

Arbeidsminnets betydning for matematikk

*En kvantitativ studie av lavt-presterende elever i
matematikk på første trinn*

Iris Nordmo Kvammen



Masteroppgave i Spesialpedagogikk ved Det
utdanningsvitenskapelige fakultetet,
Institutt for Spesialpedagogikk

UNIVERSITETET I OSLO

Vår 2017

Arbeidsminnets betydning for matematikk

En kvantitativ studie av lavt-presterende elever i matematikk på første trinn

© Iris Nordmo Kvammen

2017

Arbeidsminnets betydning for matematikk. En kvantitativ studie av lavt-presterende elever i matematikk på første trinn

Iris Nordmo Kvammen

<http://www.duo.uio.no>

Trykk: Reprosentralen, Universitetet i Oslo

Sammendrag

En rekke studier har vist at arbeidsminne har betydning for utviklingen av matematiske ferdigheter i tidlig skolealder (Bull, Espy, & Wiebe, 2008; Fürst & Hitch, 2000; Holmes & Adams, 2006). I tillegg er det også funnet nære forbindelser mellom matematikkvansker og svekket arbeidsminne (Kyttälä, Aunio, & Hautamäki, 2010; Passolunghi, 2006; Peng, Namkung, Barnes, & Sun, 2016). Imidlertid er det uklart hvorfor matematikkvansker og svekket arbeidsminne ser ut til å opptre samtidig, og enkelte forskere har foreslått at svekket arbeidsminne begrenser matematikklæring (Kyttälä et al., 2010; Passolunghi, 2006), mens andre mener matematikkvansker fører til en dårligere utvikling av arbeidsminnefunksjoner (Andersson & Lyxell, 2007). Forståelsen av forholdet mellom arbeidsminne og matematikk er med andre ord fortsatt i sin spede begynnelse.

Denne studien er skrevet i tilknytning til doktorgradsprosjektet "*The effects of mathematical interventions programs for students performing low in mathematics*", ved Institutt for Spesialpedagogikk, Universitetet i Oslo. Formålet med studien er å undersøke arbeidsminnets betydning for ferdigheter i matematikk hos lavt-presterende elever i matematikk på første trinn. For å gjøre dette, er det blitt utformet to forskningsspørsmål:

- I hvilken grad kan arbeidsminne forklare unik variasjon i matematikk når det er kontrollert for intelligens?
- Forklarer arbeidsminne større variasjon for noen aspekter ved matematikk enn for andre?

For å besvare problemstillingen og forskningsspørsmålene, anvender undersøkelsen et kvantitativt, ikke-eksperimentelt design. Undersøkelsen kan beskrives som en tverrsnittstudie, ettersom datamaterialet som benyttes er hentet fra ett måletidspunkt. Utvalget i undersøkelsen består av 120 elever på første trinn som gjennom en screening har blitt identifisert til lavt-presterende i matematikk. Disse elevene har så vært gjennom en pretesting før en eventuell intervensjon, og resultatene i denne studien baserer seg på data fra denne målingen.

For å kartlegge arbeidsminne, ble deltestene Backward digit recall og Listening recall (Pickering & Gathercole, 2001) benyttet. Matematiske ferdigheter ble kartlagt med testen Dot comparison (Brigstocke, Moll, & Hulme, 2016) og ulike oppgaver fra Think Math (Aunio, Mononen, & Lopez-Pedersen, 2016). Ravens matriser (Raven, 1998) er et mål på nonverbal intelligens og ble benyttet som kontrollvariabel.

Analysene er foretatt ved hjelp av SPSS. Korrelasjonsanalyser og regresjonsanalyser ble benyttet for å vurdere hvorvidt det foreligger en sammenheng mellom variablene, og i hvilken grad arbeidsminne kan forklare unik variasjon innen de ulike aspektene ved matematikk.

Resultatene viser at arbeidsminne kan forklare variasjon i matematikk, men at det unike bidraget minsker ved kontrollering for intelligens. Dette indikerer at arbeidsminne og intelligens er nært relatert. Funnene viser også at arbeidsminnets bidrag er størst innen variabelen aritmetiske ferdigheter. Her var i tillegg det unike bidraget fra arbeidsminne større enn bidraget fra intelligens. For telling var det unike bidraget noe mindre, og intelligens forklarte størst variasjon. For ANS var bidraget fra arbeidsminne lite, og det var heller ikke signifikant da det ble kontrollert for intelligens. Funnene viser altså at arbeidsminne forklarer større variasjon for noen aspekter ved matematikk enn for andre. Samlet tyder disse funnene på at arbeidsminne har betydning for matematikk, men at denne betydningen er nært relatert med intelligens og varierer innenfor de ulike matematiske aspektene.

Forord

Først og fremst vil jeg takke forskergruppen *Child language and learning* for at jeg har fått lov til å ta del i dette forskningsprosjektet. Det har vært utrolig lærerikt å få innsikt i hvordan et forskningsprosjekt planlegges og utføres. Å få knytte masteroppgaven til et så stort datamateriale har vært en spennende og givende erfaring.

En stor takk til mine dyktige veiledere Monica Melby-Lervåg og Anita Lopez-Pedersen. Deres gode råd og tilbakemeldinger har vært til stor hjelp i denne prosessen, i tillegg har dere vekket min skriveglede og interesse for forskning.

Kjære Ola – takk for at du har holdt ut med en skjev arbeidsfordeling hjemme, og for at du alltid heier på meg. Tusen takk til min kjære familie for all støtte og oppmuntring under denne perioden. En spesiell takk til mamma for hjelp med korrekturlesing. Og til pappa, som alltid minner meg på å ta pauser.

Sist, men ikke minst, vil jeg takke hele ”Mastergjengen”. Takk for to uforglemmelige år, det ville ikke vært det samme uten dere.

Mai 2017,

Iris Nordmo Kvammen

Innholdsfortegnelse

1	INNLEDNING	1
1.1	FORMÅL	3
1.2	OPPGAVEN OPPBYGGING.....	3
2	TEORETISK OG EMPIRISK GRUNNLAG	5
2.1	MATEMATIKKFERDIGHETER	5
2.1.1	Ikke-symbolsk og symbolsk tallforståelse	6
2.1.2	Relasjonelle ferdigheter	7
2.1.3	Telleferdigheter	8
2.1.4	Aritmetiske ferdigheter	9
2.1.5	Kort oppsummering av utviklingen av matematiske ferdigheter	10
2.2	MATEMATIKKVANSKER	10
2.2.1	Identifisering	10
2.3	ARBEIDSMINNE.....	12
2.3.1	Baddeley og Hitch sin multikomponent modell	12
2.3.2	Kritikk av modellen til Baddeley og Hitch	13
2.3.3	Arbeidsminnets rolle i utviklingen av matematiske ferdigheter	15
2.4	ARBEIDSMINNE OG MATEMATIKK.....	16
2.4.1	Studier basert på gruppesammenligninger.....	17
2.4.2	Korrelasjonelle studier med ett måletidspunkt.....	19
2.4.3	Longitudinelle studier	20
2.4.4	Eksperimentelle studier.....	21
2.5	SAMLET VURDERING AV EMPIRISKE FUNN.....	23
3	METODE	25
3.1	DESIGN	25
3.2	UTVALG.....	25
3.3	INNSAMLING AV DATA	26
3.4	VARIABLER	26
3.4.1	ANS.....	27
3.4.2	Telling	27
3.4.3	Aritmetiske ferdigheter	28
3.4.4	Arbeidsminne	28
3.4.5	Intelligens.....	29

