

UiO : Matematisk institutt

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Kinematikken i bølger over en grunne

Stian Jorde

Masteroppgave, høsten 2018



Denne masteroppgaven er levert inn som en del av programspesialiseringen *Mekanikk* under *Lektorprogrammet* ved Universitetet i Oslo. Oppgaven er normert til 30 studiepoeng.

Forsiden viser et utsnitt av rotsystemet til den eksepsjonelle liegruppen E_8 , projisert ned i planet. Liegrupper ble oppfunnet av den norske matematikeren Sophus Lie (1842–1899) for å uttrykke symmetriene til differensiallikninger og spiller i dag en sentral rolle i flere deler av matematikken.

Sammendrag

Vi har sett på hvordan kinematikken i et irregulært, langkammet bølgefelt utvikler seg når bølgefeltet beveger seg over en grunne.

Vi har funnet at den generelle oppførselen til skjevheten til hastighetsmålingene reflekterer den til overflatemålingene, men med mindre utslag.

Vi har derimot ikke klart å finne noen sammenheng mellom kurtosene til hastighetsmålingene og overflatemålingene. Kurtosene ser ut til å oppnå maksimumer på forskjellige steder langs grunna.

Resultatene våre betyr at i den grad økt kurtose antyder økt sannsynlighet for freake hendelser vil økte sannsynligheter for freake hendelser oppstå under forskjellige forhold for overflatehevninger og hastigheter i bølgefeltet.

Forord

Bølger er fascinerende i seg selv, og det har vært hypnotiserende å sitte i det hydrodynamiske laboratoriet denne høsten og se hvordan bølgene utvikler seg når de beveger seg over grunna i bølgetanken.

For meg har arbeidet med denne oppgaven vært som å se gjennom et kikkehull inn i verdenen av ikke-lineære vekselvirkninger og jeg må rette en stor takk til Karsten Trulsen for at han ga meg en så spennende oppgave. Og for uvurderlig veiledning slik at det har vært mulig å gjennomføre oppgaven.

Jeg må også takke Atle Jensen for innføring i eksperimentmetodikk, og for gode råd og tips om hvordan jeg kunne gjennomføre eksperimentene. Og Olav Gundersen i det hydrodynamiske laboratoriet som har hjulpet meg med alt det praktiske, blant annet bygget grunna bølgene går over.

Sist men ikke minst vil jeg takke Eirin, Ellinor og Hugo som denne høsten har levd med at jeg har tilbrakt lange dager i laboratoriet, og mange kvelder foran datamaskinen med å analysere dataene.

Siden de fleste som leser denne masteravhandlingen får den digitalt, har jeg benyttet meg av farger for å tydeliggjøre figurene. Fargeversjonen er tilgjengelig på DUO på UiO om du sitter med en svart/hvitt kopi.

Innhold

1	Introduksjon	1
2	Teori	2
2.1	Bølgefelt fra superposisjonering av monokromatiske bølger	2
2.1.1	JONSWAP-spekteret	2
2.1.2	Gaussisk bølgefelt	2
2.2	Stokes bølger på endelig dyp	3
2.2.1	Finne amplitude fra bølgehøyde	4
2.3	Konvergens av statistiske parametre	4
2.4	Effekten av systematisk feil på momentene	4
2.5	Grunna	5
2.6	Apparatene vi brukte	5
2.6.1	Måling av overflatehevninger	5
2.6.2	Måling av kinematikken	6
3	Pre-lab	9
3.1	JONSWAP-spekter og styresignal til padla	9
3.2	Bestemmelse av parametre ved tanken/oppsettet	11
3.2.1	Lengden på hver kjøring	11
3.2.2	Vanndybde i tanken, peakperiode på spekteret og ΔU	12
3.2.3	Måledybde for ADV-en	12
3.3	Bestemmelse av parametrene for måleinstrumentene	13
3.3.1	Måling av overflatehevninger	13
3.3.2	Måling av kinematikken	13
4	Gjennomføring av eksperimentene	14
4.1	I laben	14
4.2	Etterpå	15
4.2.1	η fra ultralydprobesignalet	15
4.2.2	Feltet inn	15
4.2.3	Finne $v_{x,\text{best}}$ fra $v_{x,1}$ og $v_{x,2}$	16
4.3	Bruken av konvergenstrakter	17
4.4	Avvik i målingene	17
5	Test av instrumentene	19
5.1	Ultralydprobene som måler overflatehevningene	20
5.1.1	Unøyaktighet i målingene av η	20
5.1.2	Sammenlikning med teori	21
5.2	Vectrinoen som måler hastighetene	23
5.2.1	Litteratur om Vectrinoen	23
5.2.2	Sammenlikne målingene av v_x med teori	23
5.3	Teste ut prosedyren for $v_{x,\text{best}}$ på et irregulært bølgefelt	25
6	Resultater	27
6.1	Målinger av η	27
6.1.1	Avvik i målingene	28
6.2	Bølgekinematikken	28
6.2.1	Usikkerheter i målingene	31

7	Diskusjon av resultatene	32
7.1	Målinger av η	32
7.2	Kinematikken	32
7.2.1	Gjennomsnittlig v_x	32
7.2.2	Standardavviket til v_x	33
7.2.3	Skjevheten og kurtosen til v_x	33
7.2.4	Endring i dybden	36
7.3	Utvikling av spekteret	37
8	Oppsummering	39

1 Introduksjon

Tradisjonelt ser man på bølger på havet som en lineær superposisjonering av mange monokromatiske bølgekomponenter (se figur 1). Ved sentralgrenseteoremet får man da et Gaussisk bølgefelt.

Raustøl viste i sin masteroppgave [2] hvordan et irregulært bølgefelt som kommer inn over en grunne kan bli sterkt ikke-Gaussisk oppe på grunna. Dette fenomenet var også observert av Trulsen, Zeng og Gramstad [3] og er delvis reproduisert i numerisk arbeid av Gramstad, Zeng, Trulsen og Pedersen [4]

Vi ville bruke det samme oppsettet til å se hvordan kinematikken i et slikt bølgefelt utvikler seg når bølgene går over den samme grunna.

Vi fant at den generelle oppførselen til skjevheten til hastighetsmålingene reflekterer den til overflatemålingene, men med mindre utslag. Vi fant derimot ikke noen sammenheng mellom kurtosene til hastighetsmålingene og overflatemålingene .

Kurtosene ser ut til å oppnå maksimumer på forskjellige steder over grunna.

Resultatene våre betyr at i den grad økt kurtose antyder økt sannsynlighet for freake hendelser vil økte sannsynligheter for freake hendelser for overflatehevninger og hastigheter oppstå under forskjellige forhold.

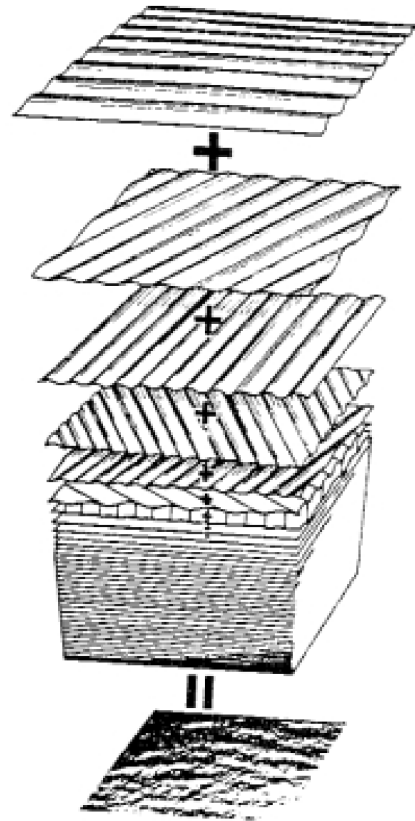


Fig 1: Superposisjonering av bølger [1]

2 Teori

2.1 Bølgefelt fra superposisjonering av monokromatiske bølger

Et en-dimensjonalt irregulært bølgefelt kan representeres som en superposisjon av monokromatiske bølger

$$\eta(x, t) = \sum_n \sqrt{2 S(\omega_n) (\Delta\omega)_n} \cos(k_n x - \omega_n t + \delta_n)$$

der $S(\omega_n)$ er et ensidig effektspekter, $(\Delta\omega)_n$ er avstanden mellom to etterfølgende frekvenskomponenter, bølgetallet k_n er forbundet med vinkelfrekvensen ω_n ved dispersjonsrelasjonen og δ_n er en fasevinkel, uniformt fordelt i $[0, 2\pi)$

Om ω_n er jevnt fordelt er $(\Delta\omega)_n$ konstant og

$$\eta(x, t) = \sum_n \sqrt{2\Delta\omega S(\omega_n)} \cos(k_n x - \omega_n t + \delta_n)$$

2.1.1 JONSWAP-spekteret

JONSWAP spekteret er et empirisk effektspekter som beskriver bølgetilstanden i Nordsjøen

$$S(\omega_n) = \frac{\alpha g^2}{\omega_n^5} \exp \left[-1.25 \left(\frac{\omega_p}{\omega_n} \right)^4 \right] \gamma^a$$

$$a = \exp \left[-\frac{(\omega_n - \omega_p)^2}{2\omega_p^2 \sigma^2} \right]$$

$$\sigma = \begin{cases} 0.07 & \omega_n \leq \omega_p \\ 0.09 & \omega_n > \omega_p \end{cases}$$

der ω_p er vinkelfrekvensen med mest energi, α er en amplitdefaktor, g er gravitasjonens akselerasjon og γ er en faktor som påvirker hvor uttalt toppen er. [5]

Vi bruker standardverdien som er 3.3

Se fig 2 for graf av JONSWAP-spekteret

2.1.2 Gaussisk bølgefelt

Om man superposisjonerer mange nok monokromatiske, uavhengige bølger får man ved sentralgrenseteoremet et Gaussisk bølgefelt, se figur 1 for illustrasjon.

For et Gaussisk bølgefelt vil overflatemålingene kunne sees på som en Gaussisk fordelt stokastisk variabel med forventningsverdi 0.

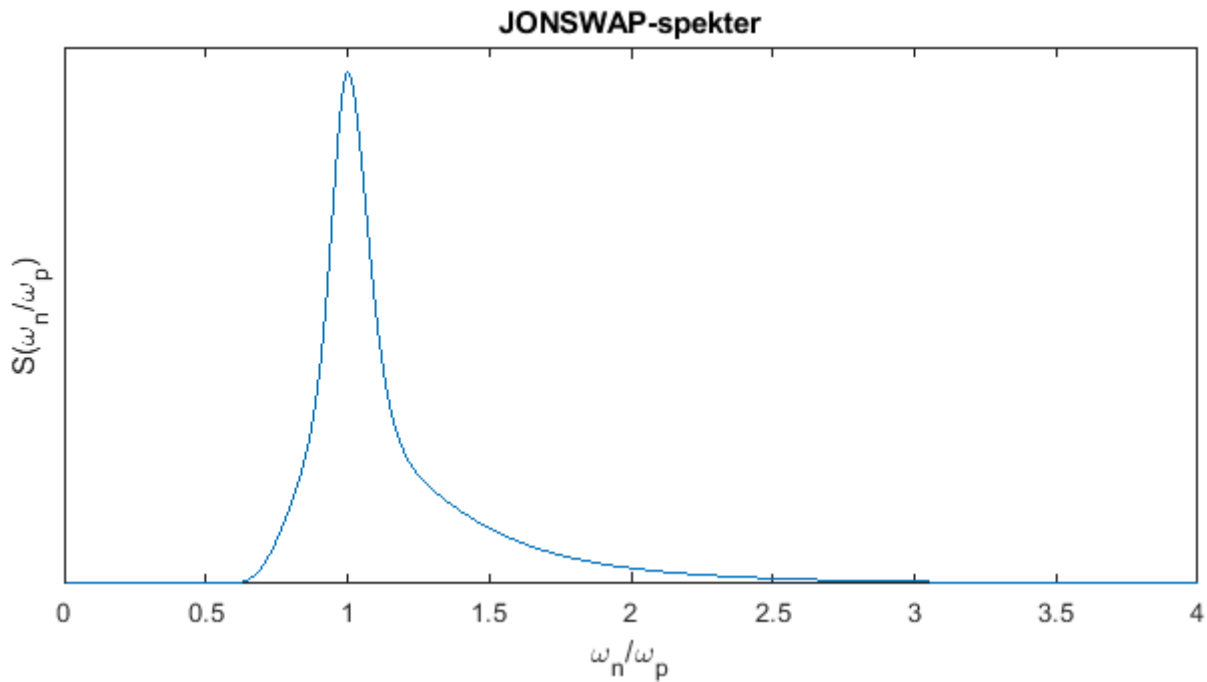


Fig 2: JONSWAP spekteret

En Gaussiske fordelt stokastisk variabel har fordelingen

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (1)$$

der μ er fordelingsens forventningsverdi og σ er standardavviket.

Det følger av (1) at skjevheten er 0 og kurtosen 3.

2.2 Stokes bølger på endelig dyp

For Stokes bølger på endelig dyp er overflatehevningen og hastighetspotensialet, til andre orden, gitt ved

$$\eta(x, t) = a \cos(kx - \omega t + \theta) + \frac{3 - \tanh^2 kh}{4 \tanh^3 kh} ka^2 \cos 2(kx - \omega t + \theta) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \phi = & \frac{\omega a}{k} \frac{\cosh(k(y+h))}{\sinh(kh)} \sin(kx - \omega t + \theta) \\ & - \frac{\omega^2(1 - \tanh^2 kh)}{4 \tanh^2 kh} t |a|^2 \\ & + \frac{3\omega a^2(1 - \tanh^2 kh)}{4 \tanh^3 kh} \frac{\cosh(2k(y+h))}{\sinh(2kh)} \sin 2(kx - \omega t + \theta) \end{aligned}$$

[6]

Fra det finner vi

$$v_x(x, y, t) = \frac{\omega a \cosh(k(y+h))}{\sinh(kh)} \cos(kx - \omega t + \theta) + \frac{3\omega k a^2 (1 - \tanh^2 kh)}{2 \tanh^3 kh} \frac{\cosh(2k(y+h))}{\sinh(2kh)} \cos 2(kx - \omega t + \theta) \quad (3)$$

2.2.1 Finne amplitude fra bølgehøyde

Bølgehøyden er

$$H = \eta_{\max} - \eta_{\min}$$

Om man antar at det ledende ordens leddet i (2) er mye større enn det neste vil η_{\min} inntreffe når $\cos(kx - \omega t + \theta) = -1 \Rightarrow \cos 2(kx - \omega t + \theta) = 1$

$$\begin{aligned} H &= a + \frac{3 - \tanh^2 kh}{4 \tanh^3 kh} ka^2 - \left(-a + \frac{3 - \tanh^2 kh}{4 \tanh^3 kh} ka^2 \right) \\ &= 2a \\ a &= \frac{H}{2} \end{aligned} \quad (4)$$

Så til andre orden er det ingen korreksjon av amplituden fra bølgehøyden

2.3 Konvergens av statistiske parametre

Variabiliteten til estimatorene til de statistiske parametrene (gjennomsnitt, standardavvik, skjevhet og kurtose) vi bruker for å karakterisere fordelingene til målingene av overflatehevingen og hastigheten i x -retning går som

$$\sqrt{\frac{C}{N}}$$

der C er 24 for kurtoseestimatet, 6 for skjevhetsestimatet, 2 for standardavviksestimatoren og 1 for gjennomsnittet som estimator for forventningsverdien. [7], [8], [9], [10]

Da er det antatt at målingene er uavhengige av hverandre, det vi måler er Gaussisk fordelt og at det ikke er noen måleusikkerhet.

2.4 Effekten av systematisk feil på momentene

X er verdier av det vi er interessert i (η eller v_x) med forventningsverdi μ_X , standardavvik σ_X , skjevhet γ_X og kurtose κ_X .

$Z = X + b$ (med forventningsverdi μ_Z , standardavvik σ_Z , skjevhet γ_Z og kurtose κ_Z) er

målingene vi har gjort av X der b er en systematisk målefeil. Da har vi

$$\begin{aligned}
 \mu_Z &= E[Z] \\
 &= E[X + b] \\
 &= \mu_X + b \\
 \\
 \sigma_Z &= \sqrt{E[(Z - \mu_z)^2]} \\
 &= \sqrt{E[(X + b - \mu_X - b)^2]} \\
 &= \sqrt{E[(X - \mu_X)^2]} \\
 &= \sigma_X \\
 \\
 \gamma_Z &= \frac{E[(Z - \mu_z)^3]}{\sigma_Z^3} \\
 &= \frac{E[(X + b - \mu_X - b)^3]}{\sigma_X^3} \\
 &= \gamma_X \\
 \\
 \kappa_Z &= \frac{E[(Z - \mu_z)^4]}{\sigma_Z^4} \\
 &= \frac{E[(X + b - \mu_X - b)^4]}{\sigma_X^4} \\
 &= \kappa_X
 \end{aligned}$$

Så for sentralmomentene (normerte eller ikke) vil ikke en slik systematisk feil måtte korrigeres for.

2.5 Grunna

Grunna vi brukte var den samme Raustøl brukte. Den besto av et parti der dybden endret seg sakte (0.42 m på 1.60 m som gir et stigningstall på 0.2625), et flatt, grunt parti på 1.60 m, etterfulgt av et parti der dybden gikk ned til det opprinnelige nivået igjen (stigningstall -0.2625)

Høyden på grunna var $H = 0.42$ m og med en vanndybde i den dype enden, h_1 , var dybden på grunna $h_2 = h_1 - H$.

