonen i å løse slike oppgaver uforklart. Det kan være at andre faktorer også har en rolle i ordproblemløsning og det kan være feil eller støy i data.

Verdiene for modellene er statistisk signifikante. Tabell 5 viser derimot at deltestene Listening recall og Raven CPM ikke er statistisk signifikante deltester i modellen. Det vil si at testene ikke bidrar med en statistisk signifikant forklaring utover det andre prediktorer i modellen gjør rede for. Likevel vurderes det slik at siden modell 3 beskriver størst andel av variasjon i ordproblemløsning, og at modellen som helhet er statistisk signifikant, kan den benyttes videre i analysen.

*Tabell 8 Regresjonskoeffisienter i modell 3*

<b>Modell</b>	<b>B</b>	<b>Std. Error</b>	<b>Beta</b>	<b>t</b>	<b>Sig.</b>
3 (Constant)	2.259	1.070		2.111	.036
DigSpanB	0.343	0.074	0.318	4.639	>.001
ListenRec	0.017	0.056	0.020	0.309	.758
RavenCPM	0.044	0.043	0.065	1.008	.315
Regneflyt	0.180	0.030	0.382	5.947	>.001
Lytteforståelse	0.157	0.045	0.211	3.479	.001

Beta er en verdi som anslår forholdet mellom prediktoren og utfallsvariabelen. Dersom prediktorvariabelen øker med en enhet kan vi beregne at ordproblemløsning vil øke med Betaverdien som faktor (Field, 2018). For variabelen regneflyt ser vi at dersom regneflyt øker med et standardavvik vil ordproblemløsning tilsvarende øke med 0,382 standardavvik. For prediktoren lytteforståelse vil et standardavvik økning tilsvare 0,211 standardavvik økning for ordproblemløsning.

En modell med mange prediktorvariabler kan skjule feil. Justert  $R^2$  forteller om prediksjonens styrke når utvalgets størrelse og antall prediktorer tas i betraktning (Urdan, 2017). For Modell 3 er Justert  $R^2 = 0,416$ . Det er en liten nedgang i prediktiv styrke. I følge Field (2018, s.389) kan Justert  $R^2$  også gi oss en svak indikasjon knyttet til generalisering. Verdien av tilpasset

$R^2$  kan indikere hvor mye varians modellen ville gjøre rede for hvis den hadde blitt brukt på hele populasjonen som utvalget er trukket ut i fra (Field, 2018). Den viser et lite tap i prediktiv styrke. En begrensning med måten dette utregnes i SPSS er at den ikke forteller hvor godt modellen ville predikere skår i et annet utvalg av data i samme populasjon (Field, 2018).

### **Oppsummering**

Forholdet mellom prediktorvariablene lytteforståelse og regneflyt, og utfallsvariabelen ordproblemer kan uttrykkes i en lineær modell. En analyse av residualene viste at det ikke var skjulte forhold mellom variablene og at modellen passer til å beskrive data. En hierarkisk multippel regresjonsanalyse der det først kontrolleres for domenegenerelle faktorer viser at begge prediktorvariablene har et signifikant og unikt bidrag i å forklare prestasjoner i ordproblemløsning. Tilsammen forklarte modellen 43,3% av variasjonen i ordproblemløsning.

# 5 Drøfting

## 5.1 Resultater sett i lys av tidligere forskning

I denne undersøkelsen viser begge prediktorvariablene en positiv korrelasjonskoeffisient til variabelen ordproblemer. Det tolkes som en samvariasjon mellom variablene. Til sammen forklarer lytteforståelse og regneflyt 15,8% av unik varians i ordproblemløsning.

Regresjonsmodellen utdyper dette forholdet og viser at lytteforståelse alene kan forklare 4,3% og at regneflyt kan forklare 11,5% av unik variasjon. Dette er etter at arbeidsminne og nonverbal intelligens er kontrollert for. Forklaringene er statistisk signifikante. Resultatene i denne undersøkelsen viser at regneflyt forklarer en større andel av unik varians i ordproblemløsning enn det lytteforståelse gjør. De domenegenerelle faktorene forklarer til sammen 27,6%. Basert på tidligere empiri er det som forventet at de domenegenerelle faktorene spiller en viktig rolle i å løse aritmetiske ordproblemer (Bull et al., 2008; Rasmussen & Bisanz, 2005; Wong & Ho, 2017).

Det er funnet få liknende regresjonsanalyser på dette området, men det finnes både eksperimenter og andre typer ikke-eksperimentelle undersøkelser (Fuchs, et al., 2006; Gilbert & Fuchs, 2017; Singer et al., 2019). De viser funn som samsvarer med at både lytteforståelse og aritmetikkferdigheter predikerer evnen til ordproblemløsning etter at ulike domenegenerelle faktorer er kontrollert for. Det er imidlertid vanskelig å gjøre direkte sammenlikninger fordi studiene har stor variasjon i blant annet utvalg, design, operasjonalisering av begreper og kontrollvariabler. De fleste av disse studiene involverer imidlertid en korrelasjons analyse. På bakgrunn av dette vil drøftingen knyttet til empiri og teori i hovedsak dreie seg om korrelasjonsanalysene. Prediktorvariablenes sammenheng med ordproblemer drøftes hver for seg i følgende avsnitt.

### **Sammenhengen mellom aritmetikkferdigheter og ferdigheter i å løse ordproblemer**

I denne undersøkelsen viste matematikkferdigheter målt med regneflyt en betydelig og statistisk signifikant korrelasjon til ordproblemer ( $r = .51$   $p < 0.01$ ). Regresjonsmodellen viser at regneflyt kan forklare 11,5% av unik variasjon i ordproblemløsning, etter at arbeidsminne og nonverbal intelligens er kontrollert for. Forklaringene er statistisk signifikante.

Empirien viser varierende resultater for sammenhengen mellom aritmetikkferdigheter og ordproblemer. Alt fra at regneferdigheter spiller en liten rolle (Wong & Ho, 2017) til at regneferdigheter har en betydelig rolle (Singer et al., 2019). I undersøkelser som har sett på aritmetikkferdigheter er det stor variasjon i hvordan disse ferdighetene er operasjonalisert. De varierer fra å undersøke regneflyt, telleferdigheter, tallkunnskap til nivå på aritmetiske beregninger og så videre. Fuchs et.al (2013) bekrefter at det er et sentralt poeng hvordan aritmetikkferdigheter er operasjonalisert gjennom sitt intervensjonsstudie. Der kommer det fram at ulike aritmetikkferdigheter korrelerer ulikt med ordproblemer, for eksempel viser komplekse kalkulasjoner en sterkere statistisk signifikant korrelasjon til ordproblemer enn det regneflyt viser. Dette gjør sammenlikning med andre studier utfordrende. Av korrelasjonsstudier som er funnet på aritmetisk regneflyt og ordproblemer viser alle tilsvarende resultater som denne studien, en betydelig statistisk signifikant korrelasjon (Fuchs et al. 2018; Fuchs, et al., 2013; Fuchs, et al., 2006; Singer et al., 2019). Det bør tas i betraktning at de fleste av disse studiene gjelder eldre barn (andre til sjetten klasse) enn de som er i denne undersøkelsen.

### **Mulige forklaringer på sammenhengen mellom aritmetikkferdigheter og ordproblemløsning**

En ikke-eksperimentell studie kan ikke gi svar på årsakssammenhenger, men på bakgrunn av empiri og teori er det mulig å belyse noen forhold som kan tenkes å forklare deler av sammenhengen.

En forklaring på forholdet mellom regneflyt og ordproblemer kan være det faktum at begge tester involverer liknende aritmetiske regnestykker som skal løses, og at de krever noe av de samme regneferdighetene. På tross av det som kan virke åpenbart finnes det forhold som kompliserer forståelsen av korrelasjonen mellom regneflytferdighetens og ordproblemløsning. Det er forhold som også kan bidra til å belyse varierende resultater i forskning av aritmetikkens rolle i ordproblemløsning. Dette gjelder særlig for forskning som skiller seg fra hverandre i utvalgets alder og erfaringer.

Barn kan ha ulike strategier i ordproblemløsning. Strategiene kan endres som en konsekvens av erfaring og opplæring (Geary et al., 2007, Hegarty et al., 1995, Kintsch & Greeno, 1985). Spor av dette finnes i arbeidsminneforskningen som viser en overgang fra strategier som belaster den visuospatiale delen til den verbale delen av arbeidsminne i forbindelse med

opplæring i formell matematikk (Holmes & Adams, 2006). I forståelsesfasen av ordproblemløsningen kan barna benytte nøkkelord, mentale modeller eller skjemagjenkalling som strategi (Hegarty et al., 1995, Kintsch & Greeno, 1985). Mens i utregningsfasen kan de for eksempel benytte enkle tellestrategier eller aritmetisk faktagjenkalling (Geary et al., 2007). Skjemagjenkalling og aritmetisk faktagjenkalling som strategi kan være to prosesser som likner hverandre. Begge involverer fremhenting av etablert kunnskap om løsning av problemet fra langtidsmindet. Det kan derfor stilles spørsmål om den betydelige korrelasjonen skyldes regneferdigheter, eller om den kan skyldes felles underliggende mekanismer i gjenkallingsstrategier? Gilbert & Fuchs (2017) viser til funn om at korrelasjoner mellom aritmetikk og ordproblemer ikke kan forklare med at de har en direkte effekt på hverandre. De antar at korrelasjonen skyldes felles overlappende variabler. Det kan også være andre variabler som kan tenkes å forklare noe av korrelasjonen mellom regneflyt og ordproblemer. Eksempelvis språkferdigheter eller andre domenegenerelle faktorer, i tillegg til de som allerede er kontrollert for (Fuchs, et al., 2016, Le fevre, et al., 2010; Singer et al., 2019). Dette viser at korrelasjoner kan ha sammensatte forklaringer og at det er utfordringer knyttet til skjulte tredjevariabler i et korrelasjonsstudium.