3.5	VALIDITET OG RELIABILITET	29
3.6	ETISKE HENSYN	31
4	RESULTATER.....	33
4.1	DESKRIPTIVE ANALYSER AV DE ULIKE VARIABLENE	33
4.1.1	Vurdering av variabelen arbeidsminne	34
4.1.2	Vurdering av variabelen ANS.....	35
4.1.3	Vurdering av variabelen Telling	36
4.1.4	Vurdering av variabelen Aritmetiske ferdigheter	37
4.1.5	Vurdering av variabelen Intelligens	37
4.2	BIVARIATE KORRELASJONER.....	38
4.3	HIERARKISK MULTIPPEL REGRESJONSANALYSE	40
4.3.1	ANS.....	41
4.3.2	Telling	41
4.3.3	Aritmetiske ferdigheter	42
5	DRØFTING AV RESULTATER	43
5.1	UNDERSØKELSENS VALIDITET OG RELIABILITET	44
5.1.1	Statistisk validitet.....	44
5.1.2	Begrepsvaliditet	45
5.1.3	Indre validitet	47
5.1.4	Ytre validitet	49
5.2	DRØFTING AV EMPIRISKE FUNN	50
5.2.1	I hvilken grad kan arbeidsminne forklare unik variasjon i matematikk når det er kontrollert for intelligens?.....	50
5.2.2	Forklarer arbeidsminne større variasjon for noen aspekter ved matematikk enn for andre?.....	54
5.3	AVSLUTNING	59
5.3.1	Pedagogiske konsekvenser.....	60
5.3.2	Behovet for videre studier.....	60
	LITTERATURLISTE	62

Liste over tabeller

Tabell 1: Oversikt over variabler og tester	27
Tabell 2 Frekvenstabell over de ulike testene.....	33
Tabell 3 Korrelasjoner mellom målte variabler	38
Tabell 4 Hierarkiske multiple regresjonsanalyser som predikerer ANS ut fra Arbeidsminne og Intelligens.....	41
Tabell 5 Hierarkiske multiple regresjonsanalyser som predikerer Telling ut fra Arbeidsminne og Intelligens.....	41
Tabell 6 Hierarkiske multiple regresjonsanalyser som predikerer Aritmetiske ferdigheter ut fra variablene Arbeidsminne og Intelligens.....	42

Liste over figurer

<i>Figur 1. Histogram over fordelingen til Listening recall</i>	<i>34</i>
<i>Figur 2 Histogram over fordelingen til Backward digit.....</i>	<i>35</i>
<i>Figur 3 Histogram over fordelingen til variabelen ANS</i>	<i>35</i>
<i>Figur 4 Histogram over fordelingen til Telling</i>	<i>36</i>
<i>Figur 5 Histogram over fordelingen til variabelen Aritmetiske ferdigheter</i>	<i>37</i>
<i>Figur 6 Histogram over fordelingen til variabelen Intelligens</i>	<i>37</i>

1 Innledning

Å ha vansker med matematikk kan føre til problemer i både skolen og hverdagsituasjoner, i tillegg til en økt risiko for å bli stående utenfor arbeidslivet (Price & Ansari, 2013). Innenfor PISAs (Programme for International Student Assessment) resultatinnndeling anses kompetanse tilsvarende nivå 2 i matematikk som et minimum for å lykkes i både utdanning og arbeidsliv, og for å kunne delta fullt ut i det moderne samfunn (OECD, 2014).

Bekymringsfullt er det derfor at resultater fra PISA 2015 viser at 17% av norske 10. klassinger, omlag 10 000 elever, skårer på nivå 1 eller lavere i matematikk (Nordtvedt & Pettersen, 2016; OECD, 2016). Dette er en nedgang fra 22% i 2012 (OECD, 2014), men representerer fortsatt en stor elevgruppe. Videre viser studier at det er store individuelle forskjeller blant barns matematiske ferdigheter allerede før de begynner på skolen (Aunio, Hautamäki, Sajaniemi, & Van Luit, 2009). I tillegg ser man at barn som henger etter ved skolestart har en tendens til å forbli hengende etter (Geary, 2013a). Skolen står med andre ord ovenfor en viktig oppgave når det gjelder tidlig innsats, både gjennom å fange opp elevene som strever, samt forebyggende, gjennom å legge et godt grunnlag for senere matematikkutvikling. Men hvorfor er det slik at så mange elever ikke lykkes i matematikk?

Matematikkfaget har en hierarkisk oppbygning, hvor de ulike momentene bygger på hverandre (Aunola, Leskinen, Lerkkanen, & Nurmi, 2004). Barn som ikke mestrer et moment, vil derfor ha vansker med å tilegne seg et nytt moment. Av denne grunn ser man også at barn med matematikkvansker har en senere utvikling av matematiske ferdigheter enn barn uten vansker (Mononen, Aunio, Koponen, & Aro, 2014). Elever med matematikkvansker er ingen homogen gruppe, og vanskene kan arte seg ulikt, fra milde til mer alvorlige vansker. Det er foreløpig ikke funnet en enkel forklaring på hva som utløser vanskene, og mye tyder på at matematikkvansker kan være forårsaket av flere ulike faktorer (Chinn, 2016).

Det er vanlig å skille mellom ytre og indre årsaksfaktorer. Ytre faktorer kan for eksempel være dårlig undervisning, mens indre faktorer er årsaker som er tilskrevet barnet selv, som svekkede kognitive funksjoner (Chinn, 2016). Denne studien vil primært fokusere på slike indre faktorer. For å forstå hva som kan være potensielle indre årsaksfaktorer til vanskene, må vi se på de kognitive funksjonene vi vet støtter tidlig matematisk læring. Det er hevdet at arbeidsminne er en av de viktigste underliggende kognitive ressursene til matematisk

kompetanse (Geary, 2004), og elevers progresjon i matematikk ser ut til å være nært knyttet til arbeidsminne (Passolunghi, 2006). På bakgrunn av dette har man også undersøkt sammenhengen mellom matematikkvansker og arbeidsminne, og flere studier har funnet nære forbindelser mellom svekket arbeidsminne og matematikkvansker (Kytälä et al., 2010; Passolunghi, 2006; Peng, Namkung, Barnes, et al., 2016).

Til tross for enighet om at det foreligger en sammenheng mellom svekket arbeidsminne og matematikkvansker, er det uenighet knyttet til hva denne sammenhengen kommer av. Det har blitt foreslått at et svekket arbeidsminne begrenser matematikklæring (Passolunghi, 2006), men det har også blitt hevdet det motsatte, at matematikkvansker kan føre til en dårligere utvikling av arbeidsminnefunksjoner (Andersson & Lyxell, 2007). Men en korrelasjon betyr ikke nødvendigvis at det eksisterer en årsaksrelasjon mellom de to. I stedet kan det være andre faktorer som påvirker både arbeidsminne og matematikkvansker, og at sammenhengen egentlig skyldes en tredjevariabel.

Det sistnevnte fant en studie av Melby-Lervåg et al. (2012) støtte for da de undersøkte sammenhengen mellom vokabular og arbeidsminne. Sammenhengen de fant viste seg å komme av at arbeidsminnetester ofte er verbale og dermed også stiller krav til språkferdigheter. Med andre ord vil barn med dårlige språkferdigheter stille med dårligere forutsetninger for gjennomføring av verbale arbeidsminnetester. Altså er det ikke et svekket arbeidsminne som egentlig er problemet, men heller en underliggende vanske, som for eksempel dårlig fonologisk bevissthet eller språkvansker.

Arbeidsminne blir ofte målt med tester hvor barnet får opplest en rekke med tall, og så får beskjed om å gjenta disse i motsatt rekkefølge. Det kan derfor kanskje være slik at en eventuell sammenheng kommer av at arbeidsminnetester som benyttes også stiller krav til matematiske ferdigheter som tallkunnskap. Men det kan også være at andre faktorer som er nært relatert med både arbeidsminne og matematikk påvirker sammenhengen. Vår forståelse av forholdet mellom arbeidsminne og matematikkvansker er med andre ord fortsatt i sin spede begynnelse (Geary, 2013b).