2.6 Apparatene vi brukte

2.6.1 Måling av overflatehevninger

For å måle overflatehevninger brukte vi et ekkolodd-system fra *General Acoustics* som kan gjøre fire uavhengige målinger samtidig.

Systemet kan settes opp med en til tre sensorer pr kanal. I følge manualen [11] holder det med

en probe pr kanal ved stasjonære målinger av bølger med liten steilhet, mens man ved mere krevende bølger (større steilhet/irregulæritet) kan få bedre resultater med et oppsett med flere prober pr kanal.

En fastmontert referansesensor måler lyd hastigheten som brukes for å måle avstandene.

Sensorene vi brukte:

- type: USS02/HFP
- samplerate: 125/250 Hz
- målefrekvens: 320 kHz
- måleområde: 30-250 mm
- teknisk oppløsning: 0.18 mm
- nøyaktighet: ± 1 mm

Dataene fra sensorene ble bearbeidet av en egen enhet: *Ultralab Advanced controller* som ga verdiene for hver probe i meter inn på pc med eget program fra Ultralab: *Ultralab Monitoring Software* (ver 1.6.1.0)

Dataene ble eksportert i .csv format og analysert i Matlab

2.6.2 Måling av kinematikken

For å måle hastighetene i bølgefeltet brukte vi en *Vectrino*, en akustisk doppler-hastighetsmåler (ADV) fra Nortek som er utviklet til bruk i laboratorier.

Den er en bi-statisk måler, det vil si at sender og mottaker er separert, noe som gjør at den kan registrere 3-dimensjonal strøm.

Senterproben sender ut par av pulser med høyfrekvent lyd (10 MHz). Tidsforskjellen mellom de to pulsene er kjent, og settes i Vectrinoens programvare. Lyden reflekteres fra partikler i vannet i et *sample volume* en kjent avstand foran senterproben. De fire mottakerne fanger opp lyden som sendes tilbake med et dopplerindusert faseskift, og det målte faseskiftet konverteres til hastighet ved å skaleres med lydets hastighet i vannet. Mottakerne fungerer i par, med to mottakere pr akse.

En slik metode med å måle faseskift skal være mer nøyaktig enn å bruke Dopplerfrekvensen direkte. [12]

Vectrinoen operer med fire kanaler, X , Y , Z_1 og Z_2 (merk at vi bruker store bokstaver for Vectrinoens koordinatsystem). Z_1 og Z_2 er to separate målinger (fra hvert sitt mottakerpar) av hastigheten langsmed Vectrinoens senterprobe. (I Norteks manualer refereres dette ofte til som *the vertical axis*). På grunn av Vectrinoens konstruksjonsmåte er dette den aksene som måles mest nøyaktig.

Parametre Vectrinoen har en rekke parametre som må bestemmes:

- Sampling rate [Hz]
- Nominal velocity range [m/s], mulige verdier = {4.00, 2.50, 1.00, 0.30, 0.10, 0.10, 0.03}
- Transmit length [mm], mulige verdier = {0.3, 0.6, 1.2, 1.8, 2.4}
- Sampling volume [mm], mulige verdier = {2.5, 4.0, 5.5, 7.0, 8.5}
- Power level {High, high-, low +, low}

En høy *sampling rate* vil føre til god tidsoppløsning, men lavere nøyaktighet

Nominal velocity range (NVR) er den viktigste parameteren å finne en god verdi for. Den setter tidsforsinkelsen mellom to pulser i et puls-par. En lav NVR vil gi større forsinkelse. Å sette for høy NVR i forhold til hastighetene man måler (liten forsinkelse) fører til mer støy i hastighetssignalet [13]. Men en for liten NVR vil gi fase-tvetydighet som viser seg som en abrupt, urealistisk endring i størrelse. Som oftest med skifte av fortegn [12]

Samme verdi for *nominal velocity range* gir forskjellige makshastigheter i vertikal og horisontal retning før vi får fase-tvetydighet. Siden den vertikale komponenten har høyere sensitivitet enn den horisontale vil den også ha lavere makshastighet den kan måle entydig.

Tommelfingerregel er å sette NVR så lavt som mulig uten at man risikerer at hastighetene blir så høye at man får feil. [14]

Transmit length setter varigheten på hver enkelt puls.

Målevolumet for vectrinoen er i følge manualen ca 50 mm foran senterproben.

Det har en irregulær form definert av kryssingen mellom den utsendte ultralydsøylen og mot-takersøylene. Men kan tilnærmes med en sylinder med diameter 6 mm og lengde på 2.5-8.5 mm, avhengig av den valgte verdien for *Sampling volume*.

Større målevolum gir mer nøyaktige målinger

En høy verdi for *Power level* gir stor nøyaktighet på bekostning av strømforbruk

Resultater I tillegg til å returnere de målte hastighetene for hver av de fire kanalene returnerer Vectrinoen også tre kvalitetsmål for hver kanal pr måletidspunkt:

- Signal to Noise Ratio (SNR) [dB], forholdet mellom styrken på det akustiske signalet og bakgrunnsstøyen.

Kvaliteten på målingene øker med økende SNR til en SNR rundt 15 eller 20, over det har ikke SNR-verdien noe å si. Avhengig av hva man er ute etter kan man godt få bra resultater selv om SNR faller under 10 [15]

For å få en god SNR-verdi er man avhengig av nok partikler i vannet

- Correlation, et mål på selv-similaritet, eller korrelasjonen mellom de to mottakerne. Oppgitt i prosent der 100 % er perfekt samsvar
Bør ligge på over 90 % og ikke ha for stor spredning
Gode målinger er avhengig av en god SNR, og at Nominal velocity range ikke er for liten i forhold til de faktiske hastighetene
- Amplitude, hvor mange amplituder Vectrinoen måler pr måling. Et mål på signalstyrke
Ikke så nyttig som de to andre for å sjekke kvaliteten på målingene

Resultatene fra hver kjøring lagres i en fil i det egne .vno formatet, som kan konverteres til to filer: en .hdr fil som har metadata om kjøringen, og en .data fil som inneholder målingene og kvalitetsmålene for hver av de fire kanalene for hvert måletidspunkt.

Partikler For at Vectrinoen skal kunne måle vannets hastighet må det være partikler i vannet slik at lydbølgene returneres.

Nortek anbefaler en partikkelkonsentrasjon på 20 - 30 mg/L. Men man kan som nevnt over bruke SNR til å se om det er nok partikler.

Vi brukte 50 μm Polyamid partikler som vi blandet ut med vann i en flaske før det ble tilsatt tanken.

Strøm induert av lyden fra Vectrinoen Siden målevolumet er et stykke unna proben, blir ADV-er ofte sett på som en ikke-intrusiv måte å måle hastigheter på. Men Poindexter, Rusello og Variano viser ved å bruke PIV hvordan ultralyden ADV-er sender ut inducerer en strøm i området foran senterproben [16].

Styrken på denne strømmen er avhengig av verdiene på de forskjellige parametrene på ADV-en. Den sterkeste påvirkningen på strømstyrken har *Power level* satt til *high*.

Denne strømmen påvirker måleområdet, så den vil føre til systematiske målefeil. Artikkelen av Poindexter og co lister opp verdier for denne strømmen i måleområdet for forskjellige verdier for de forskjellige parametrene slik at man delvis kan kompensere for effekten.

3 Pre-lab

3.1 JONSWAP-spekter og styresignal til padla

I følge elementær bølgemakerteori er det en direkte sammenheng mellom fourierkoeffisientene til padlas bevegelse og fourierkoeffisientene til overflatehevningen [17].

Derfor brukte vi JONSWAP-spekteret til å lage en tidsserie som styrer bevegelsene til stempepadla.

Siden $S(\omega_n) \rightarrow 0$ når $\omega_n/\omega_p \rightarrow 0, \infty$ vil ikke veldig små eller store ω_n/ω_p bidra til bølgetilstanden. Derfor valgte vi inkludere bare frekvensene der

$$S(\omega_n) \gtrsim \frac{S(\omega_p)}{500}$$

som tilsvarer

$$0.64 \leq \frac{\omega_n}{\omega_p} \leq 2.90$$

som med vår peakfrekvens, $\omega_p = 5.712$, blir

$$3.66 \text{ s}^{-1} \leq \omega_n \leq 16.56 \text{ s}^{-1}$$

Se figur 3

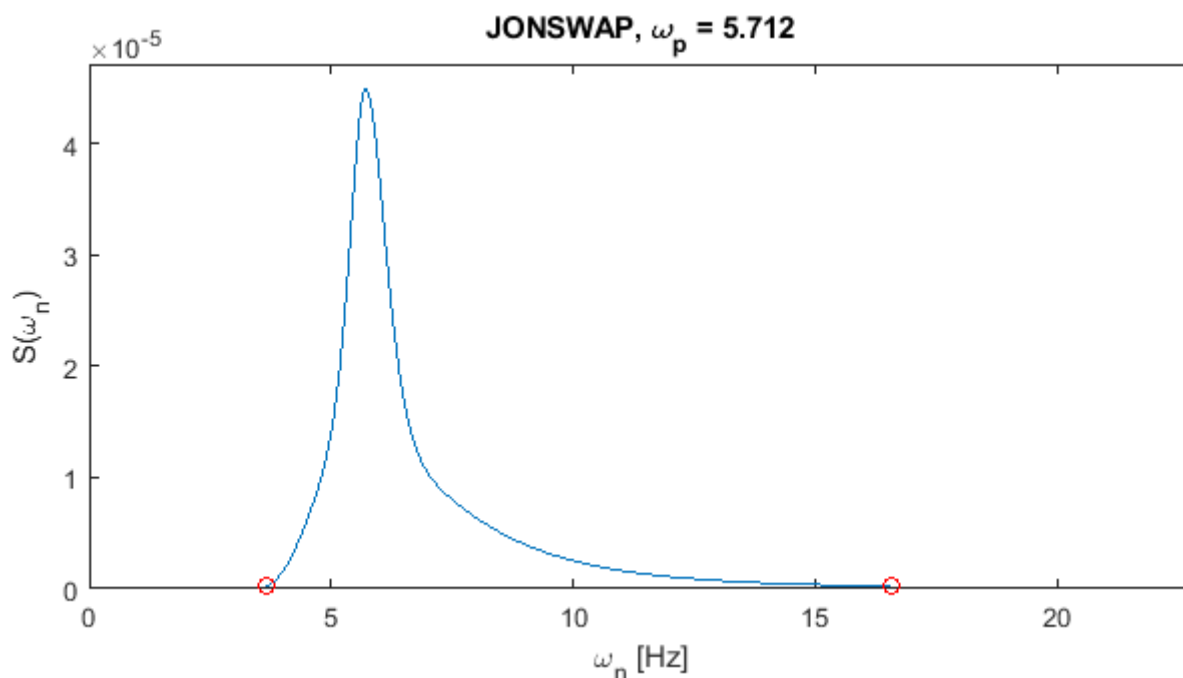


Fig 3: JONSWAP spekteret, $0.64 \leq \frac{\omega_n}{\omega_p} \leq 2.90$ som tilsvarer der $S(\omega_n) > \frac{S(\omega_p)}{500}$. Grensene for hvilke frekvenser som er med i spekteret er markert med \circ

Padlas utslag er proporsjonal med spenningen på styrestrømmen som sendes inn, med U_0 når

padla er i midtposisjon. Derfor lagde vi et script som produserer følgende spenningsserie

$$U = U_0 + \Delta U \sum_{n=1}^N \sqrt{2\Delta\omega S(\omega_n)} \cos(\omega_n t + \delta_n) \quad (5)$$

der ω_n er jevnt fordelt mellom $0.64 \omega_p$ og $2.90 \omega_p$, δ_n er tilfeldig uniformt fordelt i $[0, 2\pi)$ og ΔU er en skaleringsfaktor

For å finne N , antall frekvenskomponenter antok vi at skjevheten og kurtosen til overflatehevningene ville konvergere ved den samme N som skjevheten og kurtosen til padlesignalet. Derved lagde vi 20 padleserier ved $N = 100, 300, 700, 1000, 2000, 3000, 4000, 5000, 6000$ og så hvor stor N som krevdes for at skjevhet og kurtose skulle konvergere

Se figur 4 for resultatene av test for konvergens i skjevhet og kurtose for antall noder i styresignalet til bølgepadla

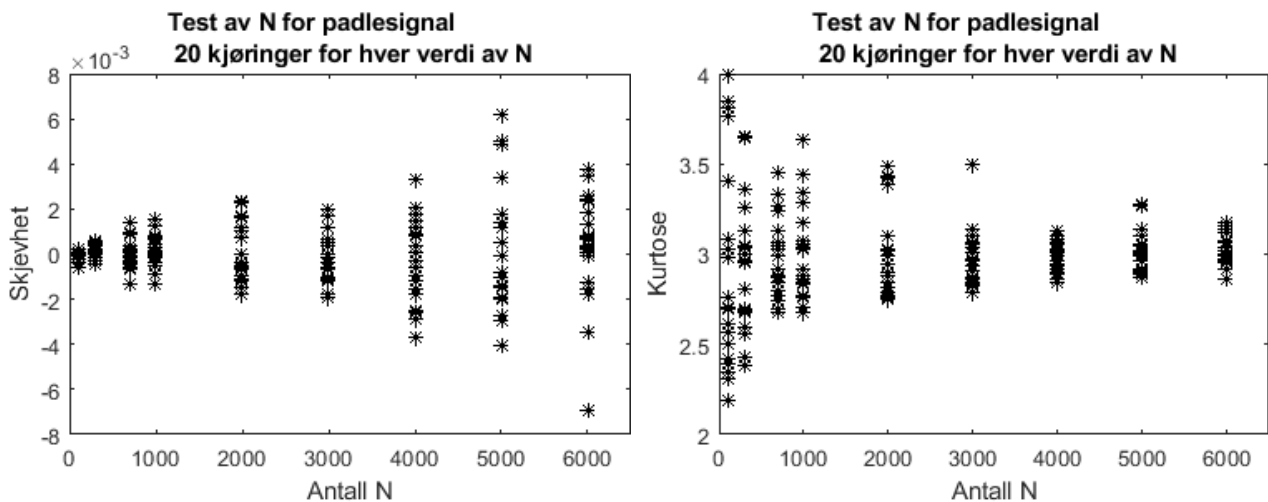


Fig 4: Test av konvergens av skjevhet og kurtose for økende antall noder i signalet til bølgepadla

Det ser ut som kurtosen konvergerer for $N \geq 3000$. Skjevheten konvergerer ikke, men er i praksis 0 for alle verdiene av N . Derfor landet vi på $N = 3000$ for å begrense beregningstiden.

Se figur 5 for histogram over padlesignalet sammenlignet med en Gaussisk fordeling og figur 6 for sammenlikning mellom effektspekteret til padlesignalet og et teoretisk JONSWAP spekter.