### **Sammenhengen mellom lytteforståelse og ferdigheter i å løse ordproblemer**

I denne studien er sammenhengen mellom lytteforståelse og ordproblemløsning vist å ha en svak, men statistisk signifikant samvariasjon mellom de to variablene ( $r=.263$ ,  $p<.01$ ). Regresjonsmodellen utdyper denne sammenhengen ved å vise at lytteforståelse kan forklare 4,3 % av unik variasjon i ordproblemløsning etter at arbeidsminne og nonverbal intelligens er kontrollert for. Forklaringen er statistisk signifikant.

Når det gjelder lytteforståelse og ordproblemløsningsferdigheter er det få undersøkelser som bruker de samme kriteriene som er satt for denne undersøkelsen. Et poeng i denne studien har vært å få resultater som ikke er forstyrret av leseferdigheter. I mange undersøkelser der det er sett på ordproblemer og lytteforståelse i denne aldersgruppen, har barna hatt oppgaven foran seg slik at de hadde mulighet for å lese i tillegg til at oppgaven ble lest opp for dem. I denne undersøkelsen er det funnet to studier som har sett på lytteforståelse og rent muntlig presenterte ordoppgaver. Det ene er et intervensjonsstudie av amerikanske førsteklasinger som har matematikkvansker eller er i risikozonen for å utvikle matematikkvansker (Fuchs et al., 2013). Et annet studie som likner dette, er et studie av barn i alderen 4-7 år, i barnehage og førskole i Finland (Kytälä et al. 2014). For disse barna ble oppgavene presentert muntlig,

men de fikk støtte i bilder og konkrete. Begge studiene har funnet betydelige statistisk signifikante sammenhenger mellom lytteforståelse og muntlig presenterte ordproblemer (Fuchs et al., 2013; Kyttälä et al., 2014). Dette er sterkere sammenhenger enn det som er funnet i denne studien. Det kan være flere årsaker til at det er avvik i resultatene mellom denne studien og de to andre. Mulige forklaringer drøftes i følgende avsnitt.

Fuchs et al (2013) benyttet en test for ordproblemer som hadde de samme problemkategoriene som barna i denne undersøkelsen løste, men i tillegg hadde testen oppgaver i problemkategorien ”Sammenlikne mengder”. Sammenlikningsproblemer har en større semantisk kompleksitet og har vist seg å være vanskeligere å løse enn de andre problemene, til tross for at aritmetikknivået er det samme (Gilmore et al. 2018; Riley et al. 1983). Det kan være at den semantiske kompleksiteten i sammenlikningsoppgavene krever mer av barnas lytteforståelse og dermed viser ferdigheten en sterkere korrelasjon med ordproblemer. En annen mulig forklaring på forskjellen mellom resultatene i undersøkelsene kan tilskrives at det er ulike grupper som undersøkes. Det kan ikke utelukkes at lytteforståelse har en annen rolle i ordproblemløsning hos barn som strever med matematikk enn i en gruppe der matematikkferdighetene er normalfordelte. Dette kan underbygges med funn som viser at lytteforståelsens rolle i ordproblemer endres når regneflytferdighetene forbedres hos barn med svake matematikkferdigheter (Fuchs, et al., 2013). Imidlertid kan ikke dette funnet generaliseres til gjelde alle, men det viser at forholdet mellom lytteforståelse og ordproblemer kan påvirkes av andre faktorer og at korrelasjonen ikke trenger å være konstant.

Det kan være mange mulige forklaringer på at Kyttälä et al. (2014) fant en sterkere korrelasjon til lytteforståelse enn det som ble gjort i denne undersøkelsen. Både ordproblemer og lytteforståelse er sammensatte og komplekse fenomener. En forklaring kan være at det er ulike tester både for lytteforståelse (TOKEN) og ordproblemer (ENT), i de to undersøkelsene. Det gjør at de antakelig ikke tester de samme delene av de komplekse begrepene som testene i denne undersøkelsen gjør. En av de store forskjellene mellom testene er bruken av konkrete. Dette vil blant annet kunne være med på å avlaste arbeidsminnet (Rasmussen & Bisanz, 2005). Fordi ordproblemløsning er en kompleks og sammensatt prosess kan det være vanskelig å predikere utfallet av en endring i denne testbetingelsen. Det at Kyttälä et al. (2014) har et annet krav til arbeidsminnet i sine tester vil også kunne være en forklaring på et annet styrkeforhold mellom lytteforståelse og ordproblemer. At barna i den



undersøkelsen ikke har startet med formell opplæring er også en stor ulikhet mellom utvalgene, noe som vanskeliggjør generalisering av funn, særlig fordi vi vet at arbeidsminnets bidrag i løsning av matematikkoppgaver endrer seg når den formelle opplæringen begynner (Bull et al. 2008; Holmes & Adams, 2006; Rasmussen & Bisanz, 2005). Tilslutt bør det påpekes at lytteforståelsestesten i den finske undersøkelsen har en Cronbachs alfa  $\alpha = .61$ . Det kan anses som en noe lav reliabilitet, så resultatet må tolkes og anvendes med forsiktighet.

### **Faktorer som kan forklare noe av sammenhengen mellom lytteforståelse og ordproblemløsning**

Med bakgrunn i at det er få studier som likner dette studiet er det nyttig vurdere studier som har sett på delfaktorer i lytteforståelse som for eksempel vokabular og grammatikk. Disse studiene har også funnet korrelasjoner til ordproblemer (Fuchs et al., 2015; Peng & Lin, 2019; Singer et al., 2019). De har vist at vokabular er en felles prediktor for lytteforståelse og ordproblemløsning. Det kan forklare endel av samvariasjonen som er funnet i denne undersøkelsen.

Når det gjelder bakgrunnskunnskap er anvendelse av denne relevant både for lytteforståelse og ordproblemer (Adams et al., 1995; Bowyer-Crane & Snowling, 2005; Verschaffel et al., 1994). Likevel kan det se ut som bakgrunnskunnskapen spiller en litt ulik rolle generell lytteforståelse og i ordproblemløsning. I forståelse av fortellinger som presenteres i NARA-II handler det om å bruke kunnskap og erfaringer for å få en god forståelse av historien gjennom å kunne danne rike mentale modeller (Hogan et al., 2014). I ordproblemløsning er bakgrunnskunnskapens rolle mer oppgavespesifikk. Det handler mer om løsningsstrategier, kunnskap om oppgavetypen og vurdering av svar (Reusser & Stebler, 1997, Verschaffel et al., 1997). Det kan derfor tenkes at bakgrunnskunnskap ikke er den viktigste faktoren i å forklare sammenheng mellom lytteforståelse og ordproblemer.

Også for lytteforståelse er løsningsstrategier et forhold som kompliserer forståelsen av korrelasjonen til ordproblemløsning. I og med at barna i denne undersøkelsen akkurat har startet i første klasse kan vi se for oss en variasjon mellom symbolsk og ikke-symbolsk oppfatning av oppgavene (Rasmussen & Bisanz, 2005). Fordi det er ulike kognitive prosesser involvert i ulike strategier for løsning av ordproblemer, kan det tenkes at lytteforståelse

spiller en annen rolle hos barn som bygger en mental representasjon av problemet basert på konteksten (Verschaffel et al., 2015), enn hos barn som bruker automatisert kunnskap i skjemagjenkalling som strategi (Cooper & Sweller, 1987). Dette aspektet er også relevant i strategien med bruk av nøkkelord som er observert hos svake ordproblemløsere (Hegarty et al., 1995; Wong & Ho, 2017). Vi vet ikke om barn som benytter seg av nøkkelord som strategi gjør det på grunn av manglende lytteforståelse, om det har svake aritmetiske relasjonelle ferdigheter, eller simpelthen om barnet har få strategier i ordproblemløsning. Siden det matematiske vokabularet kan ha en unik forklaringssevne på ordproblemer, vet man ikke om bruk av nøkkelord fra det matematiske vokabularet i forbindelse med relasjonelle ferdigheter kan tilskrives lytteforståelse eller ei (Hogan et al., 2014; Peng & Lin, 2019).

## **5.2 En vurdering av studiens styrker og begrensninger knyttet til validitet og reliabilitet**

Slutningers kvalitet vurderes gjennom validitet og reliabilitet. Som tidligere nevnt handler validitet om gyldigheten eller sikkerheten til slutningene, mens reliabilitet handler om konsistens og grad av tilfeldige målefeil (Gall et al., 2007, Lund, 2002a). Begrensninger ved studier som har et ikke-eksperimentelt design er i stor grad knyttet til problemer med skjulte tredjevariabler og retningsproblemet (Kleven, 2002). Konsekvenser av studier med et slikt design er at de kan ha svak indre validitet, og det ikke kan trekkes kausale slutninger om årsak-virkningsforhold. I et ikke-eksperiment som dette må man derfor vurdere alternative tolkninger av et resultat. For eksempel kan det undersøkes om det finnes skjulte variabler og alternative hypoteser som et bidrag i å styrke den indre validiteten (Shadish et al., 2002). I følgende avsnitt belyses studiens styrker og begrensninger knyttet til validitet og reliabilitet.