1.1 Formål

Formålet med denne undersøkelsen er å studere arbeidsminnets betydning for ferdigheter i matematikk. Basert på data fra lavt-presterende elever i matematikk på første trinn, vil jeg undersøke om det i likhet med funn fra forskning, foreligger en korrelasjon mellom ferdigheter i matematikk og arbeidsminne. Ettersom dataene som ligger til grunn for denne undersøkelsen er basert på målinger fra ett tidspunkt, vil det ikke være mulig å vurdere retningsforholdet mellom arbeidsminne og matematikkferdigheter (Lund, 2002b). Imidlertid vil det undersøkes hvorvidt arbeidsminne kan forklare variasjoner innen ulike aspekter ved matematikk. For å utelukke at en eventuell sammenheng skyldes andre faktorer som kan påvirke både matematiske ferdigheter og arbeidsminne, vil *nonverbal intelligens* benyttes som kontrollvariabel i denne studien.

Problemstillingen som ligger til grunn for oppgaven er som følger:

Hvilken betydning har arbeidsminne for matematikkferdigheter hos lavt-presterende elever i matematikk?

For å besvare oppgavens hovedproblemstilling har det blitt utformet to forskningsspørsmål

- I hvilken grad kan arbeidsminne forklare unik variasjon i matematikk når det er kontrollert for intelligens?
- Forklarer arbeidsminne større variasjon for noen aspekter ved matematikk enn for andre?

1.2 Oppgavens oppbygging

I det innledende kapittelet har det blitt gjort rede for bakgrunn og formål samt problemstilling og forskningsspørsmål for studien.

I kapittel 2 vil det redegjøres for utviklingen av matematiske ferdigheter, matematikkvansker, teorier på arbeidsminne, samt arbeidsminnets betydning for utviklingen av matematiske

ferdigheter. Videre vil empiriske funn mellom sammenhengen på matematikk og arbeidsminne bli presentert.

Kapittel 3 redegjør for metodiske valg og rammer for undersøkelsen.

I kapittel 4 blir undersøkelsens resultater beskrevet og analysert.

I Kapittel 5 vurderes undersøkelsens validitet og reliabilitet. Funnene fra analysene blir så drøftet i lys av gjennomgått teori og empiri for å besvare problemstillingene.

2 Teoretisk og empirisk grunnlag

For å kunne forstå hvorfor noen elever har vansker med å mestre matematikkferdigheter, er det vesentlig å studere hvordan slike ferdigheter vanligvis utvikles (Hulme & Snowling, 2009). Teorikapittelet vil derfor åpne med en redegjørelse av grunnleggende matematikkferdigheter og utviklingen av disse. Ettersom elevene som deltar i denne studien går på første trinn, vil jeg her primært fokusere på matematikkferdighetene som utvikles i denne aldersgruppen. Her vil jeg også kort gjøre rede for matematikkvansker, og komme inn på underliggende kognitive evner som kan være svekket hos barn med matematikkvansker. Videre vil det redegjøres for teoretiske modeller for arbeidsminne og arbeidsminnets rolle i utviklingen av matematiske ferdigheter, og til slutt, empiriske funn om arbeidsminnets relasjon til matematikk.

2.1 Matematikkferdigheter

Forskning har vist at det er flere faktorer som predikerer matematiske ferdigheter. En omfattende studie av Deary, Strand, Smith, og Fernandes (2007) fulgte over 70 000 elever i en periode på fem år. De fant at det som best predikerte matematikk, var generell intelligens. Intelligens målt ved 11 årsalder kunne forklare nesten 60% av variasjonen på matematikktester fem år senere. Generell intelligens deles gjerne i to typer intelligens: *krystallisert* intelligens, og *flytende* intelligens. Krystallisert intelligens er tillært kunnskap, som for eksempel vokabular og begrepsforståelse, mens flytende intelligens er evnen til resonnering og problemløsning (Engle, 2002). Det er særlig flytende intelligens som er sentralt for matematiske ferdigheter.

I tillegg viser forskning at det er stor grad av sammenheng mellom tidlige ferdigheter i matematikk og senere mer avanserte matematikkferdigheter. For eksempel fant Navarro et al. (2012) at ferdigheter i matematikk ved 5 årsalder predikerte senere prestasjoner ved 7-årsalder. Aunio og Niemivirta (2010) viste at relasjonelle ferdigheter og telleferdigheter i seksårsalder predikerte tilegnelsen av grunnleggende aritmetiske ferdigheter og prestasjoner i matematikk generelt ett år senere. En annen longitudinell studie, av Mazzocco og Thompson (2005), fant at vansker med matematikkoppgaver ved 5-6 år kunne forutsi matematikkvansker fire år senere. Samlet sett, ser det altså ut til at det er intelligens, og

ferdigheter i matematikk på de laveste skoletrinnene, som best kan bestemme hvor god du blir i matematikk når du er eldre eller voksen.

Hva består så matematikkferdigheter av? Det har blitt utviklet flere teorier om modeller som beskriver de grunnleggende ferdighetene i matematikk og hvordan disse utvikles. Geary (2000) skiller mellom primære og sekundære ferdigheter, hvor de primære er medfødte, mens de sekundære er skolelærte, og derfor kan variere fra kulturer og generasjoner. De primære ferdighetene kan beskrives som en intuitiv mengdeoppfatning, en omtrentlig representasjon av størrelser. Disse helt grunnleggende primære ferdighetene danner i følge Geary (2000) en skjelettstruktur for utviklingen av mer komplekse ferdigheter, som telling og aritmetiske ferdigheter. Basert på funn fra longitudinelle studier, har Aunio og Räsänen (2015) utformet en modell over de viktigste aspektene i utviklingen av tidlige matematiske ferdigheter. Modellen vil benyttes som utgangspunkt i denne studien, og beskriver utviklingen av matematiske ferdigheter opp til 8 årsalder. Modellen deler de grunnleggende tidlige ferdighetene som utvikles inn i *symbolsk og ikke-symbolisk tallforståelse, forståelse av matematiske relasjoner, telleferdigheter og aritmetiske ferdigheter*. Med utgangspunkt i denne modellen, vil det nå redegjøres for disse ferdighetene og hvordan de utvikles.

2.1.1 Ikke-symbolisk og symbolsk tallforståelse

Ikke-symbolisk tallforståelse blir i engelskspråklig litteratur gjerne omtalt som *approximate number sense (ANS)*, eller *non symbolic number sense* (Aunio & Räsänen, 2015; Dehaene, 2001). Ettersom begrepsbruken varierer noe, vil ANS heretter benyttes for å referere til den ikke-symboliske, medfødte intuitive mengdeoppfatningen. Starkey (1992) fant sterk støtte for at spedbarn, allerede i de første leveukene, viser følsomhet for mengder med opp til 4 gjenstander. Dette tyder på en iboende forståelse for mengder, som er tilstede lenge før vi kan telle verbalt eller har kjennskap til symbolske representasjoner av tall. ANS og symbolsk tallforståelse handler om omtrentlig vurdering av mengder eller symboler som representerer størrelser (Aunio & Räsänen, 2015). Det er evnen til å kunne fastslå den nøyaktige mengden av små sett med elementer, tall eller hendelser, uten å telle (Geary, 2000).

Dehaene (2001) beskriver ANS som en rask og intuitiv ferdighet, som er biologisk utviklet for å representere grunnleggende aritmetiske kunnskaper. ANS handler vurdering av representasjoner av tall uten bruk av symboler, som et utvalg objekter (***) , men kan også

gjelde for eksempel lydsekvenser og handlinger (Aunio & Räsänen, 2015; Merkley & Ansari, 2016). Symbolsk tallforståelse referer til vurdering av symboler, altså tall (3), eller tallord (tre) som representerer størrelser. Forskning har vist at forholdet mellom ANS og symbolsk tallforståelse er betydningsfullt for videre utvikling, men at det fortsatt er usikkerhet rundt forståelsen av de underliggende mekanismene til dette forholdet (Szkudlarek & Brandon, 2017). I tillegg er det usikkerhet knyttet til hvordan de kognitive og nevrane mekanismene støtter ANS, men det ser ut til å involvere et slags preverbalt tallsystem som danner grunnlaget for utviklingen av mer avanserte matematiske ferdigheter (Aunio & Räsänen, 2015; Geary, 2000). Det preverbale tallsystemet integreres etter hvert med barnets fremvoksende språkferdigheter, som bruk av tallord, og resultatet er verbal telling (Geary, 2000).