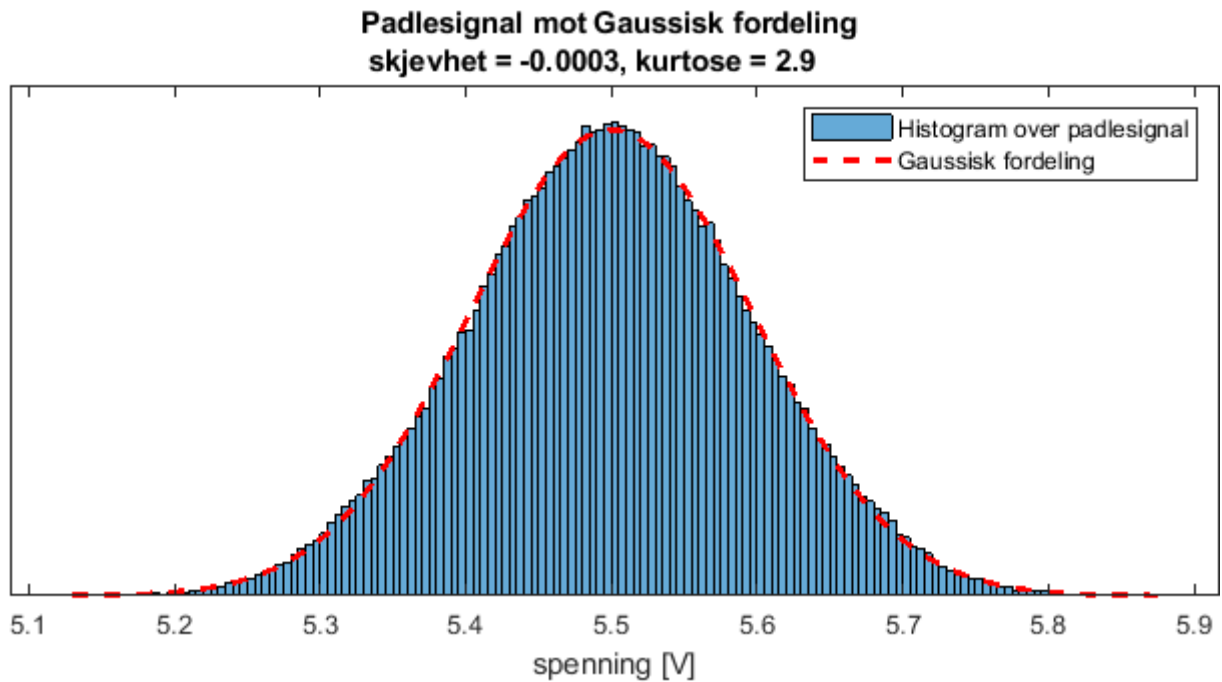


Fig 5: Histogram over padlesignalet plottet sammen med en Gaussisk fordeling gitt ved (1)

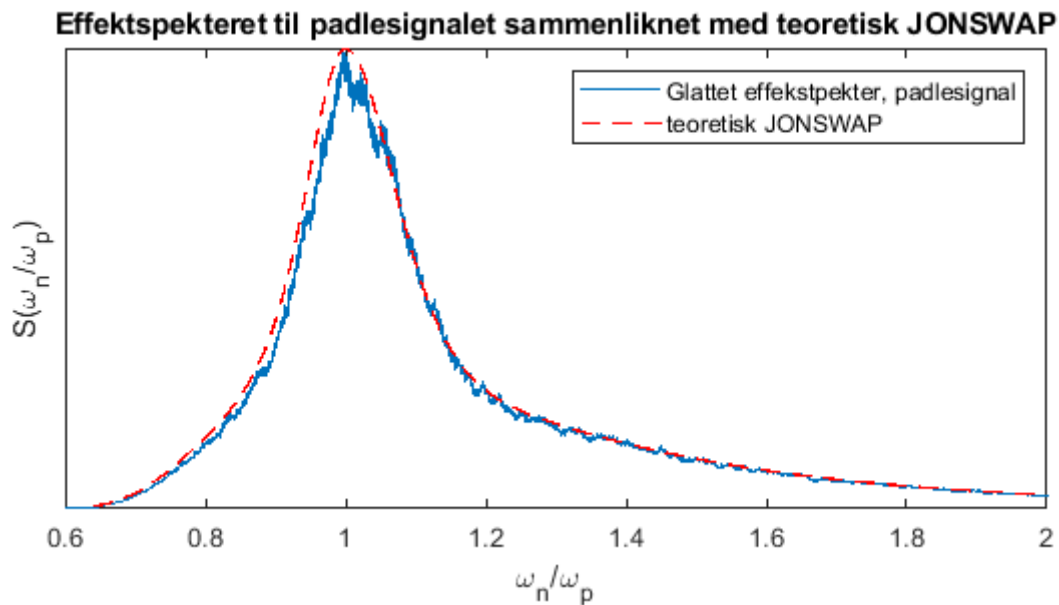


Fig 6: Sammenlikning mellom effektspekteret til padlesignalet og et teoretisk JONSWAP spekter

3.2 Bestemmelse av parametre ved tanken/oppsettet

3.2.1 Lengden på hver kjøring

Siden verdiene på de statistiske parametrene konvergerer som $\sqrt{\frac{C}{N}}$ testet vi hvor lang tidsserie vi måtte ha på hver kjøring for at verdiene skulle konvergere. Vi fant at 90 min var nødvendig, og selv da måtte vi anslå de underliggende verdiene.

Å kjøre lengre serier var ikke praktisk gjennomførbart verken med tanke på tid i laben eller datamengder som skulle prosesseres.

3.2.2 Vanndybde i tanken, peakperiode på spekteret og ΔU

Raustøl viste at jo lavere dimensjonsløst dyp på grunna ($k_{p,2}h_2$, der subscript 2 angir at det er på grunna), jo mer ikke-Gaussisk ble feltet.

Siden vi ønsket å ha både nær-Gaussisk og sterkt ikke-Gaussisk bølgefelt, begge deler helst på grunna, siktet vi oss inn mot $k_{p,2}h_2 \approx 0.65$. I tillegg ville vi ha en steilhet på grunna som er ca samme som Raustøl hadde ($k_{p,2}a_c \approx 0.05$) men uten at bølgene brøt.

Parametrene som bestemmer $k_{p,2}h_2$ er peak-perioden i JONSWAP-spekteret, T_p , og dypet på den dype enden, h_1 .

Steilheten blir i tillegg bestemt av skaleringsfaktoren til svingningene til padlesignalet, ΔU i (5)

Raustøl oppnådde ønsket $k_{p,2}h_2$ med $T_p = 0.9$ s og $h_1 = 0.50$ m. Men det ville gi $h_2 = 0.08$ m som gjorde at vi risikerte at den øverste målearmen på Vectrinoen kom over vann i bukene. Vi regnet derfor ut hvilke verdier for T_p vi måtte ha ved $h_1 = 0.53$ m og $h_1 = 0.55$ m for å oppnå ønsket $k_{p,2}h_2$, se tabell 1

Tabell 1: Dimensjonsløst dyp på grunna for forskjellige peakperioder T_p og forskjellige vanndybder

T_p [s]	h_1 [m]	$k_{p,2}h_2$
1.05	0.53	0.68
1.1	0.53	0.64
1.2	0.53	0.58
1.1	0.55	0.71
1.2	0.55	0.64
1.3	0.55	0.59

For å hjelpe til med å få så stor steilhet som ønsket uten å måtte ha alt for store amplituder valgte vi $T_p = 1.1$ s og $h_1 = 0.53$ m

Vi gjorde tester og fant den største ΔU som ikke førte til bølgebrytning. Det ga en steilhet på $a_c k_p = 0.055$

3.2.3 Måledybde for ADV-en

Vi antok at strømmene var sterkest nær overflaten så ville montere Vectrinoen ganske langt opp uten å risikere at armene kom over vann i bukene. Litt prøving og feiling ga en måledybde på 48 mm under vannets likevektsoverflate. Med 11 cm vann på grunna var det ca midt mellom

likevektsoverflaten og bunnen.

3.3 Bestemmelse av parametrene for måleinstrumentene

3.3.1 Måling av overflatehevninger

Siden vi ville måle overflatehevningene på mange steder, og bare hadde fem prober valgte vi å måle fire steder pr kjøring med én probe pr sted heller enn å bruke flere prober pr målepunkt.

Det ga oss ingen dropouts med en samplerate på 125 Hz, og vi valgte det fordi vi uansett ville få nok data med 90 minutters kjøring.

3.3.2 Måling av kinematikken

Etter testing og vurderinger landet vi på at standardinnstillingene for *Sampling rate*, *Transmit length* og *Sampling volume* ga gode resultater.

Vi kjørte på nettstrøm så satt *Power level* til *high* for stor nøyaktighet. Og vi målte makshastigheter rundt 0.2 m/s.

Det ga innstillingene

- Sampling rate = 200 Hz
- Nominal velocity range = 0.30 m/s (gir velocity range i $Z_1, Z_2 = 0.27$ m/s)
- Transmit length = 1.8 mm
- Sampling volume = 7.0 mm
- Power level = High

4 Gjennomføring av eksperimentene

4.1 I laben

Eksperimentene ble gjennomført i bølgetanken på Universitetet i Oslo. Tanken er 24.5 m lang med en stempelpadla i ene enden og en demping i andre enden. Dempingstranden begynner 21.5 m fra stempelpadla.

Grunna ble montert slik at begynnelsen på oppoverbakken var 10.6 m fra midtposisjonen til stempelpadla.

Med en vanddybde i den dype enden på $h_1 = 0.53$ m var dybden på grunna $h_2 = 0.11$ m.

Koordinatsystemet ble valgt slik at x -aksen gikk horisontalt langsmed bølgenes forplantningsretning med $x = 0$ på begynnelsen av grunna, y -aksen vertikalt med $y = 0$ i høyde med likevektsvannoverflaten.

Se figur 7 for en skjematisk fremstilling av oppsettet

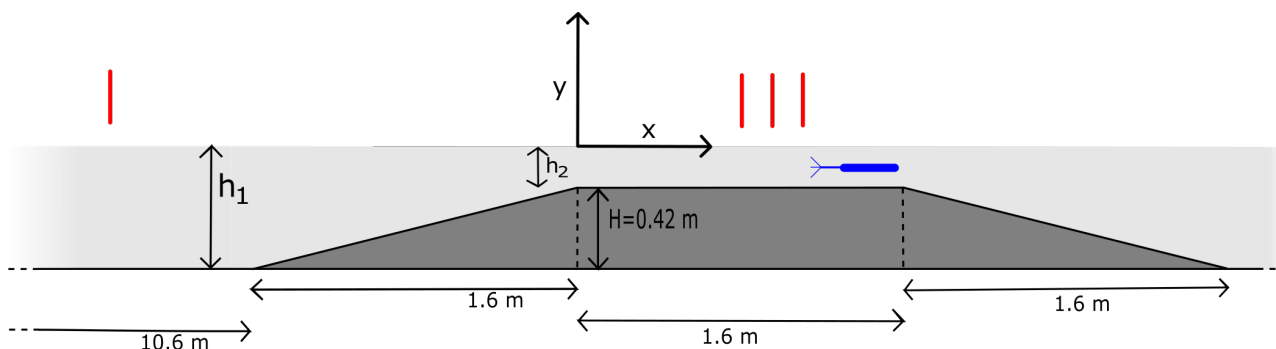


Fig 7: Oppsett og koordinatsystem, Prober i rødt, ADV i blått

Vi ville måle hvordan overflatehevningene, og hastighetene på en fast dybde, var langs tanken. Men siden vi hadde bare fire kanaler for ultralydprobene, og kun en ADV, måtte vi gjenta forsøket mange ganger og måle på forskjellig sted hver gang.

Vi monterte ultralydprobene loddrett, og vectrinoen vannrett, på en ramme slik at tre av ultralydprobene sto etter hverandre med en intern avstand på 25 cm. Den bakerste proben (lengst vekk fra padla) målte rett over måleområdet til ADV-en.

For hver kjøring av eksperimentet ble rammen flyttet.

I tillegg var en probe montert på den dype enden av tanken for å dobbeltsjekke at feltet inn var det samme for alle kjøringene.

Siden vi ville ha lite vann over grunna valgte vi å montere Vectrinoen vannrett, og for at den skulle forstyrre strømmen minst mulig monterte vi den sånn at den pekte mot bølgepadla. Siden Z -aksen er den aksene Vectrinoen måler mest nøyaktig valgte vi å fokusere på hastighetene i x -retning.

På de første kjøringene tilsatte vi partikler underveis når SNR ble lav. Etterhvert var det så mye partikler i tanken at det holdt å virvle opp partiklene mellom kjøringene, med tilsetning av partikler mellom noen kjøring.

Når vi tilsatte under kjøring helte vi veldig forsiktig ca 20 cm etter Vectrinoen (vekk fra padla)

På starten av hver dag hadde vi faste rutiner:

- måle vannstanden og fylle vann om nødvendig (samme meterstokk)
- sjekke at Vectrinoen var på riktig dybde
- koste opp gamle partikler og tilsette nye om SNR var lav
- vente til vannet var stille (kontrollert visuelt og på målingene fra Vectrinoen)

Opptakene for både ultralydprobene og Vectrinoen startet 30 sekunder etter at padla startet og sluttet samtidig med padla. Ultralydprobene var på trigger fra stempelpadla, Vectrinoen måtte startes og stoppes manuelt

Selv om vi hadde passet på å velge parametre sånn at brytning ikke skulle skje ble dette kontrollert visuelt, og det kan ikke utelukkes at litt mikrobrytning forekom en sjelden gang

4.2 Etterpå

4.2.1 η fra ultralydprobesignalet

Probene måler avstanden til overflaten så for å få ut overflatehevninger ut ifra likevektsposisjonen satt vi

$$\eta_m = -(a_n - \bar{a}_n)$$

der a_n er avstandene målt med proben, \bar{a}_n er gjennomsnittet av målingene og det negative fortegnet er fordi ultralydprobene peker nedover

4.2.2 Feltet inn

Vi hadde antatt at feltet inn var det samme for alle kjøringene slik at alle målingene mine var gjort under like forhold

For å sjekke at dette stemte tok vi fem tidsserier fra probe nr 1 (fra tre forskjellige dager), tok standardavviket for de fem ved hvert tidspunkt, og tok gjennomsnittet av standardavvikene. Det ga et gjennomsnittlig standardavvik på 0.38 mm som er 1.47 og 1.61 % av maks utslag i hhv positiv og negativ retning

I tillegg ville vi at bølgefeltet skulle ha JONSWAP-spekter. Så vi regnet ut effektspekteret til overflatehevningene på den dype enden og sammenliknet med et teoretisk JONSWAP spekter, se fig 8.

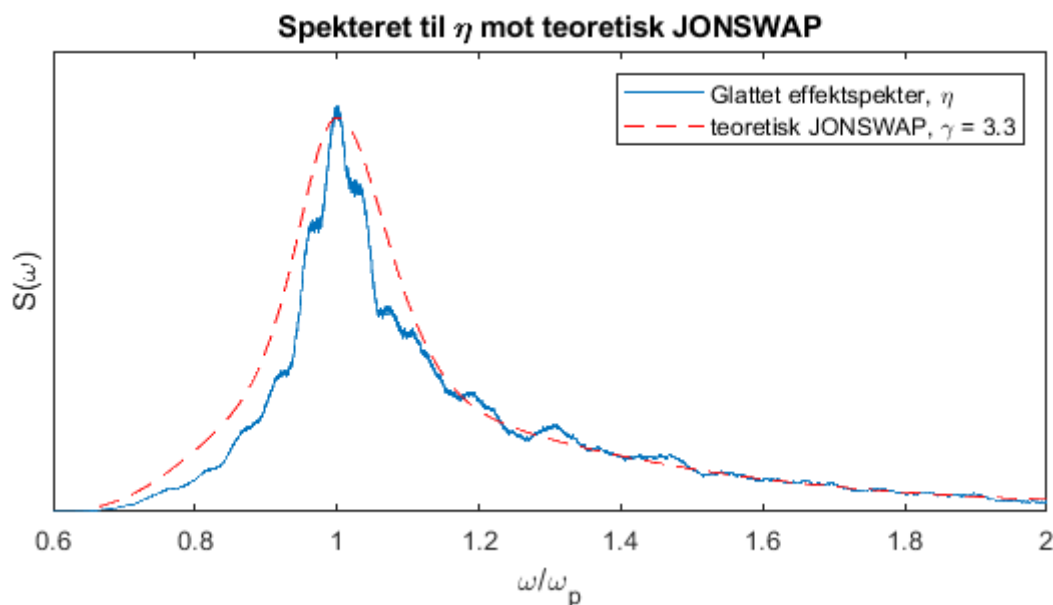


Fig 8: Spekteret til inn-feltet på den dype enden (ca 8 m fra padla) sammenliknet med et teoretisk JONSWAP spekter

4.2.3 Finne $v_{x,\text{best}}$ fra $v_{x,1}$ og $v_{x,2}$

Slik Vectrinoen var satt opp ga den to uavhengige målinger for v_x for hvert tidspunkt, $v_{x,1}$ og $v_{x,2}$. Så spørsmålet var hvordan vi skulle velge det beste estimatet for v_x for hvert måletidspunkt.

Målet måtte være å luke ut de verdiene som var feil (ut ifra et fast krav) og så bruke gjennomsnittet av de to der begge var like riktige for å få mindre måleusikkerhet

Vectrinoen gir tre mål på kvaliteten av hver enkel måling:

- correlation
- amplitude
- SNR

i tillegg kan man definere

- Δv_x , forskjellen mellom de to målingene ved et gitt tidspunkt

Vi testet ut hvor godt de fire parametrene betegnet kvaliteten på målingene og fant at ingen av de innebygde kvalitetsmålene var nyttige å bruke for å luke bort målinger som avvek mye fra teoretiske verdier. Vi klarte ikke finne en terskelverdi som plukket ut åpenbare feil uten at

masse verdier som var helt fine også ble fjernet. Derved måtte vi enten få feilmålinger eller miste masse informasjon. Heller ikke der de to målingene var ulike plukket noen av de innebygde kvalitetsmålene ut hvilken av de to verdiene som var mest troverdig.

Derimot virket det som Δv_x plukket ut feilmålingene, siden vi ikke fant tilfeller der både Z_1 og Z_2 hadde åpenbare feil. Det virket også som de punktene som blir plukket ut med å bruke Δv_x som kvalitetsmål er tilfeldig spredd langs kurven, altså at å fjerne punktene ikke vil lage en systematisk feil.

Derfor lagde vi følgende prosedyre for å lage $v_{x,\text{best}}$:

- der de to målingene har $\Delta v_x >$ terskelverdi settes $v_{x,\text{best}}$ til NaN
- ellers settes $v_{x,\text{best}}$ til gjennomsnittet av $v_{x,1}$ og $v_{x,2}$

4.3 Bruken av konvergenstrakter

Som beskrevet i seksjon 2.3 konvergerer de statistiske parametrene som $\sqrt{\frac{C}{N}}$ der N er antall målinger og C er en parameter-spesifikk konstant.

Dette brukte vi til nøyaktigere å anslå verdien på parametrene ved å plote en *konvergenstrakt* sammen med verdien på momentene for økende antall N .

Kjøringene var på 90 min, og vi brukte 45 forskjellige intervallengder. Se figur 9 for eksempel på bruken.

Det at verdiene konvergerer saktere enn teorien (konvergenstrakten) tilsier kan være et tegn på at de individuelle målingene ikke er uavhengige av hverandre, og at vi har valgt en høy nok sample rate.