### **5.2.1 Retningsproblemet**

En vesentlig begrensning ved et ikke-eksperimentelt forskningsdesign er at det ikke kan trekkes slutninger om årsaksforhold (Shadish et al., 2002). Uten kontrollgrupper og uten manipulering av variablene er det i utgangspunktet ikke grunnlag for å trekke kausale slutninger om årsakssammenhenger (Befring, 2007). Hume ([1739] 1984) beskrev tre betingelser for å kunne trekke slutninger om årsaker. Det må være nærhet i tid og rom mellom variablene, årsak må komme før virkning og årsaken må være tilstede hver gang virkningen observeres. Innen ikke-eksperimentelle design er longitudinelle undersøkelser det nærmeste vi kommer i forsøket på å finne mulige kausale forklaringsmodeller. Longitudinelle

studer ser på samspill mellom variabler over tid og kan kontrollere for tidligere ferdigheter. NumLit, som denne studien baserer seg på har et slikt longitudinelt design.

I denne undersøkelsen er det vist at det er en sammenheng mellom prediktorvariablene og utfallsvariabel, og resultatene sier noe om styrken på denne sammenhengen. Det som ikke kan vites er rekkefølgen for hva som er årsak og hva som er effekt. For eksempel kan man ikke på bakgrunn av denne studien vite om en økning i regneflytferdigheter er årsaken til forbedring av ordproblemløsningsferdigheter, eller om en intervensjon rettet mot ordproblemer vil bidra til økt regneflyt. Dette forholdet gjør at resultater fra denne studien i liten grad kan gi implikasjoner knyttet til utvikling av målrettede tiltak for å forbedre ferdigheter. Imidlertid kan det undersøkes for alternative forklaringer som kan bidra i å styrke den indre validiteten og sannsynliggjøre forklaringer. I følgende avsnitt gjøres det rede for begrensninger ved studien og for tiltak som er utført angående alternative forklaringer.

### **5.2.2 Alternative hypoteser**

Gjennom designmessig kontroll og bruken av statistiske analysemetoder kan man kontrollere for andre mulige forklaringsvariabler enn de variablene studien har til hensikt å utforske (Lund, 2002b). Et tiltak knyttet til forskningsdesign som bidrar til å kontrollere for alternative forklaringer er måten utvalget gjøres på. Ved å avgrense undersøkelsen til homogene grupper kan man kontrollere noen alternative forklaringsvariabler (Kleven, 2002). I denne undersøkelsen er utvalget en gruppe av barn som er like gamle, de er enspråklige, har norsk som morsmål, og de har ikke betydelige lærevansker. Ved å avgrense undersøkelsen til en gruppe med homogene egenskaper er fordelen at det kan kontrolleres for flere alternative forklaringer, men det går på bekostning av ytre validitet (Shadish et al., 2002). Resultatene fra undersøkelsen kan bare generaliseres til en avgrenset gruppe. En annen begrensning som knyttes til utvalget i denne undersøkelsen er at foreldrene måtte samtykke i om barna skulle være med i studien. Det kan gi et problem med selvseleksjon. Det er en mulighet for at det kan være kjennetegn ved foreldre som lar barna sine delta i et omfattende og tidkrevende studie. Dersom det finnes slike felles faktorer kan det gjøre at barna som deltar i studien enten ikke er representative for gruppen de skal representere, eller at det gir en spuriøs effekt (Kleven, 2002). Problemet med selvseleksjon i utdanningsforskning er et dilemma som må veies opp mot slutningers validitet, etiske og praktiske forhold (Kleven, 2002). Forskning

som involverer deltakelse av barn under 15 år krever foreldre eller foresattes samtykke (NESH, 2016). Derfor er dette en begrensning som å aksepteres.

Ved å bruke en hierarkisk multippel regresjonsanalyse er det mulig å kontrollere for andre alternative hypoteser. Arbeidsminne og nonverbalintelligens er faktorer som man antar har innvirkning på evnen til å løse ordproblemer, derfor er de inkludert i analysen som kontrollvariabler. På denne måten er det gjort rede for to mulige alternative forklaringer til variasjon i ordproblemløsningsferdigheter. I modellen viser de sammen en prediktiv styrke på 27,6%. Svakheter ved multippel regresjon som analysemetode er at den bare tar utgangspunkt i målte variabler. Dette gjør metoden følsom for målefeil og manglende variabler i modellen (Kleven, 2002). I vår modell er det 54,7% av variasjonen i ordproblemløsningsferdigheter som er uforklart. Det er en variasjon som kan forklares med målefeil og andre faktorer som ikke er inkludert i analysen. For eksempel kan det tenkes at faktorer som oppmerksomhet, kjønn, langtidsminne, opplæring og andre aritmetikkferdigheter kan bidra til å forklare en større del av variasjonen i ordproblemløsningsferdigheter.

I forsøk på å utarbeide hypoteser og tolke resultatene i lys av teori, dukker det opp begrensninger i studien knyttet til variasjon rundt barnas historie og modenhet. Erfaring, opplæring og strategibruk er forklaringsvariabler som denne studien ikke tar høyde for. Det finnes grunner til å anta at de spiller en rolle: Norsk læreplan i matematikk fellesfag, er utformet med kompetansemål som ikke skal vurderes før etter 2. årstrinn. Det gjør at barna i undersøkelsen kan ha hatt ulik opplæring (Utdanningsdirektoratet, 2013). Det er derfor grunn til å vurdere om barnas resultater bør tolkes i lys av hvilken opplæring de har hatt. En annen mulig forklaringsvariabel fremtrer når det kommer til barnas modenhetsnivå. Undersøkelser viser at det skjer en endring i måten barn møter ordproblemer på i perioden der de starter på skolen, og det kan tenkes at barna i undersøkelsen befinner seg på ulike steder i denne prosessen (Holmes & Adams, 2006).

### **5.2.3 Statistisk validitet**

For å kompensere for trusler mot svak indre validitet i denne undersøkelsen brukes statistisk ”kontroll” (Kleven, 2002). Det kompenserende tiltaket virker gjennom å bidra til statistisk styrke, og kontrollere for alternative hypoteser. Trusler mot validiteten til statistiske slutninger er brudd på statistiske forutsetninger, og lav statistisk styrke (Shadish, Cook, & Campbell, 2002). Det er flere forhold som bidrar til å styrke slutningenes statistiske validitet i

denne undersøkelsen. Det er undersøkt for statistiske forutsetninger gjennom blant annet analyse av residualer. Det er gjort for å undersøke for skjulte mønster i data, og at sammenhengene som er funnet ikke over- eller underestimerer (Shadish et al., 2002). Testene i undersøkelsen er reliable, det viser at tilfeldige målefeil antagelig ikke er en trussel mot statistisk styrke i denne undersøkelsen (Shadish et al., 2002). Dersom målingene eller testene ikke hadde vært reliable kunne det være en trussel ikke bare mot statistisk validitet, men også mot begrepsvaliditet. (Lund, 2002b). Imidlertid må alfaverdier tolkes med varsomhet siden de avhenger av antall oppgaver i en variabel. Flere oppgaver vil kunne gi en høyere alfa-verdi.

Alle resultater som er relevante for problemstillingen i denne undersøkelsen er signifikante ved  $p \leq 0,01$ . Det vil si at vi aksepterer at sannsynligheten for at det er gjort en Type-I feil i denne undersøkelsen er 1% eller mindre. Den statistiske styrken i denne studien har bakgrunn i et utvalg med tilfredsstillende størrelse, og at det er statistiske signifikante effektfunn for sentrale variabler. Dersom utvalget hadde vært større hadde muligheten vært tilstede for å finne flere signifikante korrelasjoner mellom variablene. Større utvalg øker den statistiske styrken og sannsynligheten for å finne sammenhenger dersom de er der (Diez et al., 2015, Shadish et al., 2002). Type II feil er størst trussel i undersøkelser der resultatene ikke er signifikante og blir dermed ikke drøftet videre her.

En begrensning knyttet til statistiske forhold i denne studien kan være behandlingen av manglende data. Av flere grunner fikk denne studien kun tilgang til resultater for et utvalg av barna. For å kunne sammenlikne resultater ble det i analysene bare brukt data for barn som hadde resultater for alle testene, resten ble ekskludert. De fleste data som manglet skyldtes at ikke alle resultater var ferdig registrert og gjennomgått. Det er forhold som antas å ikke påvirket slutningene. Noe som kunne ha påvirket slutningene er om det var noen barn som av ulike grunner ikke gjennomførte alle testene. Siden vi vet at matematikkangst også forekommer i denne aldersgruppen kan det tenkes at noen av barna som skåret lavt på mange av testene kunne opplevde testene som krevende eller angstfremkallende (Ramirez et al., 2013; Wu, et al., 2017) og dermed bli skånet for noen av testene. Dette er en vurdering mellom etikk og validitet som gjøres av testleder i testsituasjonen. Hvis dette hadde vært tilfelle ville fjerning av disse barna fra undersøkelsen bidra til en skjevhet som vil kunne påvirket slutningene. Dersom det var tilgang til hele datasettet ville denne type feil kunne bli undersøkt.

## 5.2.4 Generalisering

I utdanningsforskning er det ofte et mål at resultater skal kunne generaliseres utover det utvalget som er studert. For at resultater fra en undersøkelse skal kunne generaliseres slik at kunnskapen skal kunne overføres til andre individer, tider og situasjoner bør undersøkelsen representere populasjonen, tiden og situasjonen den skal si noe om (Gall et al., 2007; Shadish et al., 2002). Trusler mot ytre validitet vanskeliggjør generalisering. I denne studien er for eksempel individhomogenitet, interaksjoner mellom situasjoner og tider, relevante trussler (Kleven, 2002). Disse truslene utdypes i følgende avsnitt.