I følge Siegler og Braithwaite (2017) skjer utviklingen av tallforståelse gradvis, med en økende forståelse for ulike typer utvalg og tall. Fra ANS til symbolske små tall, og etter hvert større, som to- og flersifrede tall. Innen forskning har det vært uenighet rundt hvilken form for tallforståelse som er mest sentral for utviklingen av matematiske ferdigheter, hvor særlig ANS er blitt viet mye oppmerksomhet (Piazza & Dehaene, 2004). Nyere forskning viser imidlertid at den symbolske tallforståelsen ser ut til å påvirke utviklingen av matematiske ferdigheter i større grad enn ANS (Göbel, Watson, Lervåg, & Hulme, 2014). Det er altså forståelsen av symbolske tall som ser ut til å være viktigst for senere ferdigheter.

2.1.2 Relasjonelle ferdigheter

Relasjonelle ferdigheter handler om forståelse for matematiske sammenhenger, forholdene mellom tall og hvordan tall er satt sammen. Det kan blant annet være forståelse for at tallet '17' er satt sammen av 10 og 7 (Geary, 2017). I modellen til Aunio og Räsänen (2015) består de relasjonelle ferdighetene av matematisk-logiske prinsipper, grunnleggende aritmetiske prinsipper, matematiske symboler, plassverdi og titallsystemet.

Matematisk-logiske prinsipper betyr en grunnleggende forståelse for tallrekkefølge, sammenligning, klassifisering og en-til-en korrespondanse (Aunio & Räsänen, 2015). Modellen til Aunio og Räsänen (2015) beskriver hvordan barn først utvikler kunnskap om tallrekkefølge før en mer spesifikk forståelse for tall. Tallrekkefølge handler om prinsippet om at noen tall er *mer enn*, *mindre enn* eller *er lik* andre tall. Etter hvert utvikles en mer

spesifikk forståelse for relasjonene mellom tall kalt *ordinalforståelse*. De vet at 2 kommer før 3, som kommer før 4 (Merkley & Ansari, 2016). Og *kardinalforståelse*, at det siste tallet som telles representerer antall talte objekter (Geary, 2000). Sammenligning og klassifisering er sentralt for problemløsning, og gjør barn i stand til å gruppere og se likheter og forskjeller mellom objekter og tall, samt avgjøre forskjeller i størrelse eller antall (Aunio & Räsänen, 2015). Nøyaktighet innen telling avhenger av en forståelse for *en-til-en korrespondanse*, at objekter som telles markeres én gang (Hulme & Snowling, 2009), og at det er korrespondanse mellom objektet som telles, selve pekingen og tallordet (Butterworth, 2005).

Grunnleggende aritmetiske prinsipper referer til kunnskap om at helheter består av flere mindre deler. Eksempelvis at tallet '8' kan deles inn i $7+1$, $6+2$, $5+3$ og $4+4$ (Aunio & Räsänen, 2015). Det handler også om *sekvensforståelse*, som er relevant for regning, eksempelvis ved addisjon og multiplikasjon, hvor tallene kan legges sammen i forskjellig rekkefølge, uten at det påvirker svaret; $7+1$ gir det samme svaret som $1+7$ (Aunio & Räsänen, 2015).

Beherskelse av matematiske symboler, som er lik ($=$), større enn ($>$) og mindre enn ($<$), er en vesentlig ferdighet for å kunne forstå matematikk (Aunio & Räsänen, 2015). Det samme gjelder kunnskap om plassverdi og titallssystemet, som forståelse av enere, tiere og hundrere, og om hvordan tallsymbol har forskjellig verdi avhengig av hvilken plass de opptar i tallrekken (Aunio & Räsänen, 2015).

2.1.3 Telleferdigheter

Før barn begynner på skolen, lærer de om tall gjennom telling (LeFevre et al., 2006). Telling skaper den første broen mellom barns medfødte egenskaper om tallforståelse, til mer avanserte matematikkferdigheter, som regning (Butterworth, 2005). For å kunne telle, kreves det gode relasjonelle ferdigheter, som matematisk logiske-prinsipper. En-til-en korrespondanse, ordinalforståelse og kardinalforståelse er viktige prinsipper for telling, og danner grunnlaget for barnets voksende telleferdigheter (Geary, Hoard, Byrd-Craven, & DeSoto, 2004).

Aunio og Räsänen (2015) deler telleferdighetene inn i tre aspekter: kunnskap om tallsymbol, tallord-rekkefølge og oppregning. Ferdighetene utvikles fra rundt 2 årsalder, med en

begynnende forståelse for at ulike tallord referer til ulike antall objekter. Barn lærer etter hvert å si tallordene, først ofte som ett ord; ”entotrefirefem”, og det kan ta tid å lære at det egentlig består av fem små ord (Butterworth, 2005). Deretter kobles tallord til tallsymbol, og kunnskap om tallsymbol gjør at barnet kan identifisere og gjenkjenne tall. Ved å observere andre telle, trekker barn slutninger om hvordan telling skal utføres (Geary et al., 2004). Undersøkelser har vist at tellingen utvikles mer korrekt i takt med alderen, og i 5 årsalder er telleferdighetene gjerne kommet til et nivå hvor barnet er i stand til å si tallord korrekt ved å starte på én (Aunio & Räsänen, 2015). De forstår at objekter som telles markeres én gang, og at rekkefølgen som gjenstandene telles i, ikke påvirker utfallet (Hulme & Snowling, 2009). Etter hvert utvikles ferdighetene seg til oppregning, som er å fastslå antall gjennom å telle (Aunio & Räsänen, 2015). Dette gjør at de kan telle både forlengs og baklengs, telle med 2, 5, eller 10 av gangen.

2.1.4 Aritmetiske ferdigheter

Matematiske ferdigheter utvikles fra telleferdigheter til regneferdigheter, og barn støtter seg til tellestrategier når de først begynner å regne. Aritmetiske ferdigheter handler i de tidlige skoleårene om mestring av addisjon og subtraksjon med tall, både i form av verbale oppgaver, tekstoppgaver og problemløsningsoppgaver (Aunio & Räsänen, 2015). Dette krever prosedural og konseptuell kunnskap. Prosedural kunnskap handler om å vite hvordan man utfører en matematisk oppgave, mens konseptuell kunnskap er forståelse for hvorfor en prosedyre virker, eller om en prosedyre er riktig (LeFevre et al., 2006)

Butterworth (2005) skiller mellom tre stadier i utviklingen av telling som addisjonsstrategi. I det første stadiet telles alt, og for å regne ut stykket $3+5$, vil barn først telle ”*en, to, tre*”, og deretter ”*en, to, tre, fire, fem*”. Her bruker de gjerne fingre eller konkreter for å markere hvert tall som telles. Om de bruker fingrene, kan de eksempelvis holde frem tre fingre på én hånd, og fem på den andre. Så teller barnet alle fingrene på nytt og finner svaret. I det andre stadiet teller de ikke begge tallene, men begynner på det første i regnestykket; *tre*. Så teller de oppover for å finne løsningen; ”*fire, fem, seks, syv, åtte*”. I det tredje stadiet forstår barnet at det lønner seg å begynne med det største tallet; *fem*, og teller så videre ”*seks, syv, åtte*”. Dette er mer effektivt, og utgjør mindre risiko for å gjøre feil, ettersom de kun må telle det minste tallet (Butterworth, 2005).