For en del x -verdier tok det enda lenger tid før det konvergente. Og det var der vi hadde høye verdier for skjevhet og kurtose og den underliggende prosessen ikke var Gaussisk. Noe som stemmer bra med teorien.

4.4 Avvik i målingene

Siden vi gjorde mange målinger fikk vi for flere x -verdier flere målinger av overflatehevningene. Dette brukte vi til å finne avvik for skjevhet og kurtose ved å sette avviket til gjennomsnittet av standardavvikene for alle x -verdiene med tre målinger av overflatehevningene.

For målingene av hastighetene gjorde vi tre målinger på samme sted for å finne standardavvikene for gjennomsnitt, standardavvik, skjevhet og kurtose.

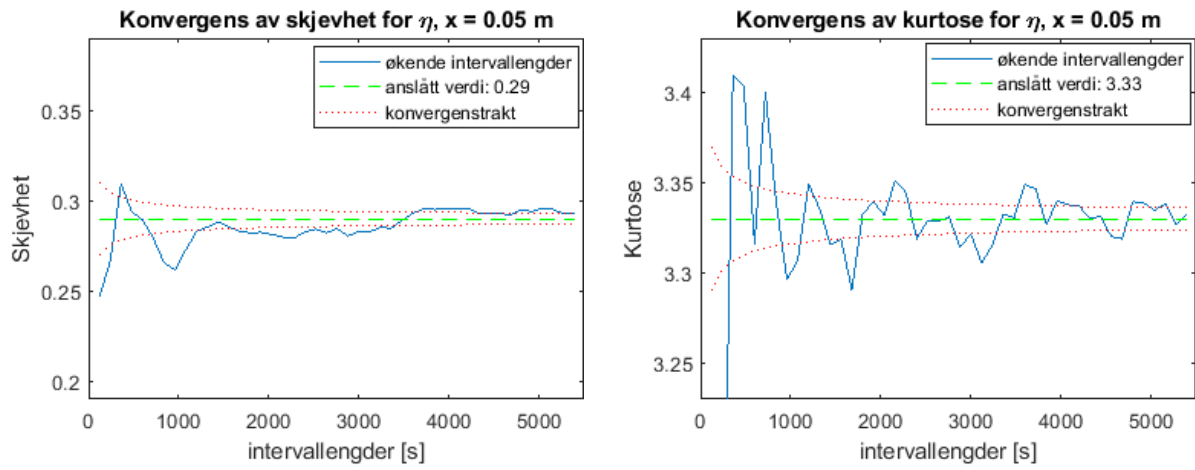


Fig 9: Bruken av konvergenstrakter for å estimere verdien på skjevhet og kurtose

5 Test av instrumentene

For å teste ultralydprobene og Vectrinoen gjorde vi en test med monokromatiske bølger med fast dybde. Vi brukte tre forskjellige felt inn (forskjellige amplituder) og tre forskjellige måledybder for Vectrinoen. Med feltet med størst amplitude kom Vectrinoen over vannet i bukene når den var på den laveste måledybden, så det ble åtte forskjellige testsituasjoner. I hver av testsituasjonene gjorde vi 5 kjøring.

Se tabell 2 for en oversikt over felt og måledybde for de forskjellige testsituasjonene. Feltene 1-3 har økende amplituder.

Tabell 2: Testsituasjonene

Testsituasjon	Felt nr	Måledybde ADV [m]
1	1	-0.05
2	1	-0.08
3	1	-0.12
4	2	-0.05
5	2	-0.08
6	2	-0.12
7	3	-0.08
8	3	-0.12

De to feltene med lavest amplitude (felt 1 og 2) var for å teste instrumentene i steilheter som ligner det eksperimentene var gjort i, mens felt 3 var for å få hastigheter opp mot hastighetene vi hadde i eksperimentene.

Alle feltene hadde periode $T = 1.1$ s som var peak-perioden på det irregulære feltet vi brukte under eksperimentene. Med vanndybde $h = 0.53$ m ga det en dimensjonløs dybde $kh = 1.85$.

Vi hadde gruppehastighet

$$\begin{aligned}
 c_g &= \frac{\partial \omega}{\partial k} \\
 &= \sqrt{\frac{g}{k \tanh kh}} \left(\frac{\tanh kh + kh \operatorname{sech}^2 kh}{2} \right) \\
 &= 0.97 \text{ m/s}
 \end{aligned}$$

Forsøksområdet var ca 10 m fra padla så for at bølgene skulle ha stabilisert seg, men ikke blitt reflektert tilbake fra andre siden av tanken (begynnelsen av dempestranda) måtte forsøket skje

under tiden

$$10 \text{ m} \leq c_g t \leq 33 \text{ m}$$

$$10.3 \text{ s} \leq t \leq 34.0 \text{ s}$$

Som før ble start og stopp av opptak for ultralydprobene styrt av synk-signal fra padla mens start og stopp på Vectrinoen ble gjort manuelt.

5.1 Ultralydprobene som måler overflatehevningene

5.1.1 Unøyaktighet i målingene av η

Vi plukket ut lokale maksima og minima ved Matlabs *findpeaks* funksjon, tok differansen mellom gjennomsnittshøyden for hhv kammene og bunnene, satt den til H og fant amplituden for hvert run ved (4). Så satt vi amplituden for den testsituasjonen til gjennomsnittet av amplitudene for kjøringene i testsituasjonen.

$kh = 1.85$ gir $\left| \frac{H/2 - a_{\text{ikkelineær}}}{H/2} \right| < 1\%$ ved $H < 0.29$ m som er mye større enn bølgehøydene vi hadde, så vi gjorde ingen signifikant feil ved å bruke den lineære amplituden.

$\sigma_{\text{målt}} \geq \sigma_{\text{prober}}$ fant vi ved å ta standardavviket for de fem målingene ved hvert tidspunkt og ta gjennomsnittet av disse standardavvikene

Se tabell 3 for $\sigma_{\text{målt}}$ for de åtte aktuelle testsituasjonene.

Tabell 3: Gjennomsnittlige standardavvik for overflatemålingene

	#	H [mm]	a [mm]	ak	$\sigma_{\text{målt}}$ [mm]
Felt 1	1	12.6	6.3	0.022	0.15
	2	12.9	6.5	0.023	0.25
	3	12.8	6.4	0.022	0.13
Felt 2	4	62.9	31.5	0.11	0.47
	5	62.9	31.4	0.11	0.43
	6	64.0	32.0	0.11	0.60
Felt 3	7	99.2	49.6	0.17	1.50
	8	101.5	50.7	0.18	1.24

Vi kan se at med steilhet som er i nærheten av de vi hadde i eksperimentene hadde vi et gjennomsnittlig avvik som var lavere enn produsentene oppga, på det laveste faktisk lavere enn den tekniske oppløsningen på 0.18 mm.

Med det steileste feltet var avvikene mye større, og da burde vi nok brukt en konfigurasjon med flere prober, som nevnt i manualen, se seksjon 2.6.1.

Steilheten vi hadde i eksperimentene våre var $a_c k_p = 0.055$, altså mellom steilhetene til felt 1 og 2. Så vi forventer et gjennomsnittlig avvik i målingene av η til $0.18 \text{ mm} < \sigma < 0.50 \text{ mm}$ der grenseverdiene er gjennomsnittet av $\sigma_{\text{målt}}$ for felt 1 og 2.

5.1.2 Sammenlikning med teori

For å sammenlikne med teori plottet vi den målte overflaten for de fem kjøringene i en test-situasjon sammen med overflaten gitt ved Stokes-teori til andre orden på endelig dybde, gitt ved (2).

Fasene til den teoretiske overflaten fant vi ved manuell avlesning og brukte amplitudene i tabell 3.

Se figurene 10, 11 og 12 for utsnitt av sammenlikningene, ett eksempel per bølgefelt.

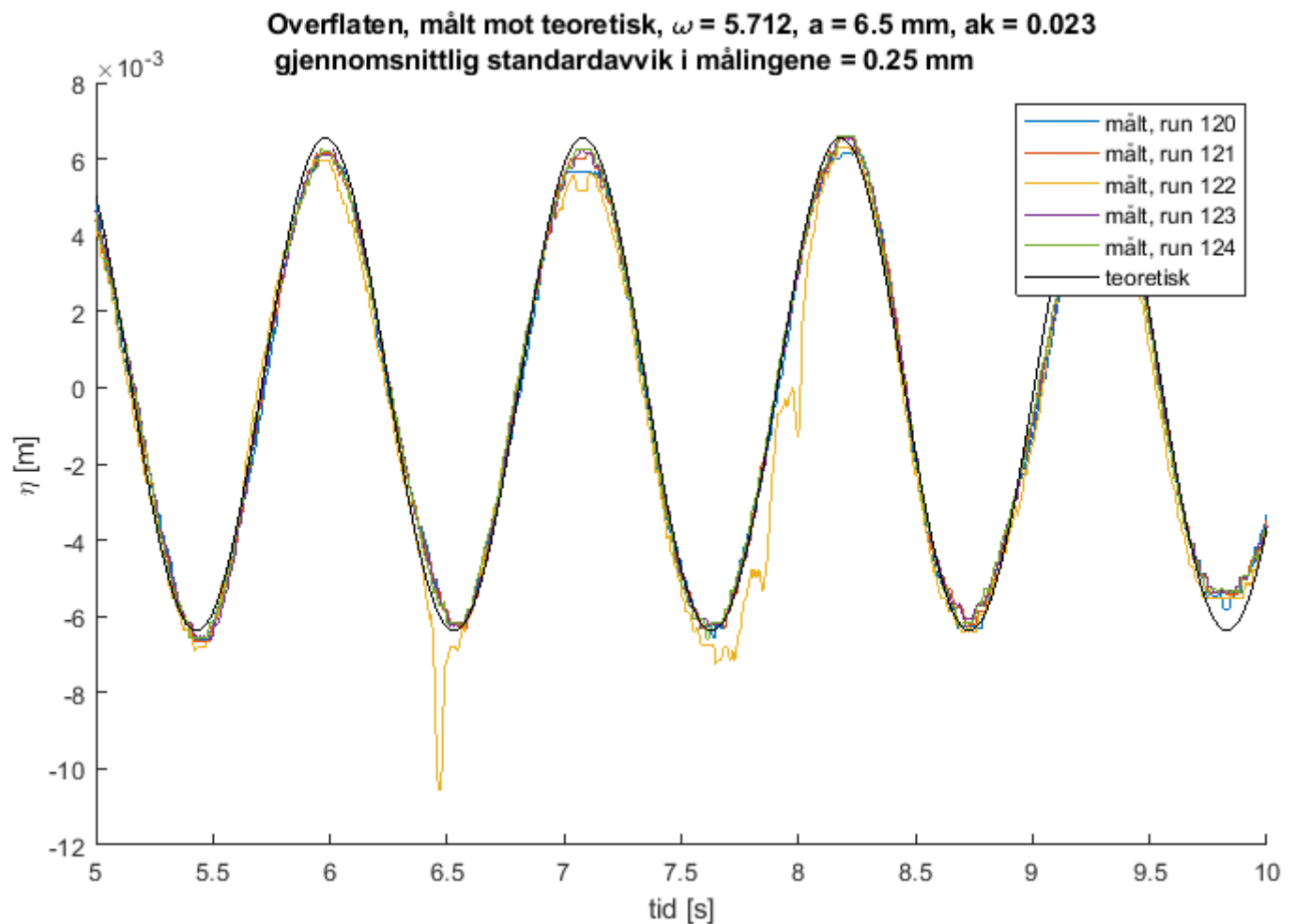


Fig 10: Utsnitt av testresultater plottet sammen med teoretisk overflate, testsituasjon # 2. Dette var den eneste testsituasjonen der vi opplevde så store avvik i en måling. Figuren gjør seg best i farger

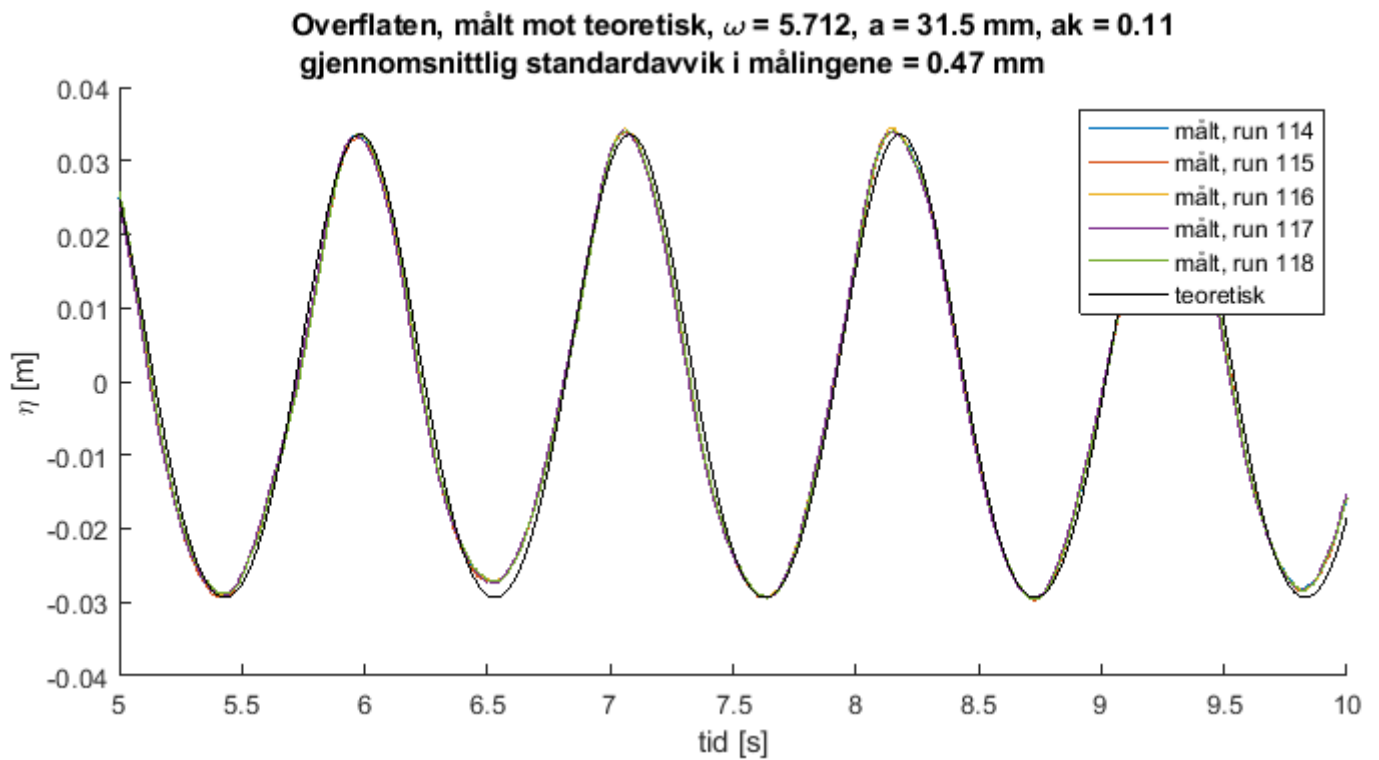


Fig 11: Utsnitt av testresultater plottet sammen med teoretisk overflate, testsituasjon # 4. Figuren gjør seg best i farger

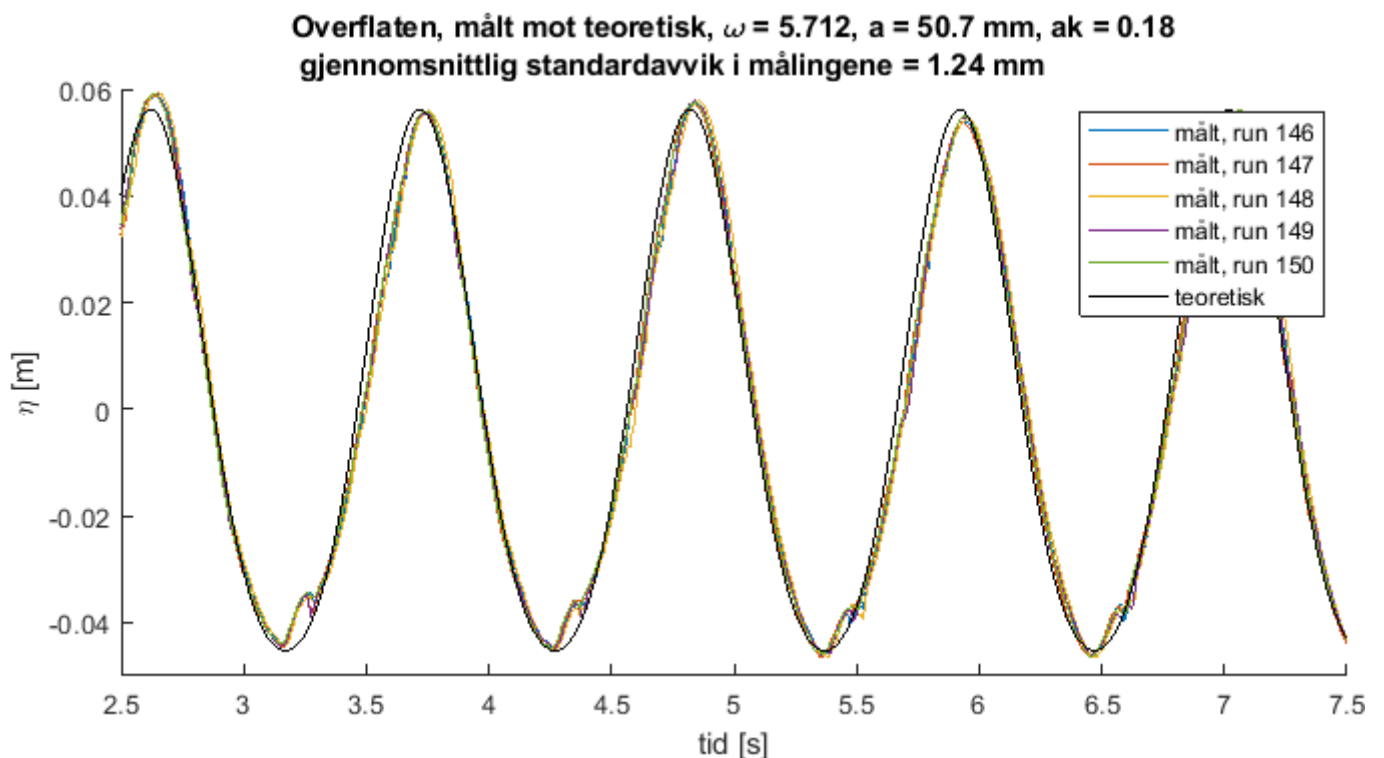


Fig 12: Utsnitt av testresultater plottet sammen med teoretisk overflate, testsituasjon # 8. Figuren gjør seg best i farger

For run 122 (den gule linjen i figur 10) var det noen større avvik. Vi har ikke klart å finne ut hvorfor. Vi tilsatte partikler før den kjøringen så det kan ha ligget noen partikler på overflaten.