Denne undersøkelsen er ment å undersøke normalvariasjon i ordproblemløsning hos populasjonen enspråklige førsteklasinger med norsk som morsmål uten store lærevansker. De homogene egenskapene til utvalget bidrar til at slutningene bare kan generaliseres til den delen av populasjonen som utvalget er trukket fra, og ikke hele populasjonen ”førsteklassinger”. For eksempel vil funnene ikke kunne generaliseres til førsteklasinger som har et annet morsmål eller som er flerspråklige. Det er likevel en grad representativitet i utvalget. Representativitet bidrar til en slutnings gyldighet og mulighet for generalisering (Befring, 2007). En styrke i denne studien er at utvalget ble gjort fra kommuner som anses som representative for Norge når det kommer til utdanning og sosioøkonomiske faktorer. Dette bidrar til at slutningene kan være gyldige også for barn andre steder Norge som ikke var en del av dette utvalget. En annen begrensning knyttet til utvalget er den tidligere nevnte trusselen om selvseleksjon. Dersom foreldrenes samtykke avgjøres av spesielle faktorer kan det være egenskaper ved barna som deltar. Det kan føre til at barna som deltar i studien ikke er representative for gruppen de skal representere. Det vil som tidligere nevnt kunne være en trussel mot generalisering.

Tidspunkt for undersøkelsen er også en faktor knyttet til generaliseringsspørsmålet. Om resultater fra denne studien kan generaliseres til kommende førsteklasinger er uvisst. Denne undersøkelsen ble utført våren 2019. Høsten 2020 skal ny læreplan implementeres i norsk skole. På skrivende tidspunkt ligger forslag til ny matematikklæreplan ute på høring (Utdanningsdirektoratet, 2019). Noen av de nye målene som er foreslått for faget er at det skal knytte seg tettere på barnas hverdag, det skal være fokus på å kommunisere og at barna skal få en dypere forståelse for matematikken. Om disse endringene får konsekvenser

for førsteklasingers ferdigheter knyttet til ordproblemløsning gjenstår å se, men det peker på en trussel mot generalisering av resultater over tid.

Statistisk kan det argumenteres for ytre validitet og generalisering gjennom at resultatene er statistisk signifikante. Derfor kan slutningene generaliseres til å gjelde for utvalget. En kontroll av residualene bidrar til ytre validitet fordi det viser at modellen egner seg for å beskrive resultatene til dette utvalget. En vid tolkning av Justert  $R^2$  gir også en svak indikasjon på at resultatene kan generaliseres til den populasjonen utvalget er trukket fra (Field, 2018).

### **5.2.5 Begrepsvaliditet**

Begrepsvaliditet er sentralt for både å kunne trekke gyldige slutninger og for reliabiliteten til undersøkelsen (De Vaus, 2014, Shadish, et al., 2002). Begrepsvaliditet handler om at vi måler det vi skal, på en god måte og at vi ikke måler noe annet (Lund, 2002b). Begrepene operasjonaliseres ved å lage empiriske indikatorer. I denne undersøkelsen er det en utfordring knyttet til om de empiriske indikatorene dekker begrepet de skal operasjonalisere på en god måte, og om begrepene er operasjonalisert på samme måte i de testene som skal vurderes for sammenheng mellom ferdigheter.

#### **Operasjonalisering av begrepet lytteforståelse i ulike instrumenter**

En begrensning ved undersøkelsen er hvorvidt WISC regning og NARA-II er tester som involverer den samme typen lytteforståelse. Begge testene er språklig baserte og krever en viss bredde i vokabularet. NARA-II stiller et større krav til det generelle vokabularet enn ordproblemene fordi historiene er lengre, og antall unike ord er flere. For ordproblemer er det spesifikke matematiske vokabularet også viktig for å kunne etablere en forståelse av oppgaven (Wong & Ho, 2017; Peng & Lin, 2019). Disse forskjellene medfører at det ikke er full overlapp mellom kravene til vokabular som stilles i de to testene.

NARA-II krever mye av barnets inferensferdigheter (Bowyer-Crane & Snowling, 2005). Mange oppgaver i testen handlet om å finne informasjon som ligger implisitt mellom linjene. Et eksempel er spørsmålet: "Hvorfor ble barna ekstra glade?" Svaret var ikke uttrykt eksplisitt. Det lå i ytringen om at "de hadde ønsket seg det lenge". Utfordringer som krever denne typen inferensferdigheter er i liten grad tilstede i ordproblemene i WISC regning. Her

er alle svar relatert til informasjon som uttrykkes eksplisitt i teksten. Det er et kjennetegn ved denne typen ordproblemer at alle objekter, handlinger og personer kun relevante med sine spesifikke og uttrykte rollene de har i problemet (Kintsch & Greeno, 1985).

En annen betydelig forskjell mellom oppgavene i testene er hvordan bakgrunnskunnskap kan brukes på ulike måter. I NARA-II kan barnet bruke kunnskap som det har fra før til å bygge rike mentale modeller for å forstå historiene og kunne svare på spørsmål (Bowyer-Crane & Snowling, 2005). Innholdet i historiene, og spørsmålstypene varierer i NARA II. I ordproblemene kan bakgrunnskunnskap også bidra til en situasjonsmodell, men i tillegg kan kunnskap fra tidligere erfaringer også spille en annen rolle. Ordproblemene i testen som er aktuelle for barna i denne undersøkelsen hadde bare to ulike oppgavekategorier: kombinasjonsproblemer og endringsproblemer. Dette er de enkleste kategoriene av ordproblemer (Gilmore et al. 2018; Riley et al. 1983). Det gjør at barna kan bruke bakgrunnskunnskap og erfaringer til å kjenne igjen oppgavetypen. Gjenkjenningen kan føre til at det i mindre grad er behov for å bygge en mental representasjon og en forståelse fra starten. Barnet kan heller fremhente et skjema med en etablert forståelse og løsningsmetode av problemet fra tidligere erfaringer (Kintsch & Greeno, 1985).

Variasjon i krav til vokabular og inferensferdigheter i de to testene, samt at bakgrunnskunnskap kan spille en ulik rolle kan være en begrensning i denne studien.

### **Operasjonalisering av regneferdigheter i TOBANS og WISC**

Det er også en betraktning at regneferdighetene som testes i instrumentene TOBANS og WISC regning ikke er helt overlappende. TOBANS tester nonverbal symbolsk addisjon og subtraksjon med tall under 10, og testen har en tidsfaktor. Den måler regneflyt. I WISC-regning måles tiden, men det har ikke det noe å si for utfallet av testen. Aritmetikken i ordoppgavene blir etterhvert mer krevende enn i TOBANS ved at tallene blir større og det blir flere regnearter i samme stykke. To oppgaver inneholder divisjon. Dette betyr at aritmetikken er mer krevende i WISC regning, men den måler ikke ferdigheter knyttet til regneflyt. Det blir derfor vanskelig å si noe om hvorvidt korrelasjonen mellom disse skyldes at de operasjonaliserer en del av de samme aritmetikkferdighetene, eller om resultatene kan forklares med at de to testene samvarierer på grunn av felles underliggende faktorer. Slik som funnene til Gilbert & Fuchs (2017) der de viser at nonverbal aritmetikk og ordproblemer korrelerer, men at de ikke viste en effekt på hverandre. Det forklarer Gilbert & Fuchs med



felles overlappende variabler. Eksempler på et forhold som kan tenkes å være overlappende mellom regneferdigheter og ordproblemer kan være flere domenegenerelle faktorer (Fuchs et al., 2016) eller faktorer knyttet til språkferdigheter (Le fevre, et al., 2010; Singer et al., 2019).

### **Begrensinger ved arbeidsminnetestene**

En annen begrensing med denne studien er at arbeidsminnetestene til WMTB-C, ikke måler rent arbeidsminne. For å skape et så godt bilde som mulig av CE sin rolle er det valgt å involvere to ulike arbeidsminnetester: Backward digit recall og Listening recall. Backward digit recall er en test som er utviklet for å måle korttidsminnet. En begrensning med denne testen er at den er også knyttet til verbal informasjon, og det stilles spørsmål om den heller tester den fonologiske løkken enn CE (Pickering, 2008). *Listening recall* brukes for å måle CE delen av arbeidsminnet. Testen er kompleks og likner prosessen til ordproblemløsning ved at den krever at informasjonen skal prosesseres samtidig med at den skal holdes i minnet (Pickering, 2008). Det er i hovedsak CE som måles i denne testen, men det utelukkes ikke at evne til å løse disse oppgavene også er påvirket av fonologisk løkke og visuospatial-skisseblokk (Pickering, 2008).

Siden ordproblemer involverer både numeriske og språklige prosesser er det utfordringer knyttet til å vurdere Central executive. Rasmussens og Bizans (2005) brukte som i denne studien, den nonverbale testen Backward digit span for å måle central executives rolle i ordproblemløsning. Andre har vært kritiske til bruk av denne testen som mål på arbeidsminne i sammenheng med aritmetiske ordproblemer siden det handler om numerisk prosessering (Holmes & Adams, 2006; Pickering & Gathercole, 2001). Holmes og Adams (2006) valgte i stedet å bruke den andre testen som er brukt i denne studien, Listening Recall. Denne testen inneholder ikke numerisk informasjon, men er derimot tett knyttet til fonologisk prosessering. Lervåg et al. (2018) peker på at korrelasjonen mellom språklige evner og arbeidsminnet (målt med blant annet NARA-II og Listening recall ) er så tett at det muligens heller reflekterer felles underliggende språkferdigheter enn arbeidsminnet som et verktøy.