Ved hyppig bruk av slike tellefremgangsmåter lagres etter hvert grunnleggende aritmetiske fakta i langtidshukommelsen, slik at problemløsningen foregår mer automatisk (Geary, Hoard, & Hamson, 1999). Jo flere aritmetiske fakta barnet har lagret, dess mindre behøver de å støtte seg til tellestrategier. I stedet for å telle seg frem til svaret, kan barnet etter hvert gjenkalle flere svar fra langtidshukommelsen. Addisjon danner et grunnlag for subtraksjon (Siegler & Braithwaite, 2017), og etter hvert utvikles en forståelse for relasjonen mellom addisjon og subtraksjon og hvordan disse utfyller hverandre. Slik at når $7+3$ er lik 10, betyr det at $10-3$ er lik 7, og at $10-7$ er lik 3. Disse ferdighetene bidrar til utvikling av fleksible og allsidige regnestrategier (Butterworth, 2005). Barn benytter gjerne en blanding av tellebaserte strategier og gjenkallingsstrategier ved problemløsning, men støtter seg hovedsakelig til telling i de tidlige skoleårene (Geary, 2013b; Siegler & Braithwaite, 2017).

2.1.5 Kort oppsummering av utviklingen av matematiske ferdigheter

Matematiske ferdigheter utvikles fra en medfødt intuitiv mengdeoppfatning, ANS, til en økende forståelse for matematiske sammenhenger. Det ser ut til at de tillærte sekundære ferdighetene delvis er basert på ANS, men at symbolsk tallforståelse er viktigst for utviklingen av mer avanserte ferdigheter. Forståelse for matematiske sammenhenger utvikles til telleferdigheter, som gradvis blir mer nøyaktig med alderen. Etter hvert utvikler barnet aritmetiske ferdigheter, hvor strategibruken først avhenger av telling, og etter hvert foregår mer automatisk ved gjenkalling fra langtidshukommelsen. Studier viser at barn med matematikkvansker ligger utviklingsmessig lenger bak enn sine jevnaldrende, og ofte benytter umodne fremgangsmåter og prosedyrer ved regning (Geary, 2004). Videre vil det kort redegjøres for matematikkvansker.

2.2 Matematikkvansker

2.2.1 Identifisering

I diagnosemanualen DSM-V blir matematikkvansker betegnet som *Specific Learning Disorder With impairment in mathematic*. Vanskene skal ha vedvart i minst 6 måneder, og er knyttet til problemer med å mestre tallforståelse, lære tallfakta utenat, nøyaktig og flytende regning og nøyaktig matematisk resonnement (American Psychiatric Association, 2013). ICD-10 benytter begrepet *Spesifikk forstyrrelse av regneferdighet*, som innbefatter manglende evner til mestring av de grunnleggende regnemetodene; addisjon, subtraksjon,

multiplikasjon og divisjon (World Health Organization, 2015). Begge manualene anvender en diskrepansdefinisjon, som vil si at ferdighetene må være betydelig svakere enn forventet ut fra alder eller klassetrinn, og skal heller ikke komme som en følge av andre vansker, svekkelser eller utilstrekkelig undervisning (American Psychiatric Association, 2013; World Health Organization, 2015).

Det er store variasjoner innen forskning når det gjelder kriterier for identifisering av matematikkvansker. Ofte kategoriseres vanskene etter alvorlighetsgrad i ulike grupper som *lavt-presterende*, *matematikk-lærevansker* (*mathematical learning disabilities/difficulties*) og *dyskalkuli*. Allikevel benyttes ikke dette konsekvent, og på tvers av studier opereres det med ulike tester, grupper og definisjoner for identifisering av vanskene. Dette kommer av at det foreløpig ikke finnes noen klar markør på matematikkvansker, og man benytter derfor ulike kategorier og *cut-offs* for å identifisere vanskene (Price & Ansari, 2013). Ved bruk av cut-off, settes en poengsumgrense, hvor de som skårer lavere enn dette på en standardisert test, blir identifisert til å ha vansker med matematikk. Men hvor høyt eller lavt man setter cut-off varierer, og noen forskere er mer restriktive enn andre (Murphy, Mazzocco, Hanich, & Early, 2007).

Imidlertid mener Geary (2017) at å sette cut-off er kunstig, ettersom matematiske ferdigheter varierer innenfor et normalfordelt kontinuum, og at uansett hvor høyt eller lavt man setter cut-off, vil de som identifiseres med dyskalkuli alltid være i nedre del av dette kontinuumet. Dette er også i tråd med Chinn (2016), som ser vansker i matematikk i et spektrum, hvor vansker i den alvorlige enden karakteriseres som dyskalkuli. I denne studien vil ikke vanskene bli kategorisert etter alvorlighetsgrad. I stedet vil samlebetegnelsen *lavt-presterende elever* bli benyttet for å referere til elevene i utvalget, uansett grad av vanske. Det de har til felles er at de har behov for hjelp, og vanskene de har i matematikk betegnes i denne studien som *matematikkvansker*.

Som tidligere nevnt, predikerer intelligens prestasjoner i matematikk, og kan dermed og tenkes å være en medvirkende årsak til matematikkvansker. Allikevel ser det ikke ut til at intelligens alene forklarer hvorfor noen har vansker med matematikk (Geary, 2013b), men at flere underliggende kognitive svakheter kan påvirke prestasjoner i matematikk (Raghubar, Barnes, & Hecht, 2010). Sammenlignet med lese- og skrivevansker, har matematikkvansker vært underrepresentert i forskning, og av denne grunn vet man ikke like mye om

underliggende kognitive vansker (Price & Ansari, 2013). En teori som har fått sterk støtte i litteraturen er at arbeidsminne er avgjørende for utvikling av matematikkferdigheter (Friso-van den Bos, van der Ven, Kroesbergen, & van Luit, 2013; Geary & Moore, 2016; Passolunghi, 2006).

2.3 Arbeidsminne

Som vi skal se i det følgende, finnes det ulike teorier og modeller for arbeidsminne. Enkelte forskere hevder at arbeidsminne er et multikomponent system bestående av flere delsystemer som håndterer ulike typer informasjon (Baddeley & Hitch, 1974), mens andre ser arbeidsminne som et enhetlig system, som først og fremst er involvert i oppmerksomhetskontroll (Engle, 2001). Videre vil det redegjøres for ulike syn på arbeidsminne og hvordan det kan tenkes å påvirke den tidlige matematikkutviklingen.

2.3.1 Baddeley og Hitch sin multikomponent modell

Basert på undersøkelser gjort av Baddeley og Hitch (1974) består arbeidsminne av en *eksekutiv enhet* som styrer og overvåker informasjonen til og fra sine tre såkalte slavesystemer; *fonologisk sløyfe*, *visuo-spatial skisseblokk* og *episodisk buffer*. Den fonologiske sløyfen bevarer språkbasert og fonologisk informasjon, mens visuell og spatial informasjon blir midlertidig lagret i den visuo-spatiale skisseblokken (Baddeley, 2007). Disse to slavesystemene blir ofte omtalt som verbalt arbeidsminne og visuelt/spatialt arbeidsminne. I modellen blir den eksekutive enhet ansett som den mest komplekse av alle komponentene (Baddeley, 2012). Den fungerer som et oppmerksomhetskontrollerende system med tre ulike funksjoner: overvåke og oppdatere informasjon representert i fonologisk sløyfe og visuo-spatial skisseblokk, skifte frem og tilbake mellom flere oppgaver og operasjoner, i tillegg til inhibisjon, altså å hemme irrelevant eller unødvendig informasjon (Geary, 2013b; Passolunghi, 2006).

Modellen hadde opprinnelig bare to slavesystemer, men var begrenset da en rekke fenomener ikke kunne forklares ut fra disse. Modellen hadde for eksempel ingen mulig forklaring på hvordan informasjon trekkes fra begge slavesystemene og langtidsminne, for så å holdt i en integrert form (Baddeley, 2000). Siden en rekke funn ikke lot seg forklare med modellen, la Baddeley (2000) til enda et system; en episodisk buffer. Den episodiske bufferen er også

kontrollert av den eksekutive enhet og integrerer informasjon fra både fonologisk sløyfe og visuo-spatial skisseblokk med langtidsminnet (Baddeley, 2000, 2012).