Men det var ikke den eneste kjøringen vi gjorde det på, men den eneste kjøringen vi opplevde slike avvik.

Vi ser at målingene stemmer godt overens med teorien, spesielt for de minst steile feltene. Der målingene ikke passer helt overens med teorien passer målingene seg imellom godt overens. Så vi antar at bølgene ikke er perfekte sinusbølger på grunn av modulasjonsustabiliteten som viser seg for selv de minste steilhetene.

For de steileste bølgene, figur 12, begynner ikke-lineære effekter vise seg tydelig, blant annet i bukene.

5.2 Vectrinoen som måler hastighetene

Vi ville teste Vectrinoen med de samme innstillingene vi brukte under eksperimentene, og der-ved fikk vi for små hastigheter i de testene vi hadde sammenliknbare steilheter, og for stor steilhet i de testene vi hadde sammenliknbare hastigheter.

Det første forventet vi ville føre til store usikkerheter i testene med liten amplitude. Det andre forventet vi ville føre til at vi risikerte at ikke-lineære effekter ville vise seg i testene med de største amplitudene.

5.2.1 Litteratur om Vectrinoen

Det er publisert mye om funksjonen og nøyaktigheten både til ADV-er generelt og Vectrinoen spesielt.

Vectrinoen er et *plug-and-play* instrument som blir kalibrert på fabrikken, og geometrien til proben endrer seg ikke med mindre den blir fysisk skadet. Normalt kan enhver deformasjon oppdages ved enkel inspeksjon [18], men softwaren til Vectrinoen har også en innebygget sjekk (Probe check) som vil avdekke slike skader

Rusello, Lohrmann, Siegel og Maddux testet Vectrinoen mot PIV-målinger og har funnet ut at Vectrinoen er innenfor en nøyaktighet på 4 % [13]

5.2.2 Sammenlikne målingene av v_x med teori

Siden Vectrinoen midler over en sylinder med diameter 6 mm, og vi anslo avlesningsusikkerheten for måledybden til ± 3 mm forventer vi at den målte verdien $v_{x,m\ddot{a}lt}(y_0, t)$ skal ligge mellom $v_{x,teori}(y_0 - 6mm, t)$ og $v_{x,teori}(y_0 + 6mm, t)$

Den teoretiske hastigheten vi sammenlikner med fant vi fra (3), men kompensert for den målte strømmen (gjennomsnittet av v_x under forsøket)

Fasene på målingene er funnet slik at avviket mot teori for hver enkelt måling er minst.

Se figurene 13, 14 og 15 for utsnitt av målingene for henholdsvis testsituasjon 2, 5 og 8.

Vi ser at vi stort sett får de resultatene vi forventet. De relative avvikene mellom målingene er størst for situasjonen med minst steilhet, og ikkelineære effekter viser seg for situasjonene med størst steilhet.

Vi ser også at ved større steilheter måler vectrinoen minst avvik (mellom målingene og i forhold til teori) ved negativ akselerasjon. Mens avvikene er større ved positiv akslerasjon og i bukene og kammene.

Denne testen hadde nok vært bedre som validisering av Vectrinoen om vi hadde hatt både steilhet og hastighet av samme størrelse som under forsøkene i en testsituasjon. Men etter å ha lest om Vectrinoen og sett måleseriene følte vi oss ganske trygge på at målingene var til å stole på.

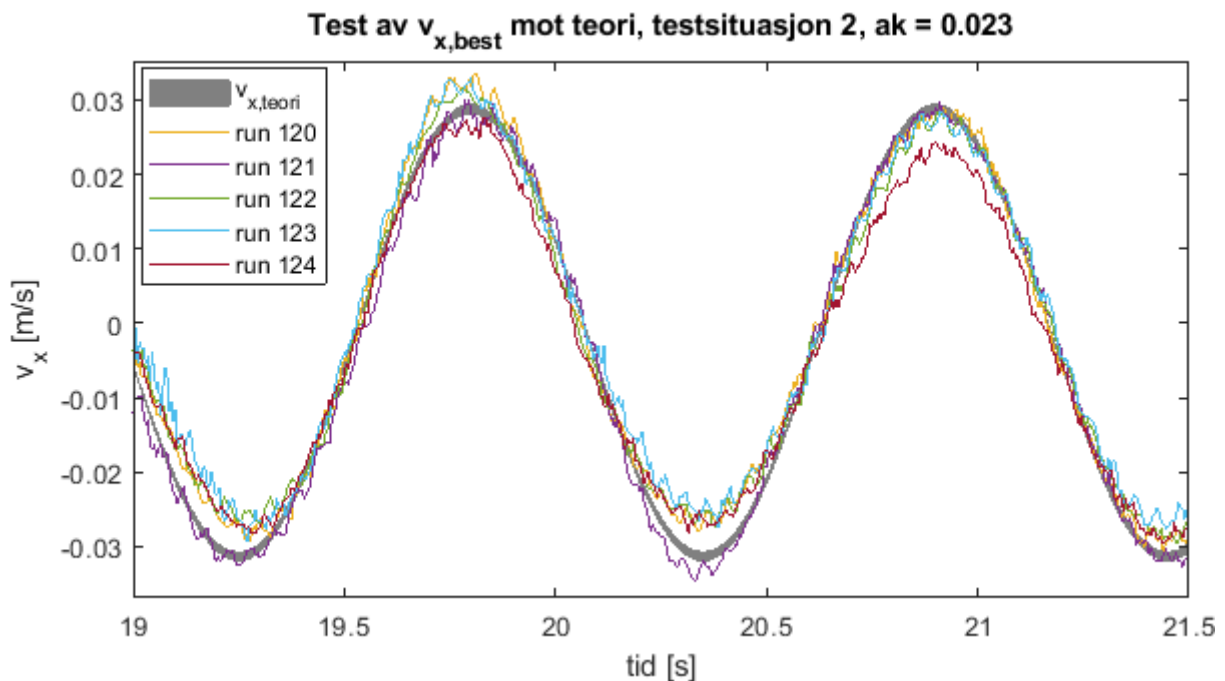


Fig 13: Målingene av v_x sammenlignet med teori, testsituasjon # 2. Figuren gjør seg best i farger

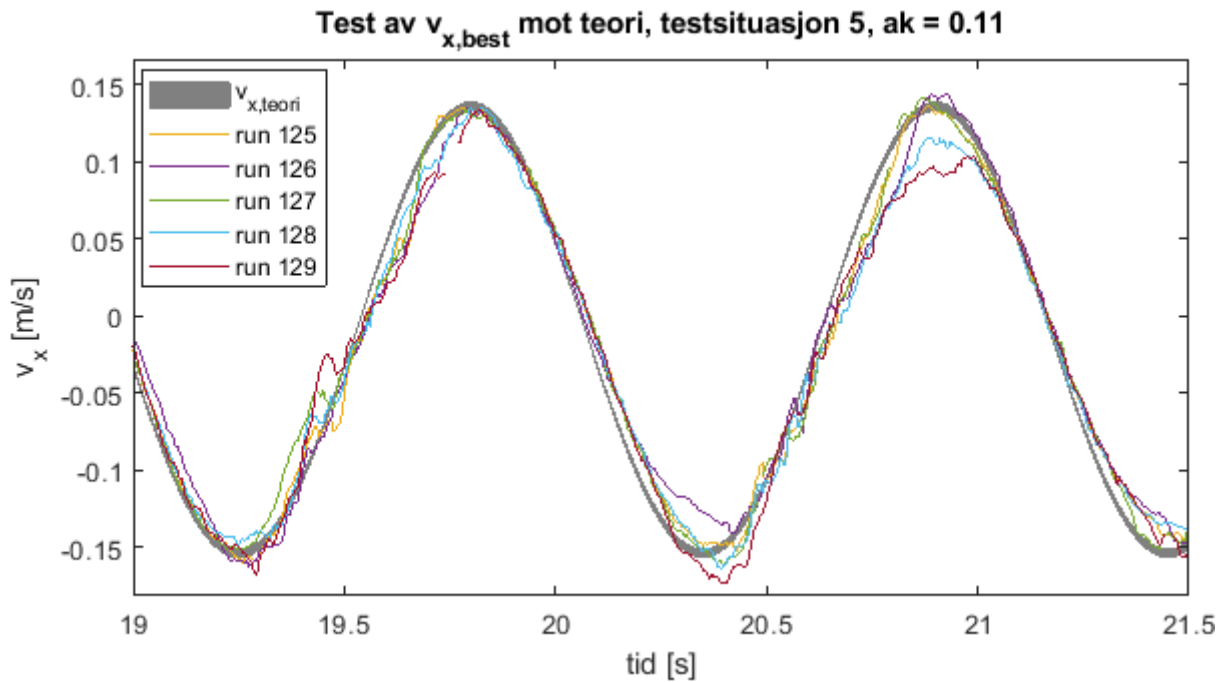


Fig 14: Målingene av v_x sammenlignet med teori, testsituasjon # 5. Figuren gjør seg best i farger

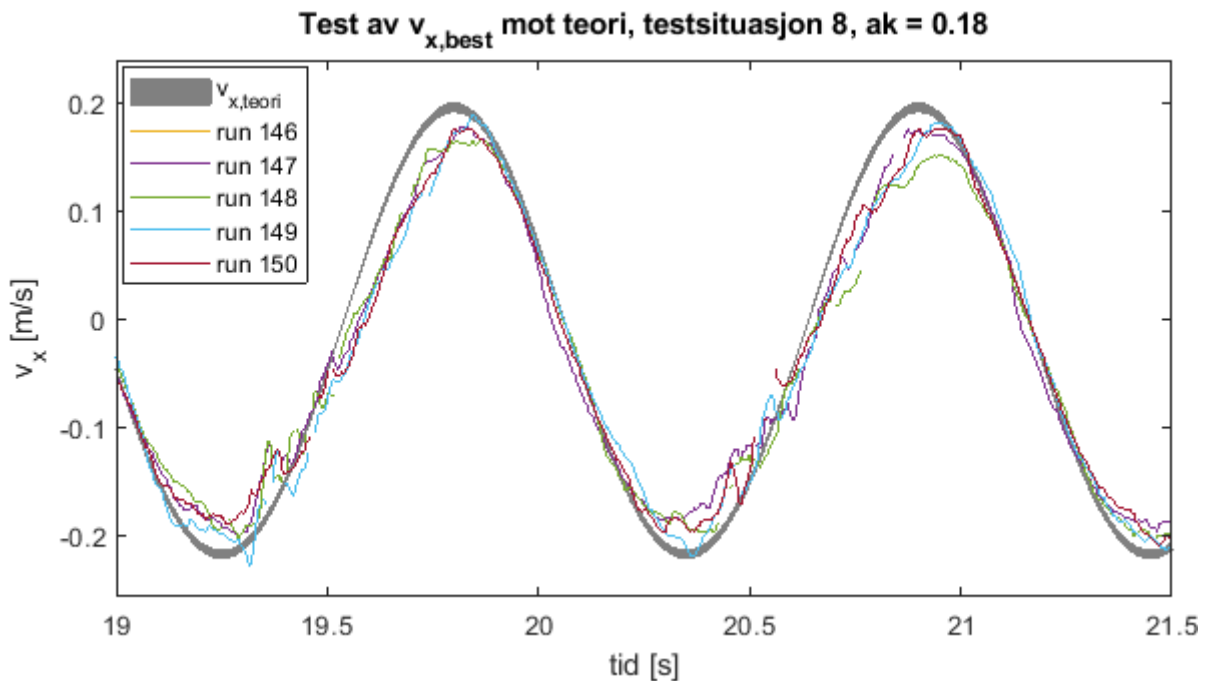


Fig 15: Målingene av v_x sammenlignet med teori, testsituasjon # 8. Figuren gjør seg best i farger

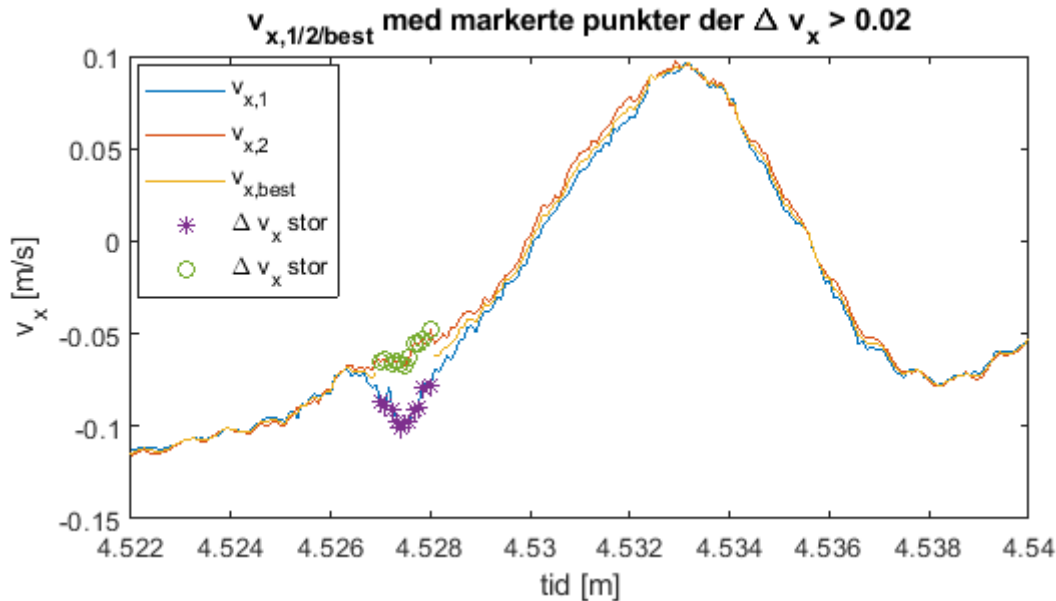
5.3 Teste ut prosedyren for $v_{x,best}$ på et irregulært bølgefelt

Vi sjekket prosedyren for å finne $v_{x,best}$ fra $v_{x,1}$ og $v_{x,2}$ på noen kjøringar med irregulært bølgefelt. Se figur 16 for prosedyren testet ut for to forskjellige grenseverdier for Δv_x

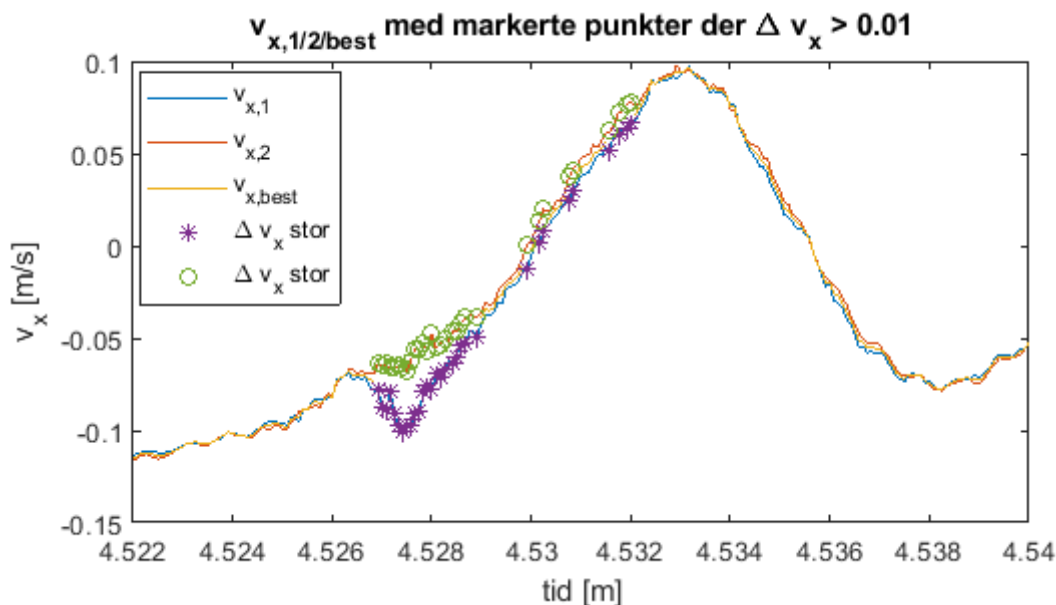
Med en grense på 0.02 m/s plukket algoritmen ut noen målepunkter med avvik i løpet av en

kjøring (typisk 0-350 av 1 million), men ikke i de situasjonene der vi forventet avvik (positiv akselerasjon og positiv hastighet, se seksjon 5.2.2).