### **5.2.6 Pedagogiske implikasjoner**

Ordproblemenes kompleksitet kan bidra til at de oppleves som krevende for mange, både hos barn som ellers har adekvate regneferdigheter, og hos barn som har lærevansker (Boonen et al., 2016; Vukovic et al., 2010; Singer et al., 2019). Siden oppgavene involverer språkforståelse, tallforståelse og etterhvert leseferdigheter vil barn som har vansker med

matematikk, språk eller lesing være utsatte grupper. Ved å kjenne til hvordan ferdigheter predikerer utfallet av andre ferdigheter, kan kunnskapen brukes til å identifisere barn som har en lærevanske eller som er i risikozonen for å utvikle en lærevanske. Denne undersøkelsen gir ikke kunnskap om hva som er årsaken til vansker med ordproblemer, men kan gi en indikasjon på hva som kan undersøkes dersom et barn strever med denne oppgavetypen.

Denne studien viser at det er flere ferdigheter som predikerer ordproblemer, og at regneflyt og lytteforståelse er to av prediktorene. Dersom et barn strever med ordproblemer kan det være hensiktsmessig å undersøke barnets aritmetikkferdigheter gjennom å måle aritmetisk regneflyt. At kartlegging av regneflyt er viktig, støttes av empiri som viser at bedring av regneflytferdigheter har en effekt på ordproblemløsning hos de som strever (Fuchs et al., 2013). Ved å øke regneflytferdighetene kan den kognitive belastningen reduseres, og kapasitet kan frigjøres til tolkningsprosessen. At barn strever med ordproblemer kan også være en konsekvens av en vanske med å forstå konteksten regnestykket presenteres i (Singer et al., 2019). Denne studien viser at språk gjennom lytteforståelse er en prediktor for ordproblemløsning. Effekten er ikke stor, men gir likevel grunn til å undersøke for vansker knyttet til språk dersom et barn strever med ordproblemer.

Kunnskap fra denne studien kan også bidra i å forebygge vansker med ordproblemer. For matematikklærere som har elever som strever med språk eller regneflyt er det viktig å være oppmerksom på at disse barna kan være utsatt for å utvikle vansker med aritmetiske ordproblemer. Lærere bør derfor være ekstra oppmerksom og gi støtte i utvikling av ordproblemløsningsferdigheter før en eventuell vanske får utvikle seg.

For å best kunne hjelpe barn som strever med ordproblemer er det viktig at intervensjoner er målrettede og har grunnlag i forskningsbasert kunnskap. Hvis ikke er det en risiko for at man bruker tid og penger på tiltak som ikke virker. I denne sammenhengen er dette studiet et bidrag i utforskningen av hvilken rolle språkferdigheter målt med lytteforståelse og aritmetikkferdigheter målt med regneflyt, har i ordproblemløsningsferdigheter. At regneflyt ser ut til å være en viktigere prediktor enn lytteforståelse for førsteklasse, kan gi implikasjoner til hvor søkelyset bør rettes hvis det skal utvikles forskningsbaserte intervensjonsprogrammer.

### 5.2.7 Videre studier

Det er særlig to forhold ved denne studien som er interessant å utforske videre.

Det ene er om instrumenter som er teoretisk likere hverandre i en tilsvarende undersøkelse vil gi de samme resultatene. For nye studier på forholdet mellom ordproblemer, lytteforståelse og regneflyt kan det være nyttig å forsøke å øke den teoretiske likheten i instrumentene. For lytteforståelse kan det gjøres ved å øke den språklige og semantiske kompleksiteten i ordproblemoppgavene slik at de tester den samme lytteforståelsen som i NARA-II. Et annet alternativ er å benytte en lytteforståelsetest som i større grad har oppgaver som er knyttet til å hente ut bokstavelig informasjon fra teksten. WISC Word kan muligens være en bedre test i denne sammenhengen (Bowyer-Crane & Snowling, 2005). Når det gjelder aritmetikkens bidrag i ordproblemer kan det være interessant å se om det er andre områder av aritmetikken som forklarer større del av variasjon i ordproblemer enn det regneflyt gjør. Fuchs et al., (2006) viser at avanserte beregninger korrelerer tettere med ordproblemer enn det regneflyt gjør. Basert på funnene til Ching & Nunes (2017) er kunnskap om aritmetiske prinsipper er også et interessant område å se nærmere på. En større nærhet i det instrumentene måler kan øke studiens og slutningenes validitet.

Et annet forhold som kan utforskes videre, og som kan bidra til større pedagogiske implikasjoner er å undersøke om lytteforståelse og aritmetikkferdigheter spiller den samme rollen for barn med svake ordproblemløsningsferdigheter versus barn med moderate eller gode ordproblemløsningsferdigheter? Denne undersøkelsen baserer seg på gjennomsnitt av ferdighetsnivåer, og en videre utforskning av resultatene vil kunne si om forholdet til utfallsvariablen er konstant, eller om prediktorvariablene har ulik forklaringsverdi for ulike nivåer av ordproblemløsningsferdigheter.

Et funn som tyder på at dette kan være interessant å undersøke er det tidligere nevnte intervensjonsstudie som fant at sammenhengen mellom ordproblemer og lytteforståelse ble svakere når barna i risikozonen for vansker forbedret regneflytferdighetene sine (Fuchs et al., 2013). Dette funnet kan riktignok ikke generaliseres til å gjelde for dette studiet, men gir likevel en indikasjon på at prediktorenes rolle i ordproblemløsning ikke nødvendigvis er konstant og kan variere med nivå i ordproblemløsningsferdigheter og regneflyt. Et annet forhold som tilsier at en slik undersøkelse kan være relevant er forskningen som viser indikasjoner på at barn som presterer ulikt i ordproblemer kan ha ulike strategier (Hegarty et

al., 1995). Siden arbeidsminne er vist å henge sammen med løsningsstrategier (Rasmussen & Bisanz, 2005) er det interessant å se om en slik variasjon også gjelder for prediktorvariablene i denne studien. En interaksjonsanalyse av data vil kunne avdekke om det er en variasjon i sammenhengen mellom prediktorvariabelen og utfallsvariabelen når gruppen er inndelt i nivå på ordproblemløsningsferdigheter. Dersom det finnes en forskjell i hvilken rolle prediktorene spiller avhengig av nivå på ordproblemløsningsferdigheter, vil det kunne gi pedagogiske implikasjoner for mer målrettet intervensjon enn det som kan gjøres på bakgrunn av denne studien.

### 5.3 Oppsummering

I denne undersøkelsen viser regneflyt en unik, statistisk signifikant, prediksjonsevne til ordproblemløsning. Den forklarer hele 11,5% av variasjonen, etter at det er kontrollert for arbeidsminne og nonverbal intelligens. Korrelasjonskoeffesienten viser at det er en betydelig sammenheng mellom ordproblemløsning og regneflyt. Når det gjelder lytteforståelse ble det vist at selv om det ble målt med en test som operasjonaliserer begrepet på en ganske annen måte enn i WISC regning, ble det likevel funnet et statistisk signifikant bidrag. Og det når det når det kontrolleres for brede kognitive funksjoner. Det unike bidraget er ikke veldig stort, likevel bør en hypotese om at lytteforståelse er viktig for å forklare variasjon i muntlig presenterte ordoppgaver ikke forkastes. Andre studier har vist sterkere sammenhenger mellom ordproblemer og lytteforståelse (Fuchs et al., 2013; Fuchs et al., 2005; Kyttälä et al., 2014). Siden det stilles spørsmål om samsvar mellom operasjonaliseringen av begrepet lytteforståelse i testene som er brukt i denne studien bør forholdet utforskes nærmere.

I store trekk samsvarer resultatene fra denne undersøkelsen med resultater fra andre undersøkelser som har sett på lytteforståelse og regneflyt knyttet til ordproblemer (Fuchs et al. 2018; Fuchs et al., 2013; Fuchs et al., 2006; Kyttälä et al., 2014; Singer et al., 2019). Resultatene viser statistisk signifikante korrelasjoner mellom prediktorvariablene og ordproblemløsning. Forklaringer av variasjonen i effektstørrelser som er vist i ulike undersøkelser kan eksempelvis tilskrives begrepsoperasjonalisering og ulike egenskaper ved utvalgene.

Ferdigheter knyttet til å løse matematiske ordproblemer kan være en av de viktigste faktorene for å predikere lønn og arbeidsforhold senere i livet (Bynner, 1997). Siden det å løse

ordproblemer er en kompleks prosess som henger sammen med blant annet språk og matematikkferdigheter er det mange barn, særlig de med spesifikke lærevansker som kan ha en ekstra sårbarhet i møte med slike oppgaver. Derfor er det viktig med god kunnskap om området. Det er også viktig å sørge for at kunnskapen når ut til praksisfeltet slik at det gir pedagogiske implikasjoner. Denne undersøkelsen har bare sett på et lite utvalg av forklaringsvariablene knyttet til aritmetiske ordproblemer. Økt kunnskap om temaet kan bidra til forebygging av vansker, kartlegging av barn som strever og å finne årsaken til at de strever. Videre utforsking av ordproblemløsning vil kunne bidra til å utvikle gode og målrettede intervensjoner.

”Er det ordene eller tallene?”. Spørsmålet i overskriften handler egentlig om hvorvidt det er forståelse av ordenes innhold i konteksten, eller ferdigheter knyttet til utregninger med tallene i et regnestykke som er viktigst for et barns evne til å løse aritmetiske ordproblemer. I følge resultater fra denne undersøkelsen forklarer regneflyt en større del av unik variasjon i ordproblemløsning enn det lytteforståelse gjør. Svaret er likevel ikke enkelt. Spørsmålet kan ikke besvares med et enten-eller, men med et både-og. Både lytteforståelse og aritmetikkferdigheter målt med regneflyt har sin egen unike rolle i ordproblemløsning. Det er ordene og tallene.