Baddeley (2007) viser til at en rekke undersøkelser tyder på at arbeidsminne er avhengig av langtidsminnet, og at de to systemene samhandler på flere områder. Langtidsminnet viser til en mer eller mindre permanent lagring, mens korttidsminnet handler om en begrenset og midlertidig lagring av informasjon. Korttidsminnet og arbeidsminne brukes noen ganger synonymt, men viser imidlertid til ganske forskjellige systemer. Termen ”arbeidsminne” ble tatt i bruk for å understreke at systemet også har en funksjonell rolle (Baddeley, 2007), fremfor kun en midlertidig og passiv lagringskapasitet, slik som korttidsminnet. Arbeidsminne innebærer derfor en kombinasjon av både lagring og manipulering eller behandling av informasjon, og systemet underbygger vår evne til kompleks tenkning (Baddeley, 2012).

2.3.2 Kritikk av modellen til Baddeley og Hitch

Selv om arbeidsminnemodellen til Baddeley og Hitch er anerkjent og mye brukt innen forskning, har den også møtt kritikk. Kritikken har blant annet gått ut på at modellen legger for stor vekt på strukturen fremfor den faktiske funksjonen (Engle & Kane, 2004), i tillegg er det blitt gjort flere empiriske funn som ikke lar seg forklare ut fra modellen (Berch, 2008). I det følgende vil noe av kritikken mot modellen til Baddeley og Hitch bli presentert, i tillegg til andres syn på arbeidsminne.

Towse og Cowan (2005) kritiserer særlig den eksekutive enhets funksjoner i modellen til Baddeley og Hitch. I modellen er enheten som tidligere nevnt involvert i oppdatering, skifting og inhibisjon. Imidlertid mener Towse og Cowan (2005) at forskningsfeltet mangler støtte for at enheten kan ha de ulike funksjonene som er foreslått, og mener derfor det er lite sannsynlig at den kan være involvert i disse. De begrunner dette videre med at de ulike funksjonenes rolle i ulike kontekst er så forskjellige, og at de dermed ville ha vært en betydelig belastning på hele systemet slik det er satt sammen (Berch, 2008; Towse & Cowan, 2005).

I multikomponentmodellen har særlig betydningen av fonologisk sløyfe blitt viet mye oppmerksomhet. Komponenten fikk status som en slags språkinnlæringsenhet, hvor det var

hevdet at den spiller en avgjørende rolle i innlæring av fonologiske former for nye ord ved å lagre nye, ukjente lydmonstre (Baddeley, Gathercole, & Papagno, 1998). Denne teorien er det imidlertid ikke funnet god nok støtte for, og den har derfor møtt sterk tvil innen forskning (Melby-Lervåg et al., 2012). Engle og Kane (2004) mener i tillegg at de ulike slavesystemenes betydning for kognisjon er begrenset.

I motsetning til multikomponentmodellen, hvor arbeidsminnekapasitet handler om kapasitet i lagring og behandling av informasjon (Baddeley, 2006), mener Engle (2002) at arbeidsminnekapasitet ikke er direkte relatert til minne, men i stedet hvordan oppmerksomheten styres til å holde eller undertrykke informasjon. Engle og Kane (2004) beskriver videre arbeidsminne som et system bestående av korttidsminnelagre, prosesser og strategier for å oppnå og opprettholde aktiveringen i disse, samt en eksekutiv oppmerksomhet. Denne har likhetstrekk med eksekutiv enhet i den originale multikomponentmodellen, og de mener individuelle forskjeller i arbeidsminnekapasitet er relatert til nettopp denne komponenten. Kapasitet i arbeidsminne er med andre ord ut fra dette synet relatert til evnen til å opprettholde relevant informasjon i en aktiv og tilgjengelig tilstand (Engle, 2002; Engle & Kane, 2004).

Berch (2008) mener at dette synet kan være nyttig for å forstå prestasjoner hos barn med matematikkvansker sammenlignet med jevnaldrende. Dette samsvarer med Geary (2013a), som beskriver hvordan barn som er bedre til å opprettholde oppmerksomhetskontroll og fokus vil lære raskere enn de som er mindre oppmerksomme. Han mener at barn med god oppmerksomhetskontroll ikke like lett lar seg forstyrre av interne forstyrrelser (f. eks tanker som “popper” opp i hodet) eller eksterne distraksjoner (f. eks støy, eller et annet barn).

I en metaanalyse av Ackerman, Beier, og Boyle (2005), beskriver de hvordan forholdet mellom arbeidsminne og intelligens er kompleks og har vært mye omdiskutert. I multikomponentmodellen anerkjennes arbeidsminne som et mer eller mindre frittstående system, og arbeidsminnets relasjon til intelligens er egentlig ikke spesifisert. Conway, Kane, og Engle (1999) mente først at arbeidsminnekapasitet var selve grunnlaget for intelligens, mens Kyllonen (2002) mente at generell intelligens er arbeidsminnekapasitet. Noen år senere endret imidlertid Conway, Kane, og Engle (2003) mening til at arbeidsminne og intelligens allikevel ikke er identisk, men heller nært relatert. Gathercole og kolleger (2016) anerkjenner

også at arbeidsminne er nært integrert med kognitive evner som inkluderer både språk og utøvende systemer, men nevner ikke intelligens spesifikt.

2.3.3 Arbeidsminnets rolle i utviklingen av matematiske ferdigheter

Flere studier viser at arbeidsminne er involvert i matematiske prestasjoner i skolealder (Bull et al., 2008; Fürst & Hitch, 2000; Holmes & Adams, 2006), og at regning faktisk er et godt eksempel på hvordan arbeidsminne fungerer i praksis. Grunnen er at utførelse av regneoperasjoner gjerne krever en kombinasjon av midlertid lagring av informasjon, samtidig som man utfører andre mentale operasjoner (Peng, Namkung, Fuchs, et al., 2016). Mye av forskningen på arbeidsminnets rolle i utviklingen av matematiske ferdigheter benytter modellen til Baddeley og Hitch som utgangspunkt. Dette kommer blant annet av at forskere har utviklet en rekke tester som er tenkt å ”tappe”, altså måle, de ulike komponentene i modellen (DeStefano & LeFevre, 2004). Ettersom episodisk buffer ble lagt til i nyere tid, har det foreløpig vært lite forsket på hvordan det tenkes at denne komponenten er involvert i matematikk sammenlignet med de tre originale.

Eksekutiv enhet er blant annet involvert i matematiske prosedyrer som koordinering av de ulike trinnene innen regning, som lagring av foreløpige resultater og gjenkalling av aritmetiske fakta fra langtidsmindet (Andersson & Lyxell, 2007). Komponentene er antatt å spille størst rolle av komponentene når det gjelder ferdigheter i matematikk generelt, og er betraktet som sentral innen både problemløsning og beslutningstaking (Kyttälä et al., 2010). I tillegg viste Friso-van den Bos, Kroesbergen, og van Luit (2014) at eksekutiv enhet predikerte både ANS og symbolsk tallforståelse. Forskning viser også at barn med høy kapasitet i eksekutiv enhet presterer bedre i matematikk enn sine jevnaldrende med lavere kapasitet (Bull et al., 2008).

Roller til den fonologiske sløyfen er sannsynligvis å beholde verbal informasjon om matematiske problemer, og er derfor spesielt involvert i oppgaver hvor matematiske problemer presenteres verbalt (Holmes & Adams, 2006). Man antar at fonologisk sløyfe spiller en sentral rolle i ervervelsen av aritmetiske fakta (Holmes, Adams, & Hamilton, 2008), i tillegg til å være involvert i telleferdigheter ved artikulering av tallord (Geary, 2004; Kyttälä et al., 2010)

Visuo-spatial skisseblokk fungerer som et slags mentalt ”arbeidsområde” for matematiske operasjoner (Kyttälä et al., 2010). Yngre barn opp til rundt førskolealder, antas å bruke mentale modeller når de løser matematikkoppgaver, og det ser ut til at visuo-spatial skisseblokk er involvert i dette. For eksempel ved å representere abstrakte problemer i mer konkrete former, som i en mental tallinje (Holmes & Adams, 2006). Kyttälä og kolleger (2008) viste at komponenten predikerte telling, men ikke relasjonelle ferdigheter. I tillegg ser det ut til at den spiller en sentral rolle i problemløsning for aldersgruppen 4 til 7 år (Kyttälä, Aunio, Lepola, & Hautamäki, 2013).