Man kan spørre seg om målingene som blir plukket ut (i figur 16a) virkelig er feilmålinger, og om ikke gjennomsnittet av de to hadde vært et bra nok estimat. Men vi anslo at å skulle manuelt sjekke alle kjøringene var en for stor jobb, og konkluderte med at prosedyren for å finne $v_{x,best}$ fra $v_{x,1}$ og $v_{x,2}$ fungerte bra, og at 0.02 m/s var en passende terskelverdi for Δv_x .



(a) Test av $\Delta v_x > 0.02$ m/s som kvalitetskrav på en ekte kjøring



(b) Test av $\Delta v_x > 0.01$ m/s som kvalitetskrav på en ekte kjøring

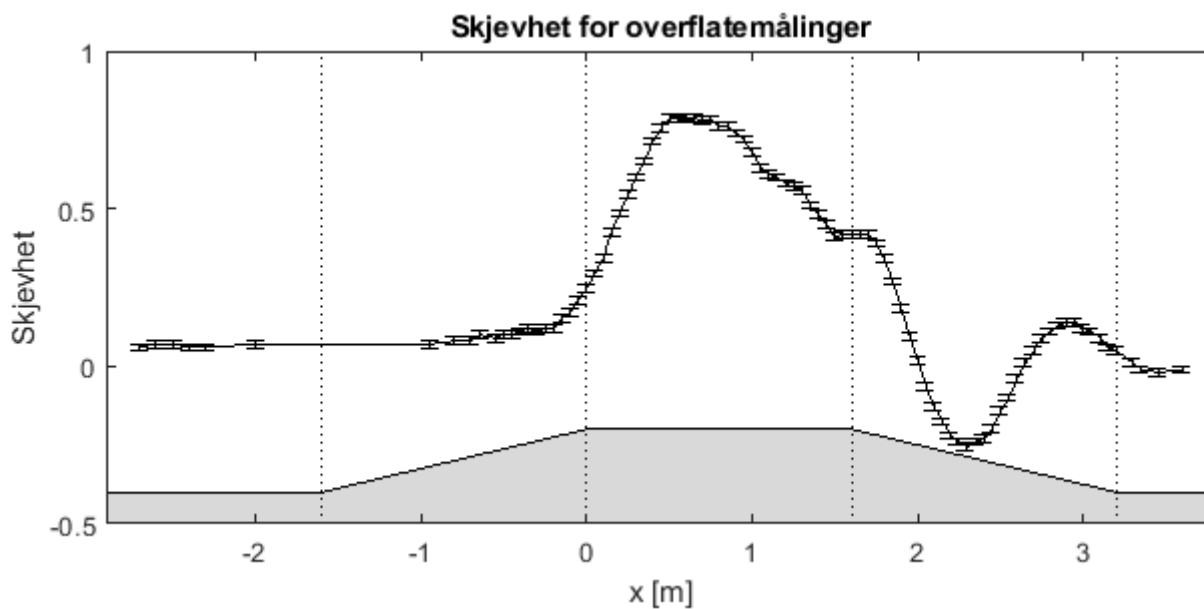
Fig 16: Test av Δv_x som kvalitetskrav på ekte kjøring. Figurene gjør seg best i farger.

6 Resultater

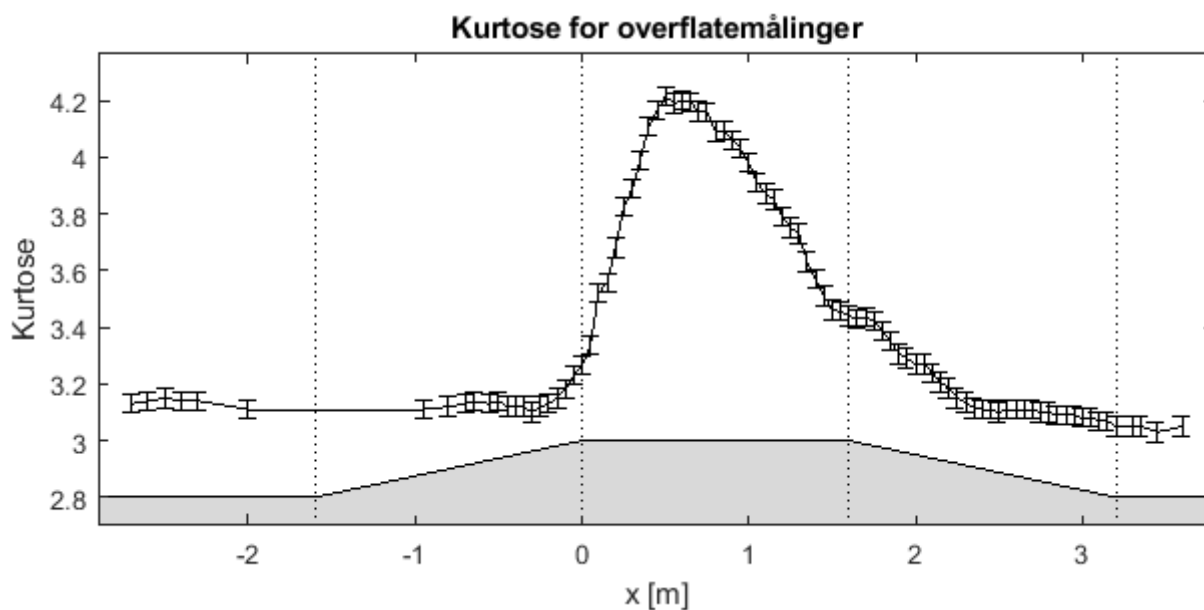
6.1 Målinger av η

Se figur 17 for skjevhet og kurtose for overflatemålingene.

Det grå området på figuren markerer hvordan dybden endrer seg.



(a) Skjevhet for målingene av overflatehevning



(b) Kurtose for målingene av overflatehevning

Fig 17: Skjevhet og kurtose for målingene av overflatehevningene

Vi ser at både skjevheten og kurtosen har maksimum rundt $x = 0.6$ m. Skjevheten har i tillegg et minimum rundt $x = 2.3$ m og et lokalt maksimum rundt $x = 2.9$ m.

6.1.1 Avvik i målingene

Standardavvikene til skjevheten og kurtosen til η fant vi som beskrevet i seksjon 4.4.

Se tabell 4 for skjevhetene og kurtosene til overflatemålingene ved de ti x -verdiene med tre målinger, og de utregnede usikkerhetene (de gjennomsnittlige standardavvikene) for skjevheten og kurtosen.

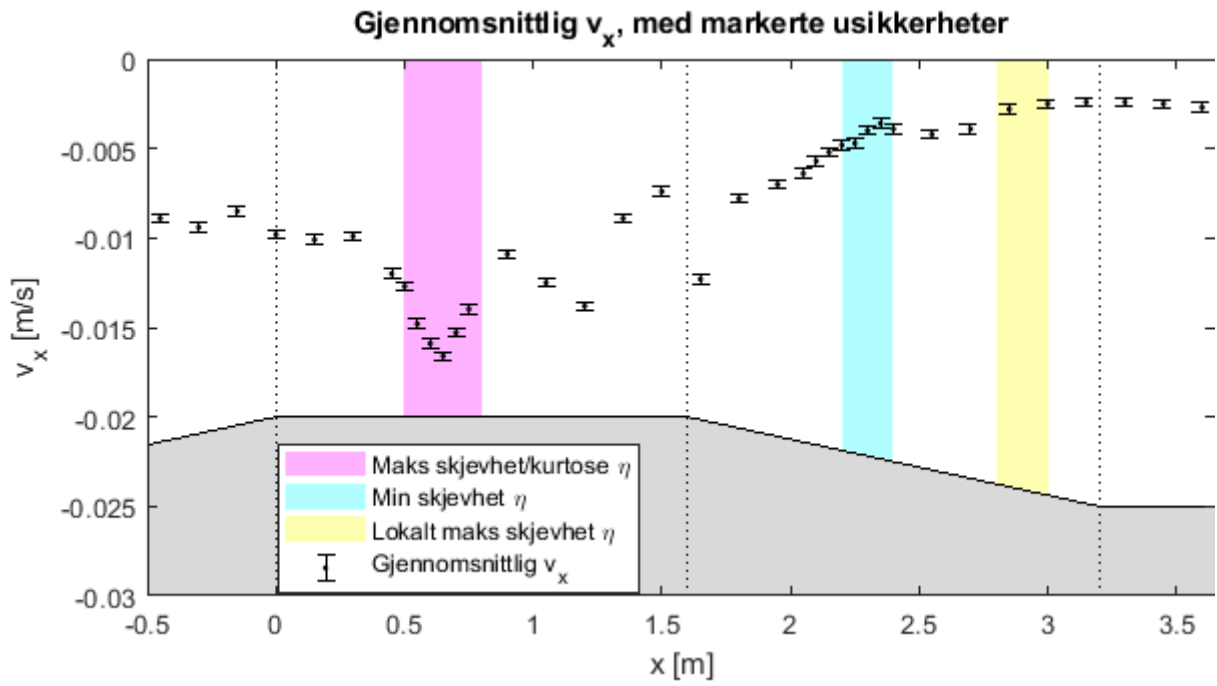
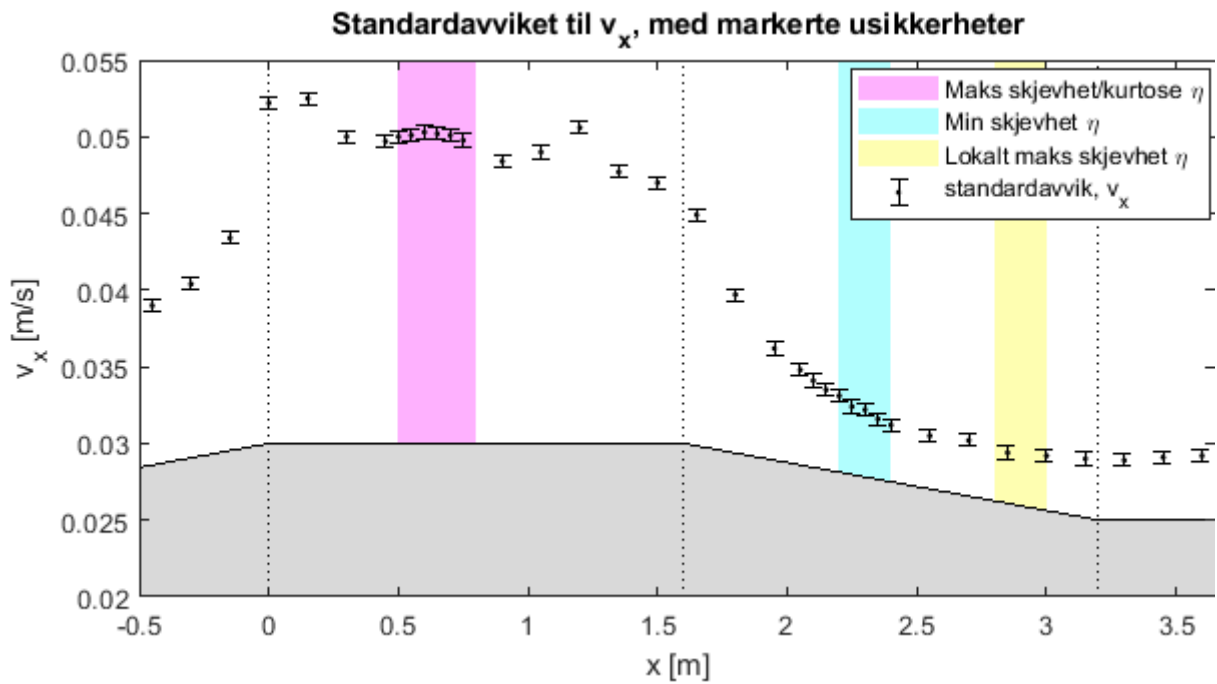
Tabell 4: Avvik for skjevhet og kurtose for η

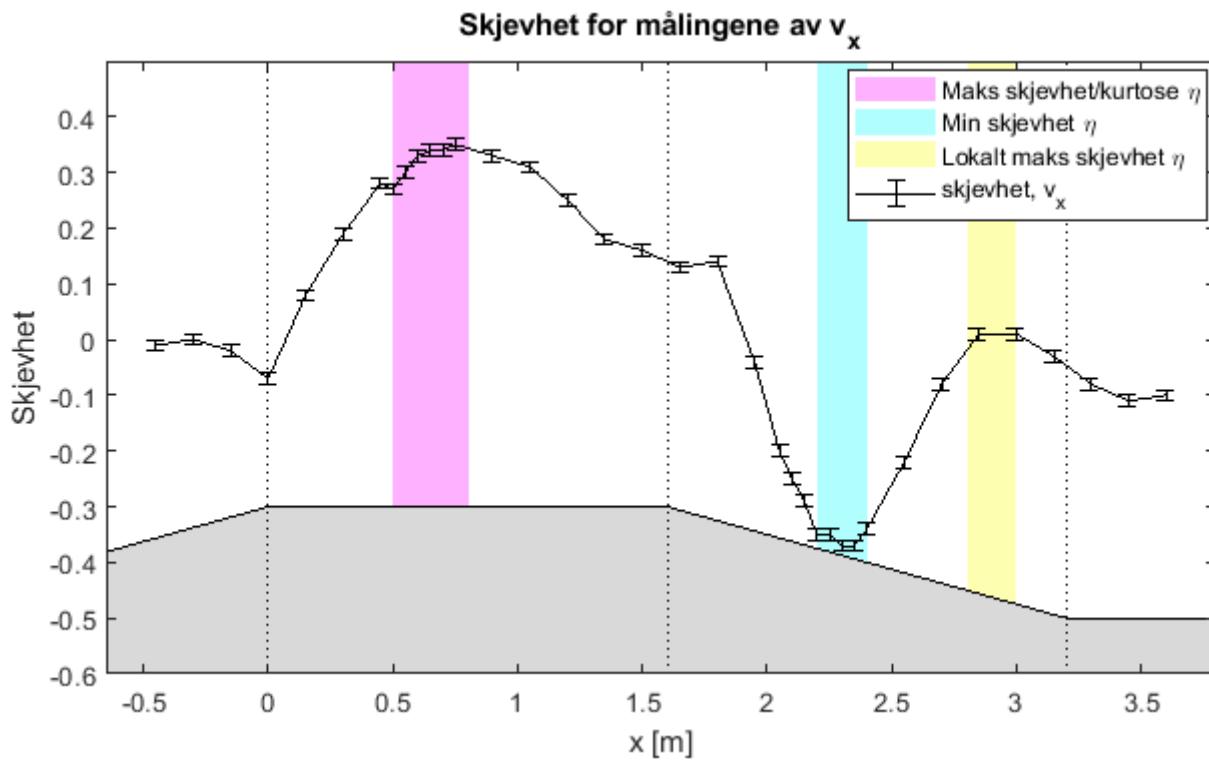
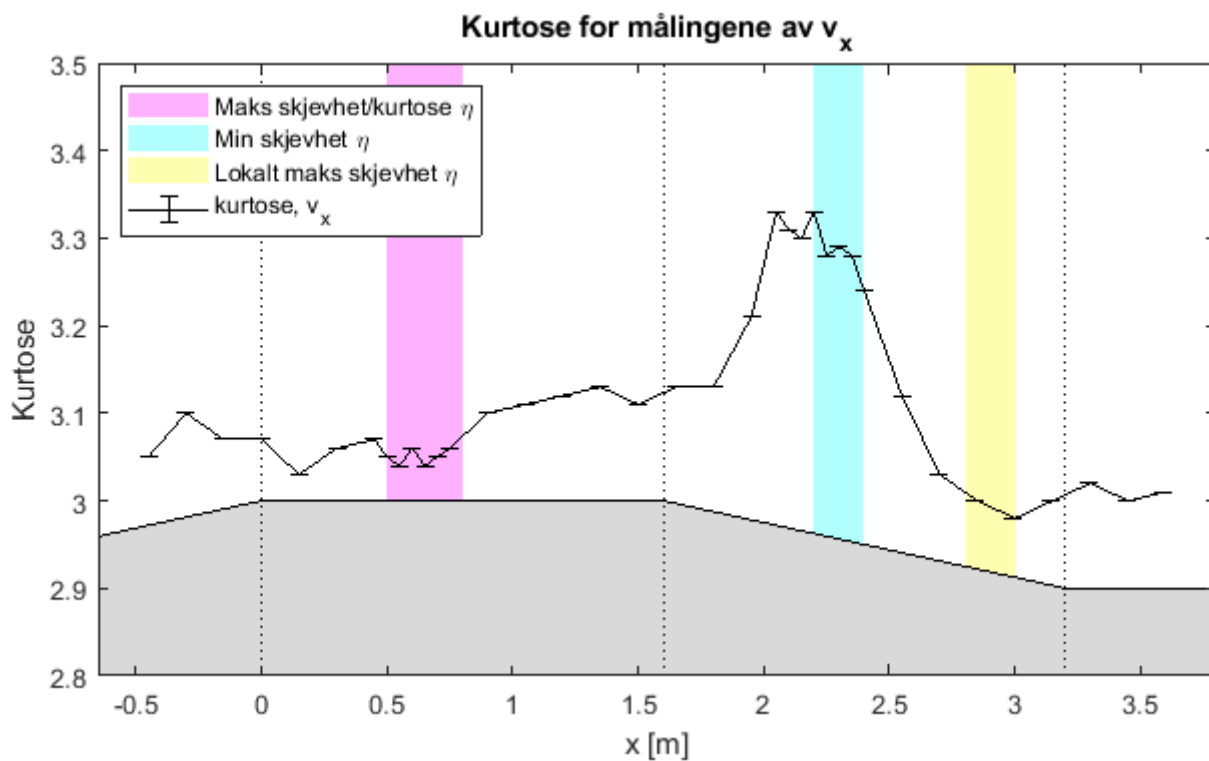
x [m]	Målinger av skjevhet				Målinger av kurtose				
	# 1	# 2	# 3	standardavvik	# 1	# 2	# 3	standardavvik	
0.15	0.42	0.43	0.43	0.0058	3.55	3.56	3.56	0.0058	
0.25	0.53	0.55	0.55	0.012	3.76	3.80	3.91	0.078	
0.30	0.59	0.60	0.61	0.013	3.86	3.89	3.91	0.025	
0.40	0.71	0.71	0.72	0.0058	4.09	4.10	4.13	0.021	
0.50	0.76	0.78	0.82	0.031	4.14	4.20	4.30	0.081	
0.55	0.77	0.79	0.79	0.010	4.16	4.19	4.22	0.030	
0.65	0.78	0.78	0.80	0.012	4.19	4.17	4.22	0.025	
0.75	0.77	0.78	0.80	0.015	4.12	4.15	4.20	0.040	
1.80	0.33	0.34	0.35	0.010	3.37	3.39	3.40	0.015	
2.05	-0.06	-0.06	-0.07	0.0058	3.26	3.27	3.28	0.010	
Gjennomsnittlig standardavvik				0.012	Gjennomsnittlig standardavvik				0.033

6.2 Bølgekinematikken

Se figurene 18, 19 og 20 for gjennomsnittlig v_x , standardavviket til v_x , og skjevheten og kurtosen til v_x .