# Litteraturliste

- Adams, B., Bell, L. C., & Perfetti, C. A. (1995). A trading relationship between reading skill and domain knowledge in children's text comprehension. *Discourse Processes*, 20, ss. 307-323.
- Alt, M., Arizmendi, G., & Beal, C. . (2014). The Relationship Between Mathematics and Language: Academic Implications for Children With Specific Language Impairment and English Language Learners. *Language Speech And Hearing Services In Schools*, 45(3), ss. 220-233.
- Andersson, U. (2008). Working Memory as a Predictor of Written Arithmetical Skills in Children: The Importance of Central Executive Functions. *British Journal of Educational Psychology*, 78(2), ss. 181-203.
- Ashcraft, M. H., & Guillaume, M. M. (2009). Chapter 4 Psychology of Learning and Motivation. Burlington: Academic press.
- Aunio, P., & Niemivirta, M. (2010). Predicting children's mathematical performance in grade one by early numerosity. *Learning and individual differences*, 20(5), ss. 427-435.
- Aunio, P., & Räsänen, P. (2015). Core numerical skills for learning mathematics in children aged five to eight years - a working model for educators. *European Journal of Early Childhood Education Research*, ss. 684-704.
- Baddeley, A. (2000). The episodic buffer: a new component of working memory? *Trends in Cognitive Science*(4), ss. 417-423.
- Baddeley, & Hitch. (1974). Working Memory. *Psychology of Learning and Motivation*, 8, ss. 47-89.
- Barrouillet, P., & Thevenot, C. (2013). On the Problem-Size Effect in Small Additions: Can We Really Discard Any Counting-Based Account? *Cognition*, 128(1), ss. 35-44.
- Bates, J., & Goodman, E. (1997). On the Inseparability of Grammar and the Lexicon: Evidence from Acquisition, Aphasia and Real-time Processing. *Language and Cognitive Processes*, 12(5-6), ss. 507-584.
- Befring, E. (2007). *Forskningsmetode med etikk og statistikk* (2. utgave. utg.). Norge: Det norske samlaget.
- Berch, D. B. (2008). Working Memory and Mathematical Cognitive Development: Limitations of Limited-Capacity Resource Models. *Developmental Neuropsychology*, 33(3), ss. 427-446,.
- Björn, P. M., Aunola, K., & Nurmi, J.-E. (2016). Primary school text comprehension predicts mathematical word problem-solving skills in secondary school. *Educational Psychology*, 36(2), ss. 362-377.
- Bjork, I., & Bowyer-Crane, C. (2013). Cognitive skills used to solve mathematical word problems and numerical operations: a study of 6- to 7-year-old children. *European Journal of Psychology of Education*, 28(4), ss. 1345-1360.
- Boonen, A. J., de Koning, B. B., Jolles, J., & Van der Schoot, M. (2016). Word Problem Solving in Contemporary Math Education: A Plea for Reading Comprehension Skills Training. *Frontiers in psychology*(7), s. 191.

- Borge, A. I. (2003). Psykologi og forskningsetikk: Kan deltakelse I forskningsprosjekter gi psykiske skader? I K. Ruyter, *Forskningsetikk* (ss. 93-108). Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Bowyer-Crane, C., & Snowling, M. J. (2005). Assessing Children's Inference Generation: What Do Tests Of Reading Comprehension Measure? *British Journal of Educational Psychology*, 75(2), ss. 189-201.
- Bringstocke, S., & Moll, K. &. (2016). TOBANS: Test of Basic Arithmetic and Numeracy Skills.
- Bringstocke, S., Moll, K., & Hume, C. (2016). TOBANS: Test of Basic Arithmetic and Numeracy Skills.
- Bull, R., Espy, K. A., & Wiebe, S. A. (2008, 04 24). Short-Term Memory, Working Memory, and Executive Functioning in Preschoolers: Longitudinal Predictors of Mathematical Achievement at Age 7 Years. *Developmental Neuropsychology*, 33(3), ss. 205-228.
- Butterworth, B. (2005, Januar). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*(46), ss. 3-18.
- Butterworth, B., Girelli, L., Zorzi, M., & Jonckheere, A. R. (2001). Organisation of addition facts in memory. *Quarterly journal of experimental psychology*(54A), ss. 1005-10029.
- Bynner, J. M. (1997). Basic Skills in Adolescents' Occupational Preparation. *Career Development Quarterly*, 45(4), ss. 305-321.
- Cai, D., Zhang, L., Li, Y., Wei, W., & Georgiou, G. K. (2018, September 18). The Role of Approximate Number System in Different Mathematics Skills Across Grades. *Frontiers in Psychology*.
- Cain, K. (2010). *Reading development and difficulties*. UK: BPS Blackwell.
- Catts, H. W., Herrera, S., Nielsen, D. C., & Bridges, M. S. (2015). Early Prediction of Reading Comprehension within the Simple View Framework. *Reading and Writing: An Interdisciplinary Journal*, 28(9), ss. 1407-1425.
- Ching, B. H.-H., & Nunes, T. (2017). The importance of additive reasoning in children's mathematical achievement: A longitudinal study. *Journal of Educational Psychology*, 109(4), ss. 477-508.
- Christoffersen, K.-A. (2015). Innføring i forskningsmetode. I T. Lund (Red.), *Metaanalyse: Syntesedanning av forskningsresultater* (2. utg., ss. 287-321). Bergen: Fagbokforlaget.
- Christopher, M. E. (2012). Predicting word reading and comprehension with executive function and speed measures across development: A latent variable analysis. *Journal of Experimental Psychology: General*, 141(3), ss. 470-488.
- Constance, K. L., & Kirkland, L. (2001). Fluency in subtraction compared with addition. *The Journal of Mathematical Behavior*, 20(1), ss. 33-42.
- Cook, T. D., & Campbell, D. T. (1979). *Quasi-experimentation. Design & analysis issues for field settings*. Boston: Houghton Mifflin Company.
- Cooper, G., & Sweller, J. (1987). Effects of Schema Acquisition and Rule Automation on Mathematical Problem-Solving Transfer. (R. C. Calfee, Red.) *Journal of Educational Psychology*, 79(4), ss. 347-362.
- Cowan, N. (1988). Evolving conceptions of memory storage, selective attention, and their mutual constraints within the human information-processing system. *Psychological Bulletin*, 104(2), ss. 163-191.
- De Vaus, D. (2014). *Surveys in Social Research. An Introduction* (Vol. 6). London: Routledge.

- Dehaene, S., Spelke, E. S., Pinel, P., Stanescu-Cosson, R., & Tsivkin, S. (1999). Sources of mathematical thinking: behavioral and brain-imaging evidence. *Science*, 284(5416), ss. 970-974.
- Diez, D., Barr, C., & Çetinkaya-Rundel, M. (2015). *OpenIntro Statistics* (Vol. 3). OpenIntro.
- Engle, R. W., & Kane, M. J. (2003). Executive attention, working memory capacity, and a two-factor theory of cognitive control. *Psychology Of Learning And Motivation*, ss. 144-199.
- Field, A. (2018). *Discovering statistics using IBM SPSS statistics* (5. utg.). (J. Seaman, Red.) SAGE edge.
- Florit, E. R. (2009). Listening comprehension in preschoolers: The role of memory. *British Journal of Developmental Psychology*, 27(4), ss. 935-951.
- Fougnie, D. (2009). The relationship between attention and working memory. I N. Johansen (Red.), *New research on short-term memory* (ss. 1-45). New York: Nova Science.
- Fuchs, L. S., Compton, D. L., Fuchs, D., Paulsen, K., Bryant, J. D., & Hamlett, C. L. (2005). The Prevention, Identification, and Cognitive Determinants of Math Difficulty. *Journal of Educational Psychology*, 97(3), ss. 493-513.
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Compton, D. L., Hamlett, C. L., & Wang, A. Y. (2015). Is word-problem solving a form of text comprehension? *Scientific studies of reading*, 19(3), ss. 204-223.
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Compton, D. L., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Capizzi, A. M., . . . Fletcher, J. M. (2006, Februar). The Cognitive Correlates of Third-Grade Skill in Arithmetic, Algorithmic Computation, and Arithmetic Word Problems. 98(1), ss. 29-43.
- Fuchs, L. S., Geary, D. C., Compton, D. L., Fuchs, D., Schatschneider, C., Hamlett, C. L., . . . Graesser, A. C. (2013). Effects of first-grade number knowledge tutoring with contrasting forms of practice. (A. C. Graesser, Red.) *Journal of education psychology*(105), ss. 58-77.
- Fuchs, L. S., Geary, D. C., Compton, D., Fuchs, D., Hamlett, C. L., Seethaler, P., . . . Schatschneider, C. (2010). Do Different Types of School Mathematics Development Depend on Different Constellations of Numerical Versus General Cognitive Abilities? *Developmental Psychology*, 46(6), ss. 1731-1746.
- Fuchs, L. S., Geary, D., Compton, D., Fuchs, D., Hamlett, C. L., & Bryant, J. V. (2010). The contributions of numerosity and domain-general abilities to school readiness. *Child Development*, 81, ss. 1520-1533.
- Fuchs, L. S., Gilbert, J. K., D., F., Seethaler, P. M., & Martin, B. N. (2018). Text Comprehension and Oral Language as Predictors of Word-Problem Solving as a Form of Text Comprehension. *Scientific Studies of Reading*, 22(2), ss. 152-156.
- Fuchs, L. S., Gilbert, J. K., Powell, S. R., Cirino, P., Fuchs, D., Hamlett, C. L., . . . Tolar, T. D. (2016). The Role of Cognitive Processes, Foundational Math Skill, and Calculation Accuracy and Fluency in Word-Problem Solving versus Prealgebraic Knowledge. *Developmental Psychology*, 5(12), ss. 2085-2098.
- Fuson, K. (1984, mai 1). More Complexities in Subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(3), ss. 214-225.
- Gall, M. D., Gall, J. P., & Borg, W. R. (2007). *Educational Research, an introduction* (8. utg.). (A. E. Burvikovs, Red.) USA: Pearson.
- Geary, D. C. (2000). From infancy to adulthood: the development of numerical abilities. *European Child & Adolescent Psychiatry*, 9(2), s. 11.