Resultater fra longitudinelle studier kan tyde på at arbeidsminneprosesser som støtter barns matematikkferdigheter endres med alder. Holmes og Adams (2006) fant at bidraget fra visuo-spatial skisseblokk minsket med alder, og omvendt, at bidraget fra fonologisk sløyfe økte med alder. Det kan tenkes at dette gjenspeiler utviklingen av regnestrategier i matematikk. Mens yngre barn gjerne støtter seg på visuo-spatiale løsningsstrategier som å telle på fingre, bruk av konkreter og lignende, kan eldre barn benytte mer modne, verbale strategier, som gjenkalling av aritmetiske fakta, og er derfor mindre avhengig av involvering av visuo-spatial skisseblokk (De Smedt et al., 2009). Arbeidsminnets rolle i utviklingen av matematiske ferdigheter ser med andre ord ut til å variere med alder og ulike type ferdigheter. Det er altså samspillet mellom type problem og strategien man benytter som ser ut til å bestemme på hvilken måte arbeidsminne er involvert i utviklingen av matematiske ferdigheter (Holmes et al., 2008).

2.4 Arbeidsminne og matematikk

Studier har vist at barn i skolealder med matematikkvansker har svekket arbeidsminne (Andersson & Lyxell, 2007; Geary et al., 2004; Kyttälä et al., 2010; McLean & Hitch, 1999). Ettersom arbeidsminne ser ut til å spille en sentral rolle innen utviklingen av matematiske ferdigheter, er dette kanskje ikke så overraskende. Imidlertid er det usikkerhet knyttet til hvordan denne sammenhengen kan forklares, og hvorfor vansker i matematikk og svekket arbeidsminne ser ut til å opptre samtidig. Empiriske funn er langt fra klare, og det diskuteres hvorvidt det foreligger en årsakssammenheng mellom de to, og i så fall hvilken retning denne har. Det har også vært diskutert hvorvidt svekkelsen i arbeidsminne er spesifikk (McLean & Hitch, 1999), altså relatert til kun én komponent fra Baddeleys modell, eller om den er mer generell, at hele systemet er svekket (Andersson & Lyxell, 2007). Sist, men ikke minst, er det

uenighet om arbeidsminnets relasjon til intelligens; om de er nært relatert eller om arbeidsminne er identisk eller overlappende med flytende intelligens (Ackerman et al., 2005). I så fall vil matematikkvansker og et svekket arbeidsminne kunne forklares ut fra intelligensnivå. Vi skal nå se nærmere på noen studier som har studert arbeidsminne i relasjon til matematikkprestasjoner. De ulike studiene vil presenteres ut fra forskningsdesignet som er brukt.

2.4.1 Studier basert på gruppesammenligninger

Gruppesammenligninger undersøker årsaks- og effektrelasjoner mellom variabler. Slike studier kalles gjerne naturlige eksperiment fordi gruppene ikke påvirkes gjennom tiltak, men naturen har gjort ”intervensjonen” (Gall, Gall, & Borg, 2007). Eksempler på slike undersøkelser kan blant annet være å studere en gruppe med Alzheimer og en uten Alzheimer. Dette designet kan også brukes på elever med matematikkvansker. I denne sammenhengen sammenlignes derfor grupper med matematikkvansker med grupper uten vansker. Dermed kan det undersøkes om de skiller seg fra hverandre på den uavhengige variabelen arbeidsminne. En metaanalyse av slike gruppesammenligninger utført av Swanson og Jerman (2006) viste en sammenheng mellom matematikkvansker og svekket arbeidsminne. Mer spesifikt så verbalt arbeidsminne ut til å være den variabelen som skilte gruppene med og uten vansker mest når effekten av andre variabler som intelligens og alder ble tatt ut. I det følgende presenteres flere slike gruppesammenligninger.

McLean og Hitch (1999) viste at barn med matematikkvansker har svekket arbeidsminne. I en studie sammenlignet de barn med matematikkvansker med jevnaldrende og yngre. Utvalget var lite, med totalt 36 barn fra 7-9 år. Gruppene bestod av 12 barn med matematikkvansker med normale leseferdigheter, mens kontrollgruppene bestod av 12 barn med normale lese- og matematikkferdigheter, samt 12 yngre barn med like ferdigheter i matematikk som barna med matematikkvansker og normale leseferdigheter. Barna var fordelt i gruppene på bakgrunn av en kartlegging innen matematikk og lesing. Barnas arbeidsminne ble så kartlagt med ytterligere 10 tester. Resultatene viste at barna med matematikkvansker presterte signifikant lavere enn begge kontrollgruppene på flere arbeidsminnetester. Den største forskjellen fant de når de sammenlignet barna med den jevnaldrende kontrollgruppen. Her skåret de signifikant svakere på seks av ti arbeidsminnetester. Når de sammenlignet med den yngre kontrollgruppen, var de kun signifikant svakere på én av testene. Dette var

dessuten relatert til tid, og det var ingen signifikante forskjeller relatert til antall feil. Barna viste svekkelser i arbeidsminne relatert til visuo-spatial og eksekutiv enhet. Fonologisk sløyfe ble funnet normal. Funnene indikerer dermed at barn med matematikkvansker er svekket innen visuo-spatial og eksekutiv enhet. McLean og Hitch (1999) konkluderer med at denne svekkelsen ikke bare er en konsekvens av svake ferdigheter i matematikk, men heller at svekket arbeidsminne påvirker prestasjoner i matematikk.

I en studie av Andersson og Lyxell (2007) ble elever med matematikkvansker og elever med komorbide lese- og matematikkvansker sammenlignet med jevnaldrende og yngre normalt-presterende. 138 elever fordelt mellom 2. – 4. klasse ble målt i arbeidsminne og matematikk. Alder, lesing, nonverbal og verbal intelligens ble benyttet som kontrollvariabler.

Korrelasjonsanalyser viste at arbeidsminne var relatert til matematikkprestasjoner i alle gruppene, men at disse relasjonene varierte med alder og evnenivå. Sammenlignet med både jevnaldrende og yngre kontrollgrupper, viste begge vanskegruppene en spesifikk svekkelse i eksekutiv enhet, spesielt knyttet til samtidig behandling og lagring av tallinformasjon.

Elevene med matematikkvansker var også svekket i verbalt arbeidsminne, mens elevene med komorbide vansker viste ytterligere vansker innen visuelt arbeidsminne. Andersson og Lyxell (2007) forklarer sine funn med at en dårlig utvikling av matematiske ferdigheter kan se ut til å ha en negativ effekt på utviklingen av arbeidsminnefunksjoner. Med andre ord kan dette bety at et svekket arbeidsminne er en konsekvens av matematikkvansker.

Kyttälä og kolleger (2010) foreslår imidlertid det omvendte, at svekket arbeidsminne gir konsekvenser for å lære matematikk. Deres studie undersøkte potensiell svikt i arbeidsminne, språk og flytende intelligens hos 116 barn mellom 4-7 år med svake ferdigheter i matematikk, før skolestart. Resultatene viste at barna med matematikkvansker presterte lavere enn jevnaldrende med normale matematikkferdigheter innen alle komponentene av arbeidsminnesystemet. I motsetning til funnet til Andersson og Lyxell (2007), kan dette altså indikere en mer generell arbeidsminnesvikt. Svekkelsen i arbeidsminne var til stede før skolestart og formell matematikkundervisning, og kunne ikke utelukkende forklares da de kontrollerte for intelligens. Kyttälä et al. (2010) foreslår derfor at arbeidsminnesvikten er en mulig årsak til svake matematikkprestasjoner, og at barna med matematikkvansker har et svekket arbeidsminne uavhengig av flytende intelligens. Ved kontrollering av språkkunnskaper, minsket imidlertid forskjellene innen eksekutiv enhet, som kan indikere at

omfanget av et svekket arbeidsminne også er relatert til språkkunnskaper (Kyttälä et al., 2010).