Alle resultatene her er "råresultatene", altså ikke korrigert for strømmen induisert av Vectrinoen.

Fig 18: Gjennomsnittlig v_x Fig 19: Standardavviket til v_x

(a) Skjevhet for målingene av v_x (b) Kurtose for målingene av v_x Fig 20: Skjevhet og kurtose for målingene av v_x

6.2.1 Usikkerheter i målingene

På $x = 0.75$ m gjorde vi 3 målinger av v_x og brukte dette til å finne avviket for de fire momentene som beskrevet i seksjon 4.4, se tabell 5

Tabell 5: Avvik for parametrene for v_x fra tre forskjellige målinger for $x = 0.75$ m.

parameter	Måling nr			avvik
	1	2	3	
Forventningsverdi [m/s]	-0.0140	-0.0142	-0.0137	$2.5 \cdot 10^{-4}$
Standardavvik [m/s]	0.0494	0.0497	0.0502	$4.0 \cdot 10^{-4}$
Skjevhet	0.34	0.35	0.36	0.01
Kurtose	3.06	3.06	3.06	0

7 Diskusjon av resultatene

7.1 Målinger av η

Våre målinger av η reproducerer kvalitativt resultatene til Raustøl (hennes figurer 5.6 og 5.7). Skjevheten og kurtosen et stykke inne på grunna er langt unna de Gaussiske verdiene.

7.2 Kinematikken

Med de parametrene vi valgte genererer Vectrinoen i følge Poindexter og co en strøm med en gjennomsnittlig v_x i målevolumet på -6.3 mm/s [16]

Som vist i seksjon 2.4 vil ikke standardavviket, skjevheten og kurtosen til v_x påvirkes av den systematiske feilen som kommer av den induserte strømmen.

Men gjennomsnittet som er den forventningsrette estimatoren for forventningsverdien må korrigeres for strømmen.

7.2.1 Gjennomsnittlig v_x

Når vi korrigerer for strømmen indusert av Vectrinoen har vi, på den dybden vi måler, en netto volumfluks i positiv retning ved dypt vann. Men ved grunt vann har vi netto volumfluks i negativ x -retning. Sterkest er denne negative volumfluksen der vi har maksimal skjevhet og kurtose for overflatemålingene, se figur 21.

Dette er forventet oppførsel og en returstrøm skapt av Stokes-driften siden vi er i en lukket tank.

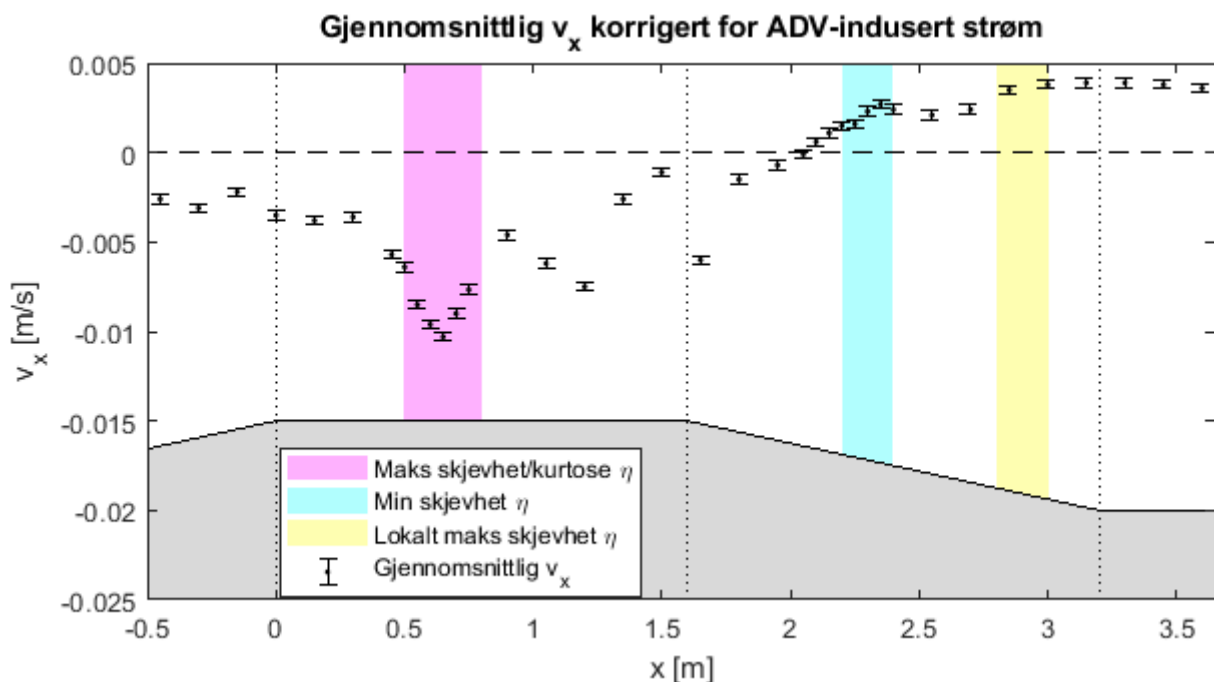


Fig 21: Gjennomsnittlig v_x korrigeret for strøm indusert av Vectrinoen

7.2.2 Standardavviket til v_x

Fra figur 19 ser vi at hastighetene er større jo grunnere tanken er. Men til forskjell fra gjennomsnittet til v_x ser det ikke ut som standardavviket påvirkes av verdiene på skjevhet og kurtose for overflatemålingene.

7.2.3 Skjevheten og kurtosen til v_x

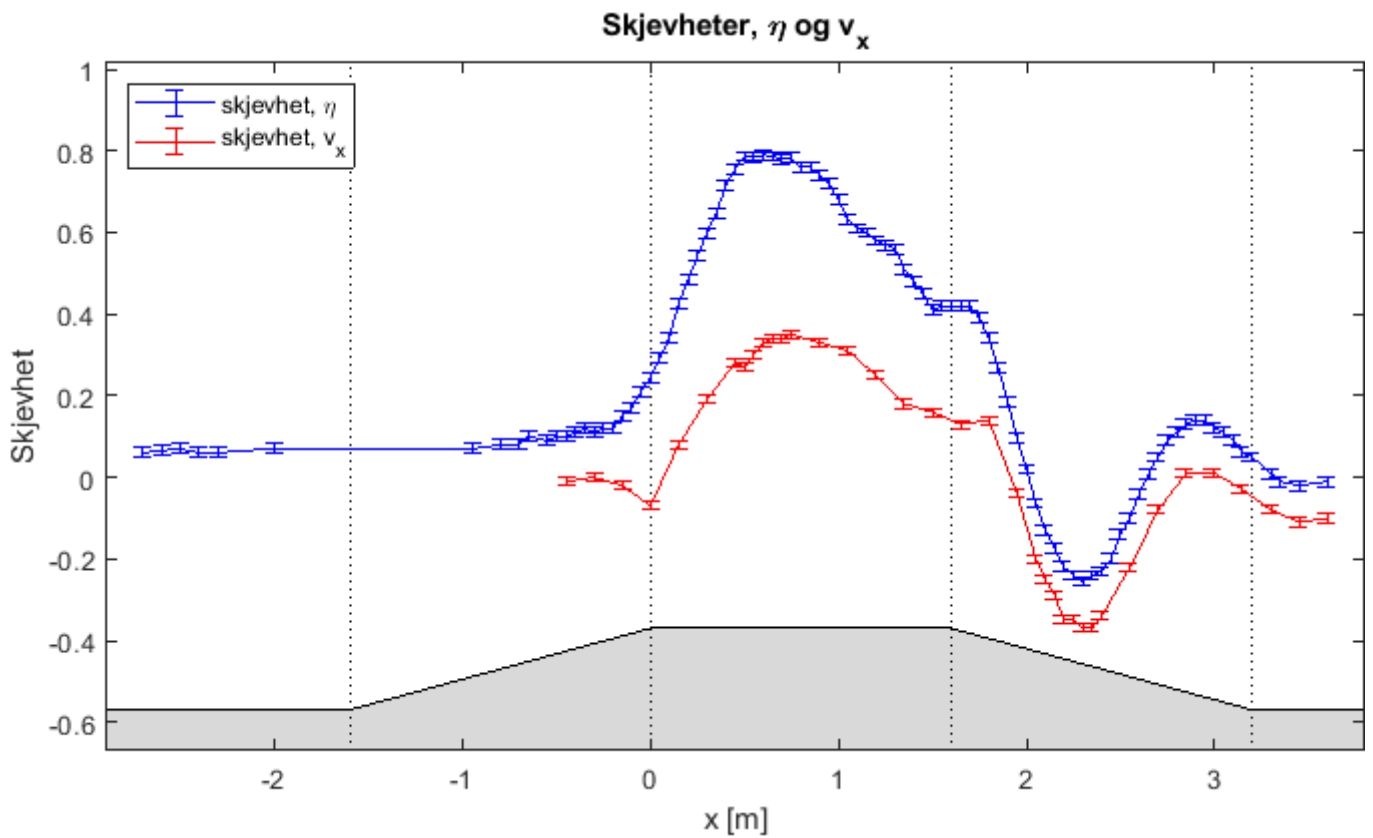
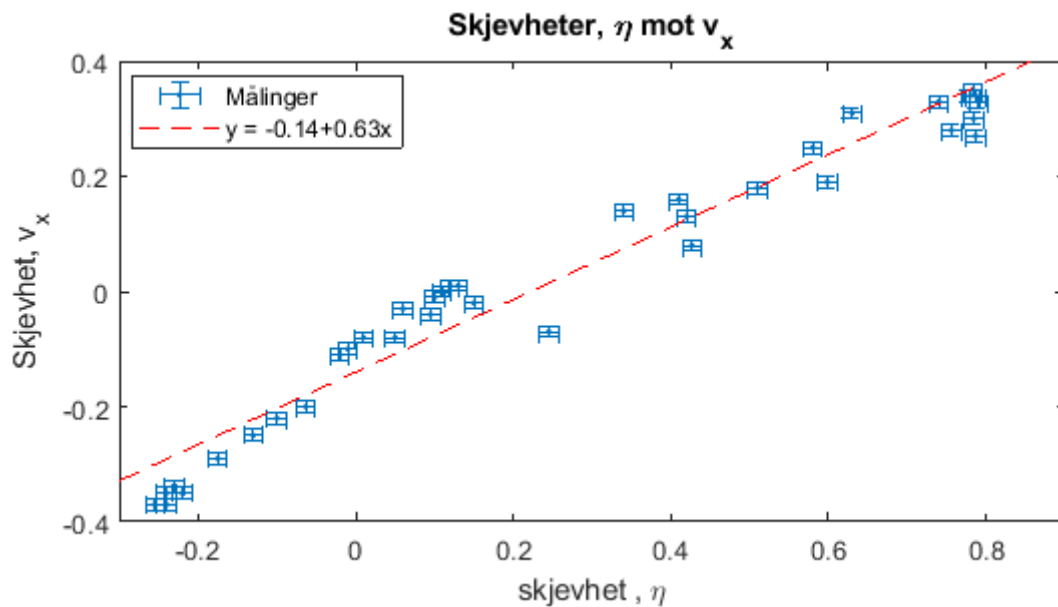
Av figur 20a ser vi at skjevheten til v_x har ekstremalpunkter der skjevheten til η også har det. Av figur 20b ser vi at kurtosen til v_x har ett markant ekstremalpunkt/område og det er rundt der skjevheten til η har et minimumspunkt. Men den har ikke noen store endringer rundt der skjevheten og kurtosen til η har maksimalpunkt.

Sammenheng mellom skjevhetene Den generelle oppførselen til skjevheten til v_x ser ut til å reflektere den til skjevheten til η .

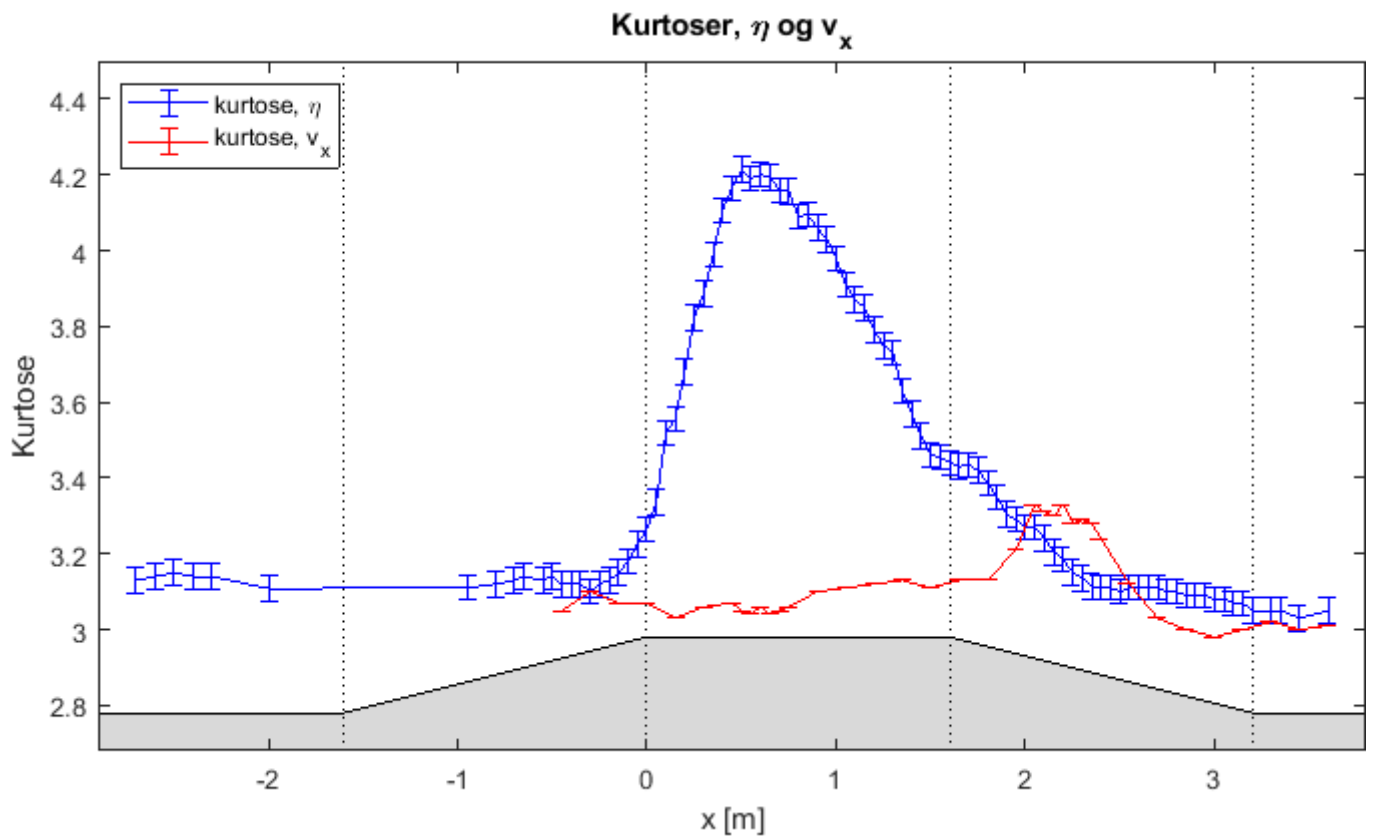
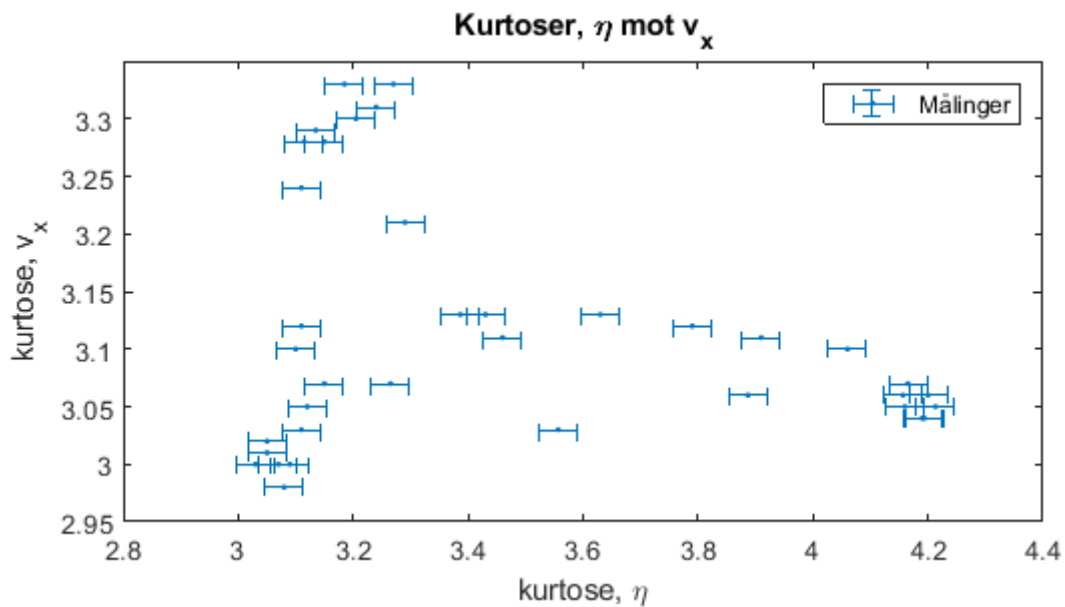
Se figur 22 for skjevhetene til overflate- og hastighetsmålingene plottet sammen, og figur 23 for skjevhetene plottet mot hverandre, sammen med en tilnærming