- Geary, D. C. (2011). Cognitive predictors of achievement growth in mathematics: A 5-year longitudinal study. *Developmental Psychology*, 47(6), ss. 1539-1552.
- Geary, D. C. (2015). The classification and cognitive characteristics of mathematical disabilities in Children. I C. A. Kadosh (Red.), *The Oxford Handbook of numerical cognition* (ss. 767-787). Oxford: University Press.
- Geary, D., Hoard, M., Byrd-Craven, J., Nugent, L., & Numtee, C. (2007). Cognitive Mechanisms Underlying Achievement Deficits in Children With Mathematical Learning Disability. *Child Development*, 78(4), ss. 1343-1359.
- Gilbert, J., & Fuchs, L. (2017, Oktober). Bivariate developmental relations between calculations and word problems: A latent change approach. *Contemporary Educational Psychology*, 51, ss. 83-98.
- Gilmore, G., Göbel, S. M., & Ingils, M. (2018). *An Introduction to Mathematical Cognition*. New York:: Routledge International Handbooks.
- Gimbert, F., Camos, V., Gentaz, E., & Mazens, K. (2019, Februar). What predicts mathematics achievement? Developmental change in 5- and 7-year-old children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 178, ss. 104-120.
- Haugen, J. (2017). [www.jossie.no](http://www.jossie.no). Hentet 2019
- Hegarty, M., Mayer, R. E., & Monk, C. A. (1995). Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal of Educational Psychology*, 87(1), ss. 18-22.
- Hogan, T. P., Adlof, S. M., & Alonzo, C. N. (2014). On the importance of listening comprehension. *International Journal of Speech-Language Pathology*, 16(3), ss. 199-207.
- Holmes, J., & Adams, J. W. (2006). Working Memory and Children's Mathematical Skills: Implications for mathematical development and mathematics curricula. *Educational Psychology*, 26(3), ss. 339-366.
- Hoover, W. A., & Gough, P. B. (1990). The Simple View of Reading. (2), ss. 127-169.
- Hoover, W. A., & Gough, P. B. (1990). The Simple View of Reading. *Reading and Writing: An Interdisciplinary Journal*, 2(2), ss. 127-160.
- Hornung, C., Schiltz, C., Brunner, M., & Martin, R. (2014). Predicting first-grade mathematics achievement: the contributions of domain-general cognitive abilities, nonverbal number sense, and early number competence. *Frontiers in psychology*, 5, s. 272.
- IBM, C. (2017). IBM SPSS Statistics for Windows (Version 25). NY: IBM Corp.
- Jiang, H., & Farquharson, K. (2018). Are working memory and behavioral attention equally important for both reading and listening comprehension? A developmental comparison. *Reading and Writing*, 31(7), ss. 1449-1477.
- Jõgi, A.-L., & Kikas, E. (2016). Calculation and Word Problem-Solving Skills in Primary Grades, mpact of Cognitive Abilities and Longitudinal Interrelations with Task-persistent Behaviour. *British Journal of Educational Psychology*, 86(2), ss. 165-181.
- Just, M. A., & Carpenter, P. A. (1992). A capacity theory of comprehension: Individual differences in working memory. *Psychological Review*, 99(1), ss. 122-149.
- Kendeou, P., Van Den Broek, P., White, M. J., & Lynch, J. S. (2009). Predicting reading comprehension in early elementary school: The independent contributions of oral language and decoding skills. *Journal of Educational Psychology*, 101(4), ss. 765-778.

- Kim, Y.-S. (2016, Januar). Direct and mediated effects of language and cognitive skills on comprehension of oral narrative texts (listening comprehension) for children. *Journal of Experimental Child Psychology*(141), ss. 101-120.
- Kim, Y.-S., & Phillips, B. (2014). Cognitive Correlates of Listening Comprehension. *Reading Research Quarterly*, 49(3), ss. 269-281.
- Kintsch, W., & Greeno, J. G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review*(92), ss. 109-129.
- Kleven, T. A. (2002). Ikke-eksperimentelle design. I T. Lund (Red.), *Innføring i forskningsmetodologi* (ss. 265-286). Oslo: Unipub.
- Koponen, T., Mononen, R., Räsänen, P., & Ahonen, T. (2006). Basic Numeracy in Children With Specific Language Impairment: Heterogeneity and Connections to Language. *Journal of Speech, Language & Hearing Research*, 49(1), ss. 58-73.
- Koponen, T., Salmi, P., Torppa, M., Eklund, K., Aro, T., Aro, M., . . . Nurmi, J.-E. C. (2016, januar-april). Counting and rapid naming predict the fluency of arithmetic and reading skills. *Contemporary Educational Psychology*, 44-45, ss. 83-94.
- Kristoffersen, K. E. (2008). Hva er språk? I K. E. Kristoffersen, H. G. Simonsen, & A. Sveen (Red.), *Språk en grunnbok* (ss. 17-43). Oslo: Universitetsforlaget.
- Kuschner, E. (2013). Nonverbal Intelligence. I F. Volkmar (Red.), *Encyclopedia of Autism Spectrum Disorders*. New York, NY: Springer,.
- Kyttälä, M., Aunio, P., & Hautamaki, J. (2010, Februar). Working memory resources in young children with mathematical difficulties. *Scandinavian Journal of Psychology*, 51(1), ss. 1-15.
- Kyttälä, M., Aunio, P., Lepola, J., & Hautamäki, J. (2014). The Role of the Working Memory and Language Skills in the Prediction of Word Problem Solving in 4- to 7-Year-Old Children. *Educational Psychology*, 34(6), ss. 674-696.
- Language and Reading Consortium. (2017, 17 05). Oral Language and Listening Comprehension: Same or Different Constructs? *Journal of Speech, Language & Hearing Research*, 60(5), ss. 1273-1284.
- L.S. Fuchs, J. G. (2016). The role of cognitive processes, foundational math skill, and calculation accuracy and fluency in word-problem solving versus pre-algebraic knowledge. *Developmental Psychology*, 52(12), ss. 2085-2098.
- Le fevre, J.-A., Fast, L., Skwarchuk, S.-L., Smith - Chant, B. L., Bisanz, J., Kamawar, D., & Penner - Wilger, M. (2010). Pathways to Mathematics: Longitudinal Predictors of Performance. *Child Development*, 8(6), ss. 1753-1767.
- Lepola, J., Lynch, J., Laakkonen, E., Silven, M., & Niemi, P. (2012). The Role of Inference Making and Other Language Skills in the Development of Narrative Listening Comprehension in 4-6-Year-Old Children. *Reading Research Quarterly*, 47(3), ss. 259-282.
- Lervåg, A., Hulme, C., & Melby-Lervåg, M. (2018, 09/10). Unpicking the developmental relationship between oral language skills and reading comprehension: It's simple, but complex. *89*(5), 1821-1838.
- Lind, M. (2008). Samtalen- den grunnleggende språkbruksformen. I K. E. Kristoffersen, H. G. Simonsen, & A. Sveen (Red.), *Språk, en grunnbok* (ss. 121-145). Norge: Universitetsforlaget.
- Littlefield, J., & Rieser, J. J. (1993). Semantic Features of Similarity and Children's Strategies for Identifying Relevant Information in Mathematical Story Problems. *Cognition and Instruction*, 11(2), ss. 133-88.

- Low, R., Over, R., Doolan, L., & Michell, S. (1994). Solution of Algebraic Word Problems Following Training in Identifying Necessary and Sufficient Information within Problems. *The American Journal of Psychology*, 107(3), ss. 423-439.
- Lund, T. (2002a). Innledning. I T. Lund (Red.), *Innføring i forskningsmetode* (ss. 9-18). Oslo: Unipub.
- Lund, T. (2002b). Metodologiske prinsipper og referanserammer. I T. Lund (Red.), *Innføring i forskningsmetodologi* (ss. 79-124). Oslo: Unipub forlag.
- Lund, T. (2002c). Generaliserings problematikk. I T. Lund (Red.), *Innføring i forskningsmetodologi*. Oslo: Unipub.
- Lynn, R., & Irwing, P. (2008). Sex differences in mental arithmetic, digit span, and g defined as working memory capacity. *Intelligence*, 36(3), ss. 226-235.
- Lyster, S.-A. H., Horn, E., & Rygvold, A.-L. (2010, 09). Ordforråd og ordforrådsutvikling hos norske barn og unge. Resultater fra en utprøving av British Picture Vocabulary scale II, Second Edition (BPVS II). *Spesialpedagogikk*, ss. 37-45.
- MacDonald, M. C., & Christiansen, M. H. (2002). Reassessing working memory: Comment on Just and Carpenter (1992) and Waters and Caplan (1996). *Psychological Review*, 109(1), ss. 35-54.
- Maclellan, E. (2001). Mental Calculation: its place in the development of numeracy. *Westminster Studies in Education*, 24(2), ss. 145-154.
- Mazzocco, M., & Thompson, R. E. (2005). Kindergarten Predictors of Math Learning Disability. *Learning disabilities research & practice : a publication of the Division for Learning Disabilities Council for Exceptional Children*, 20(3), ss. 142-155.
- Midtbø, T. (2013). *Regresjonsanalyse for samfunnsvitere, med eksempler i spss* (4. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.
- More, D. S., & McAbe, G. P. (2003). *Introduction to the practice of statistics* (4. utg.). New York: W.H. Freeman and Company.
- Neale, M. (1997). *Neale analysis of reading ability. Second revised .* (B. ed., Red.) London, UK: NFFER-Nelson.
- NESH. (2016). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, juss, humaniora og teologi*. Hentet fra [www.etikkom.no](http://www.etikkom.no)
- Ng, J., Lee, K., & Khng, K. H. (2017, Desember). Irrelevant information in math problems need not be inhibited: Students might just need to spot them. *Learning and Individual Differences*, 60, ss. 46-55.
- Oakhill, J. &. (2011). The precursors of reading ability in young readers: Evidence from a four-year longitudinal study. *Scientific Studies of Reading*, 16(2), ss. 91-121.
- Orrantia, J., Muñoz, D., Vicente, S., Verschaffel, L., & Rosales, J. (2014). Processing of Situational Information in Story Problem Texts. An Analysis from On-Line Measures. *The Spanish journal of psychology*, 17.
- Osada, N. (2004). Listening comprehension research: A brief review of the past thirty years. *The dialogue : quarterly research journal*, 3(2), ss. 53-66.
- Oslo Kommune. (2018). *skoleneslandsforbund.no*. Hentet mars 30, 2019 fra Personelhåndbok: <https://skoleneslandsforbund.no/wp-content/uploads/2018/11/Personalh%C3%A5ndbok-Oslo-kommune-2018.pdf>
- Ostad, S. (2010). *Matematikkvansker : en forskningsbasert tilnærming*. Oslo: Unipub.
- Parson, S., & Bynner, J. (2005). *Does numeracy matter more?* National Research and Development Centre for Adult Literacy and Numeracy., London.
- Parson, S., & Bynner, J. (2005). *Does numeracy matter more?* National Research and Development Centre for Adult Literacy and Numeracy., London.

- Peake, C., Jiménez, J. E., Rodríguez, C., Bisschop, E., & Villarroel, R. (2015). Syntactic Awareness and Arithmetic Word Problem Solving in Children With and Without Learning Disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 48*, ss. 593-601.
- Peng, P., & Lin, X. (2019, Januar). The relation between mathematics vocabulary and mathematics performance among fourth graders. *Learning and Individual Differences, 69*, ss. 11-21.
- Perfetti, C. (2007). Reading Ability: Lexical Quality to Comprehension. *Scientific Studies of Reading, 11*(4), ss. 357-383,.
- Pickering, S. J. (2008). Assessment of Working Memory in Children. I M. J. Dehn, *Working Memory and Academic Learning: Assessment and Intervention*. John Wiley & sons inc.
- Pickering, S., & Gathercole, S. E. (2001). Working memory test battery for children (WMTB-C). Psychological Corporation.
- Powell, S. R., Driver, M. K., Roberts, G., & Fall, A.-M. . (2017, Juli). An analysis of the mathematics vocabulary knowledge of third- and fifth-grade students: Connections to general vocabulary and mathematics computation. *Learning and Individual Differences, 57*, ss. 22-32.
- Prather, R. W., & Alibali, M. W. (2009). The development of arithmetic principle knowledge: How do we know what learners know? *Developmental Review, 29*(4), ss. 221-248.
- Price, G. R., & Ansari, D. (2013). Dyscalculia: Characteristics, Causes, and Treatments. *Numeracy, 6*(1).
- Purpura, D. J., & Ganley, C. M. (2014, Juni). Working Memory and Language: Skill-Specific or Domain-General Relations to Mathematics? *Journal of Experimental Child Psychology, 122*, ss. 104-121.
- Ramirez, G., Gunderson, E. A., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2013). Math Anxiety, Working Memory, and Math Achievement in Early Elementary School. *Journal of Cognition and Development, 14*(2).
- Rasmussen, C., & Bisanz, J. (2005). Representation and working memory in early arithmetic. *J. Experimental Child Psychology*(91), ss. 137-158.
- Raven, J. (2008). General introduction and overview: The Raven Progressive Matrices Tests: Their theoretical basis and measurement model. I J. Raven, J. Raven, & J. Raven (Red.), *Uses and Abuses of Intelligence: Studies Advancing Spearman and Raven's Quest for Non-Arbitrary Metrics*. (s. 17). Unionville, New York.
- Raven, J. C. (1998). The Raven's Progressive Matrices. Oxford Psychologists Press Oxford.
- Reikerås, E. (2016). Central skills in toddlers' and pre-schoolers' mathematical development, observed in play and everyday activities. *Nordic Studies in Mathematics Education, 21*(4), ss. 57-77.
- Reusser, K., & Stebler, R. (1997). Every Word Problem Has a Solution--The Social Rationality of Mathematical Modelling in Schools. *Learning and Instruction, 7*(4), ss. 309-327.
- Richardson, F. C., & Suinn, R. M. (1972). *The Mathematics Anxiety Rating Scale, 19*(6), ss. 551-554.
- Riley, M. S., Greeno, J. G., & Heller, J. I. (1983). Development of Children's Problem-Solving Ability in Arithmetic. . I H. Ginsburg (Red.), *The Development of Mathematical Thinking* (ss. 153-196). Academic Press.

- Seigneuric, A., & Ehrlich, M. R. (2005). Contribution of Working Memory Capacity to Children's Reading Comprehension: A Longitudinal Investigation. *Reading and Writing, 18*(617).
- Shadish, W. R., Cook, T. D., & Campbell, D. T. (2002). *Experimental and quasi-experimental designs for generalized causal inference*. Boston:: Houghton Mifflin.
- Siegler, R. S., & Hugues, L.-F. (2014). An integrative theory of numerical development. *Child development perspectives*.
- Singer, V., Strasser, K., & Cuadro, A. (2019). Direct and Indirect Paths From Linguistic Skills to Arithmetic School Performance. *Journal of Educational Psychology, 111*(r), ss. 434-445.
- Spelke, E. S., & Tsivkin, S. (2001). Language and number: A bilingual training study. *Cognition, 78*(1), ss. 45-88.
- Swanson, H. L., Jerman, O., & Zheng, X. (2008). Growth in Working Memory and Mathematical Problem Solving in Children at Risk and Not at Risk for Serious Math Difficulties. (K. R. Harris, Red.) *Journal of Educational Psychology, 100*(2), ss. 343-379.
- Swanson, H., Cooney, J. B., & Brock, S. (1993). The Influence of Working Memory and Classification Ability on Children's Word Problem Solution. *Journal of Experimental Child Psychology, 55*(3), ss. 374-395.
- Talwar, A., Tighe, E. L., & Greenberg, D. (2018). Augmenting the Simple View of Reading for Struggling Adult Readers: A Unique Role for Background Knowledge. *Scientific Studies of Reading, 22*(5), ss. 351-366.
- Träff, U. (2013, 10). The contribution of general cognitive abilities and number abilities to different aspects of mathematics in children. *Journal of Experimental Child Psychology, 116*(2), ss. 139-156.
- Urdu, T. (2017). *Statistics in plain English* (4. utg.). NY: Routledge.
- Utdanningsdirektoratet. (2013, 08 01). *Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04)*. Hentet fra udir.no: <https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Kompetansemaal/kompetansemal-etter-2.-arssteget>
- Utdanningsdirektoratet. (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04)*. Hentet Januar 29, 2019 fra udir.no: <https://www.udir.no/kl06/MAT1-04>
- Utdanningsdirektoratet. (2019, 03 18). *Høring- læreplaner i matematikk*. Hentet 05 22, 2019 fra [www.udir.no](https://www.udir.no/kl06/MAT1-04): <https://hoering.udir.no/Hoering/v2/343>
- Van Der Schuit, M., Segers, E., Van Balkom, H., & Verhoeven, L. (2011). How Cognitive Factors Affect Language Development in Children with Intellectual Disabilities. *Research in Developmental Disabilities: A Multidisciplinary Journal, 32*(5), ss. 1884-1894.
- Varol, F., & Farran, D. (2007). Elementary School Students' Mental Computation Proficiencies. *Early Childhood Education Journal, 35*(1).
- Verschaffel, L., De Corte, E., & Borghart, I. (1997). *Pre-Service Teachers' Conceptions and Beliefs about the Role of Real-World Knowledge in Mathematical Modelling of School Word Problems.*, 7(4), ss. 339-359.
- Verschaffel, L., De Corte, E., & Lasure, S. (1994). Realistic considerations in mathematical modeling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction, 4*(4), ss. 273-294.
- Verschaffel, L., Depaepe, F., & Van Dooren, W. (2015). Individual differences in word problem solving. I R. C. Kadosh, & A. Dowker (Red.), *The Oxford handbook of numerical cognition*. UK: Oxford university press.

- Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse, Nederland: Swets & Zeitlinge.
- Vukovic, R., Lesaux, N., & Siegel, L. (2010). The mathematics skills of children with reading difficulties. *Learning and Individual Differences*(6), ss. 639-643.
- Wang, A., Fuchs, L., & Fuchs, D. (2016, 02 26). Cognitive and linguistic predictors of mathematical word problems with and without irrelevant information. *Learning and individual differences*(52), ss. 79-87.
- Wechsler, D. (2003). Wechsler Intelligence Scale for Children. (4). San Antonio, TX: Psychological.
- Wong, T. T.-Y., & Ho, C. S.-H. (2017). Component processes in arithmetic word-problem solving and their correlates. *Journal of Educational Psychology, 109*(4), ss. 520-531.
- Wu, S. S., Chen, L., Battista, C., Watts, A. K., Willcutt, E. G., & Menon, V. (2017). Distinct influences of affective and cognitive factors on children's non-verbal and verbal mathematical abilities. *Cognition*(166), ss. 118-129.
- Zhang, J., Cheung, S., Wu, C., & Meng, Y. (2018, 12 18). Cognitive and Affective Correlates of Chinese Children's Mathematical Word Problem Solving. *Frontiers in Psychology*(9).