$$\gamma_{v_x} = -0.14 + 0.63\gamma_{\eta} \quad (6)$$

Det er nærliggende å trekke en slutning om at det er et forhold mellom skjevhetene, og at vi har underestimert avvikene i målingene våre.

Fig 22: Skjevhetene til η og v_x . Figuren gjør seg best i fargerFig 23: Skjevhetene til η og v_x

Sammenheng mellom kurtosene Se figur 24 for kurtosene for η og v_x plottet sammen og figur 25 for kurtosene plottet mot hverandre. Det ser ikke ut som det er noen sammenheng mellom kurtosene.

Fig 24: Kurtosene til η og v_x . Figuren gjør seg best i fargerFig 25: Kurtosene til η og v_x

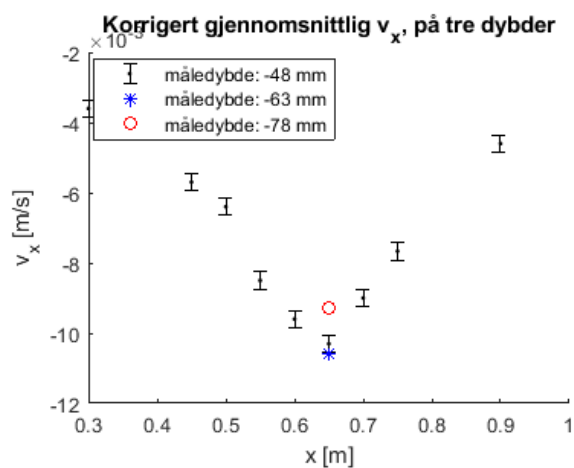
Simulering av forsøket Det kan være nyttig å være klar over at Christopher Lawrence på UiO har kjørt simuleringer på forsøket. Resultatene hans bekrefter foreløpig de generelle oppførselene til skjevhetene og kurtosene vi har observert.

7.2.4 Endring i dybden

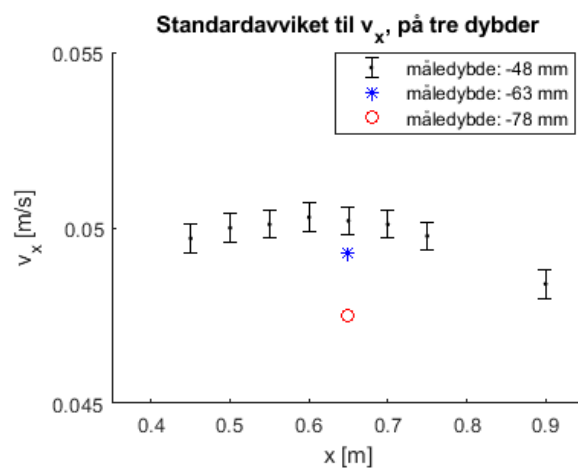
I eksperimentene mine har vi bare sett på hva som skjer med kinematikken på en konstant måledybde. For å få et lite inntrykk i hva som skjer i andre dybder gjorde vi to kjøringar på $x = 0.65$ m, men med Vectrinoen på andre dyp. Se figur 26 for resultatet.

Det ser ut som vi har en betydelig effekt kun når det gjelder skjevheten, og at denne minker med økende måledybde (figur 26c). Man kan gjette at dette i så fall dreier seg om en endring av koeffisienten til det lineære leddet i (6).

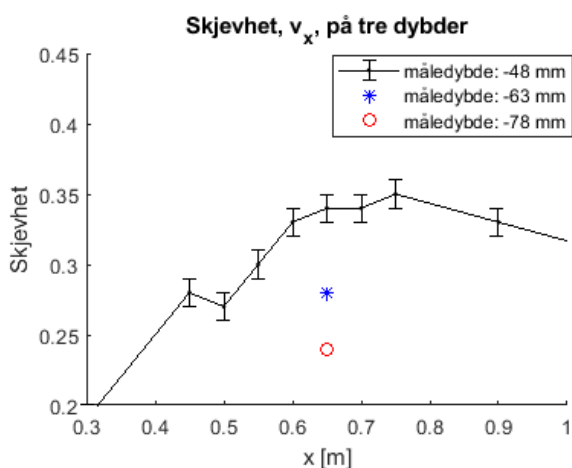
Kurtosen faller også litt med minkende måledybde (se figur 26d), og det ser ikke ut som vi ville kunne oppnådd kurtoser på samme nivå som for overflatemålingene ved å velge en annen måledybde.



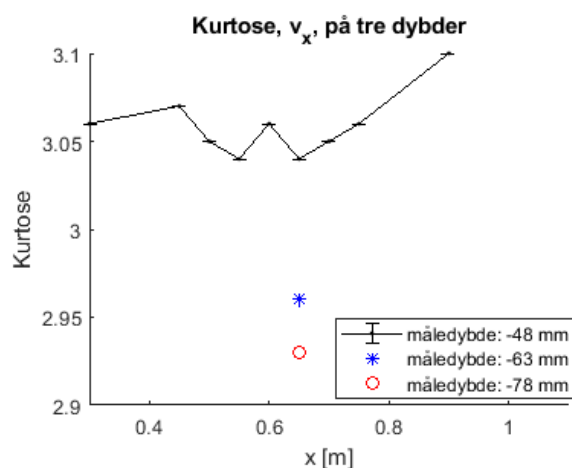
(a) Zoomet inn figur 21 med måling på to nye dyp for $x = 0.65$



(b) Zoomet inn figur 19 med måling på to nye dyp for $x = 0.65$



(c) Zoomet inn figur 20a med måling på to nye dyp for $x = 0.65$



(d) Zoomet inn figur 20b med måling på to nye dyp for $x = 0.65$

Fig 26: Momentene til v_x ved to andre måledybder på $x = 0.65$ m plottet sammen med observasjonene for momentene på måledybde -48 mm

Dette er uansett bare et lite innblikk i hva som skjer på forskjellige dybder, og noe som kunne

vært spennende å se mer på.

7.3 Utvikling av spekteret

Det har vært en tradisjon for å se på hvordan bølgefelt utvikler seg over en grunne ved hjelp av effektspekteret, se for eksempel [19] og [20].

Det har ikke vært vårt fokus her, men se figur 27 for hvordan spekteret for bølgefeltet utvikler seg over grunna.

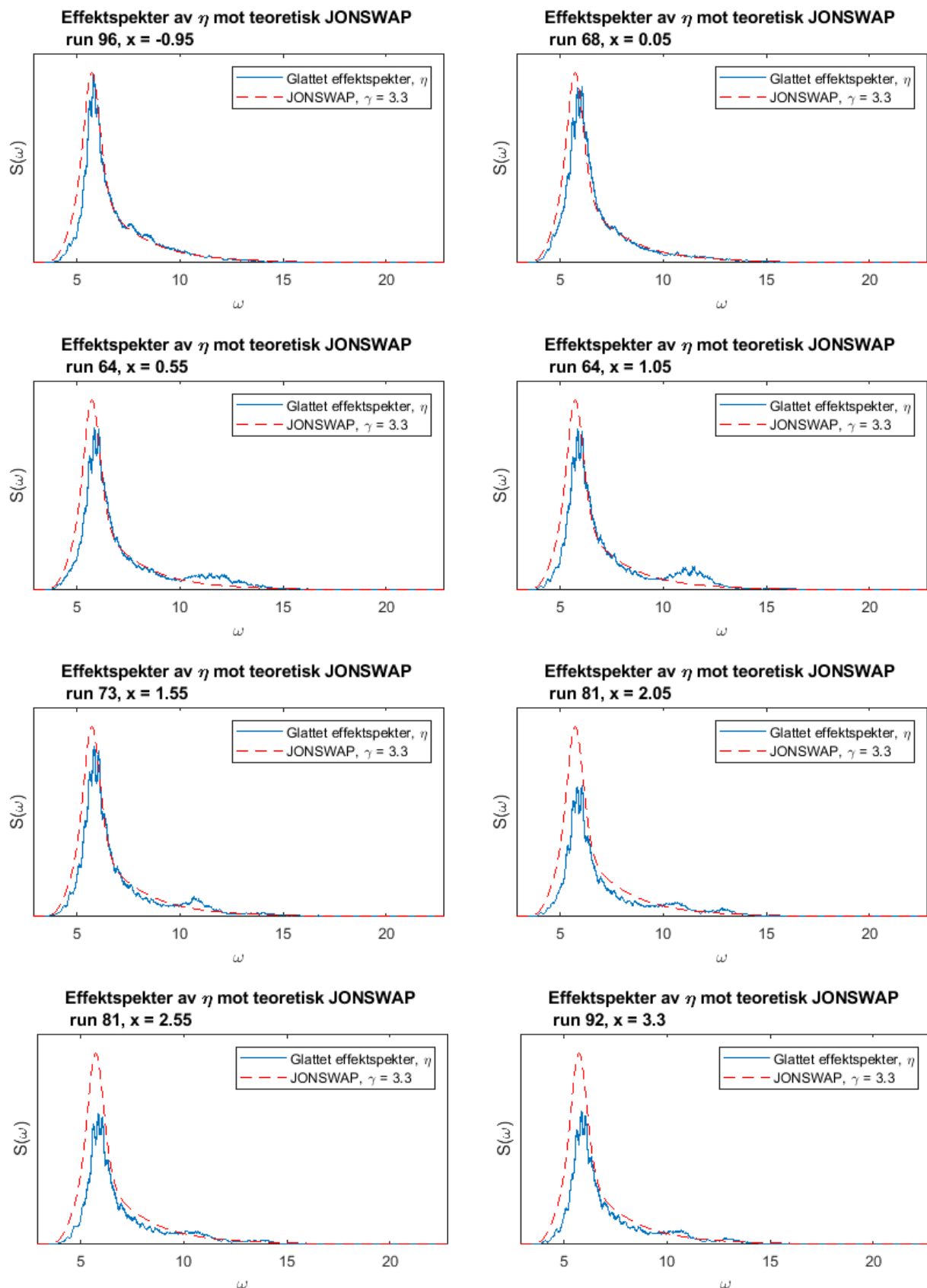


Fig 27: Hvordan effektspekteret utvikler seg langs tanken. JONSWAP-spekteret er plottet som referanse, og aksene er de samme på hver figur

8 Oppsummering

Vi har sett på hvordan kinematikken i et irregulært, langkammet bølgefelt utvikler seg når bølgefeltet beveger seg over en grunne. Kinematikken er representert ved hastigheten i bølgenes forplantningsretning og vi har målt på én fast måledybde over grunna.

Vi har funnet at den generelle oppførselen til skjevheten til hastighetsmålingene reflekterer den til overflatemålingene, men med mindre utslag. Målinger ett sted på ytterligere to dyp antyder at skjevheten til hastighetsmålingene minker når man beveger seg nedover i vannet.

Vi har ikke klart å finne noen sammenheng mellom kurtosene til hastighetsmålingene og overflatemålingene. Kurtosen til hastighetsmålingene har mye mindre utslag enn den til overflatemålingene, og kurtosene oppnår sine maksimumer på forskjellige steder langs grunna.

Resultatene våre betyr at i den grad økt kurtose antyder økt sannsynlighet for freake hendelser vil økte sannsynligheter for freake hendelser oppstå under forskjellige forhold for overflatehevinger og hastigheter i bølgefeltet.

Referanser

- [1] W. J. Pierson, G. Neumann, and R. W. James, “Practical methods for observing and forecasting ocean waves by means of wave spectra and statistics..” US Navy Hydrographic Office Pub. 603, 1955.
- [2] A. Raustøl, “Freake bølger over variabelt dyp,” Master’s thesis, University of Oslo, 2014.
- [3] K. Trulsen, H. Zeng, and O. Gramstad, “Laboratory evidence of freak waves provoked by non-uniform bathymetry,” *Physics of Fluids*, vol. 24, no. 9, p. 097101, 2012.
- [4] O. Gramstad, H. Zeng, K. Trulsen, and G. K. Pedersen, “Freak waves in weakly nonlinear unidirectional wave trains over a sloping bottom in shallow water,” *Physics of Fluids*, vol. 25, no. 12, p. 122103, 2013.
- [5] M. Ochi, *Ocean Waves: The Stochastic Approach*. Cambridge Ocean Technology Series, Cambridge University Press, 2005.
- [6] K. Trulsen, “Nonlinear theory.” Pensum i Mek4350, UIO, November 2017.
- [7] “Expected value.” https://en.wikipedia.org/wiki/Expected_value, desember 2018.
- [8] “Standard deviation.” https://en.wikipedia.org/wiki/Standard_deviation, desember 2018.
- [9] “Skewness.” <https://en.wikipedia.org/wiki/Skewness>, desember 2018.
- [10] “Kurtosis.” <https://en.wikipedia.org/wiki/Kurtosis>, desember 2018.
- [11] General Acoustics, *ULS Advanced User Manual, ver 2.3*, 2013.
- [12] P. J. Rusello, “A practical primer for pulse coherent instruments,” Nortek Technical Note TN-027, NortekUSA, 2009.
- [13] P. J. Rusello, A. Lohrmann, E. Siegel, and T. Maddux, “Improvements in acoustic doppler velocimetry,” 2006.
- [14] “What is the relationship between the nominal and the vertical & horizontal velocity range ?.” <https://www.nortekgroup.com/faq/what-is-the-relationship-between-the-nominal-and-the-vertical-horizontal-velocity-range>, desember 2018.
- [15] “How do i enhance correlation and snr ?.” <https://www.nortekgroup.com/faq/how-do-i-enhance-correlation-and-snr>, desember 2018.
- [16] C. Poindexter, P. Rusello, and E. Variano, “Acoustic doppler velocimeter-induced acoustic streaming and its implications for measurement,” *Experiments in fluids*, vol. 50, no. 5, pp. 1429–1442, 2011.
- [17] J. Newman and J. Grue, *Marine Hydrodynamics*. The MIT Press, MIT Press, 2018.

-
- [18] A. Lohrmann, R. Cabrera, and N. Kraus, “Acoustic-doppler velocimeter (ADV) for laboratory use,” in *Fundamentals and Advancement in Hydraulic Measurements and Experiments*, (<https://www.nortekgroup.com/assets/documents/Acoustic-Doppler-Velocimeter-ADV-for-Laboratory-Use.pdf>), 1994.
- [19] *Guide to wave analysis and forecasting*, vol. no. 702 of *WMO*. Secretariat of the World Meteorological Organization, 2nd ed. ed., 1998.
- [20] Y. Eldeberky and J. A. Battjes, “Spectral modeling of wave breaking: Application to boussinesq equations,” *Journal of Geophysical Research: Oceans*, vol. 101, no. C1, pp. 1253–1264, 1996.