2.4.2 Korrelasjonelle studier med ett måletidspunkt

Korrelasjonelle studier benyttes ofte når man vil søke etter mulige årsaksforhold mellom variabler. Fordelen er at man kan studere forholdet mellom flere ulike variabler samtidig, og at vi kan se på hele normalfordelingen og dermed forklare variasjon mellom elevene. Det er et bedre alternativ enn å se på ekstreme grupper (MacCallum, Zhang, Preacher, & Rucker, 2002). Imidlertid vil ikke et slikt forskningsdesign kunne fastslå årsak- eller effektforhold mellom variabler, men ulike korrelasjonsanalyser kan benyttes for å anslå styrken til prediksjonen eller forholdet (Gall et al., 2007).

Fuchs og kolleger (2006) fant ikke støtte for at arbeidsminne forklarte unik variasjon i matematikk. 312 barn i 8-9 årsalder ble målt i flere kognitive evner, blant annet arbeidsminne, i tillegg til aritmetiske ferdigheter målt med addisjon og subtraksjon av små og store tall, samt problemløsningsoppgaver. Resultatene viste at arbeidsminne, målt med Listening recall og Backward digit recall, ikke var en signifikant prediktor for noen av de matematiske ferdighetene som ble målt.

Berg (2008) undersøkte arbeidsminne i relasjon til en matematikktest. Utvalget bestod av 90 barn mellom 8 og 12 år. Visuo-spatialt og verbalt arbeidsminne i tillegg til flere kognitive evner ble målt for å sjekke hvordan de ulike evnene bidro til prestasjoner på en matematikktest. Det viste seg at både verbalt og visuo-spatialt arbeidsminne unikt kunne forklare variasjon i matematiske prestasjoner, med henholdsvis 3 % og 5 %. Dette var uavhengig av kronologisk alder, korttidshukommelse, lese- og prosesseringshastighet. Det bør imidlertid bemerkes at intelligens ikke ble målt i denne undersøkelsen.

En annen undersøkelse av Kyttälä og Lehto (2008) undersøkte hvordan og i hvilken grad visuo-spatial skisseblokk og nonverbal intelligens var relatert til matematikkprestasjoner. Utvalget bestod av 128 elever i en normal skolepopulasjon mellom 15-16 år. Elevene ble testet innen problemløsning, geometri og hoderegning, i tillegg til visuo-spatialt arbeidsminne og nonverbal intelligens. Multipel regresjonsanalyse viste at nonverbal intelligens, målt med Raven, best kunne forklare variasjonen i matematikkferdighetene som

ble målt. Samlet forklarte arbeidsminne og intelligens 39 % av variasjonen. Bidraget fra visuo-spatialt arbeidsminne var signifikant, men betydelig svakere enn intelligens. De konkluderer med at både nonverbal intelligens og visuo-spatialt arbeidsminne er avgjørende for matematiske ferdigheter, men at noe av det visuo-spatiale bidraget er formidlet gjennom nonverbal intelligens.

2.4.3 Longitudinelle studier

Ved longitudinelle studier samles data fra et utvalg ved ulike tidspunkt over en bestemt tidsperiode. Longitudinelle studier er aktuelle når man vil beskrive forandringer og utvikling hos et utvalg over tid (Gall et al., 2007). Heller ikke longitudinelle studier kan gi sikre konklusjoner om årsakssammenhenger. Men ettersom de sier noe om hva som kommer forut for noe annet, er det det lengste vi kommer til å danne hypoteser om årsaker uten å ha testet årsakene direkte (Gall et al., 2007)

Gathercole, Brown, og Pickering (2003) undersøkte om resultater på arbeidsminnetester av 54 barn i 4-5 årsalder kunne predikere prestasjoner på nasjonale kartleggingsprøver to år senere. Resultatene viste at arbeidsminnetestene var sterke signifikante prediktorer på barnas prestasjoner innen lesing og skriving, men ikke i matematikk. Arbeidsminnetestene korrelerte høyt med staving og skriving, moderat med leseforståelse, men var ikke relatert til matematiske prestasjoner. Forfatterne mener dette funnet er bemerkelsesverdig, og kan tyde på at begrensninger i arbeidsminnekapasitet hindrer læring i matematikk.

Bull og kolleger (2008) undersøkte hvorvidt arbeidsminne, korttidsminne og eksekutive funksjoner predikerte senere matematikkopplæring. 104 barn ble testet første gang i 4-årsalder innen de ulike prediksjonsvariablene. Kartleggingsprøver i lesing og matematikk ble utført ved skolestart og ved slutten av første og tredje skoleår. Matematikkferdigheter ble blant annet målt gjennom relasjonelle ferdigheter, telling, enkel regning, tallgjenkjenning og problemløsning. Resultatene indikerte at visuo-spatialt arbeidsminne ved første måling predikerte matematikkprestasjoner i slutten av tredje klasse. Verbalt arbeidsminne så ut til å være relatert til et mer generelt læringsutbytte innen både lesing og matematikk.

En studie av Alloway og Alloway (2010) fulgte 98 barn fra de var 5 til 11 år. Formålet med studien var å undersøke hvilken rolle intelligens og arbeidsminne hadde for fremtidig

skolegang, her målt med matematikk, lesing og skriving. Barna ble testet ved to anledninger, først ved 5 årsalder, og igjen, seks år senere. Ved begge testtidspunkt ble barna testet innen arbeidsminne, målt med Listening recall og Backward digit recall, i tillegg til verbal og nonverbal intelligens. Ved andre testtidspunkt ble de i tillegg testet innen lesing, skriving og matematikk. Resultater viste at arbeidsminne kunne forklare unik variasjon innen matematikk ved 5 årsalder. I tillegg så man at arbeidsminne ved 5 årsalder var tydelig knyttet til læringsutbytte i matematikk og lesing og skriving seks år senere. Intelligens bidro også til skoleoppnåelse, men i et longitudinelt perspektiv, var det arbeidsminne som utgjorde den største andelen av varians innen de ulike ferdighetene som ble målt. Funn fra denne studien indikerer derfor at arbeidsminne bedre forklarer variasjon innen matematikkferdigheter enn det intelligens gjør.

Peng, Namkung, Fuchs, et al. (2016) undersøkte sammenhengen mellom blant annet arbeidsminne og aritmetikk hos 176 barn identifisert til å ha vansker innen lesing og matematikk. Barna i undersøkelsen ble testet fire ganger mellom begynnelsen av 1. klasse og slutten av 3. klasse. Gjennomsnittsalder ved første måling var 6 år. Barna ble første gang testet innen arbeidsminne, språk, nonverbal resonnering, avkoding, prosesseringshastighet og aritmetiske ferdigheter. Ferdigheter innen aritmetikk ble målt ved alle fire målinger. Resultater fra målingene viste ikke støtte for arbeidsminnets betydning i aritmetikk. Derimot kunne tidlig symbolsk tallforståelse, prosesseringshastighet, avkoding og ferdigheter i addisjon og subtraksjon forklare variasjon i matematiske prestasjoner ved slutten av 3. klasse. Disse funnene kan indikere at yngre barn med lese- og matematikkvansker er mer avhengig av tallkunnskap enn de er av kognitive evner, deriblant arbeidsminne, i utviklingen av regneferdigheter. Imidlertid er det svakheter og begrensninger ved studien som kan ha påvirket dette resultatet.

2.4.4 Eksperimentelle studier

For å kunne fastslå årsakssammenhenger mellom to eller flere variabler er eksperimentelle design best egnet (Gall et al., 2007). I eksperimentelle studier påvirkes eller manipuleres uavhengig variabel for så å måle effekten på en avhengig variabel (Lund, 2002a). Ettersom svekket arbeidsminnekapasitet ser ut til å begrense læring, er det nærliggende å tenke at dersom arbeidsminne kan trenes, vil det ha overføringseffekt til områder som avhenger av en slik kapasitet (Harrison et al., 2013).

Det har etter hvert blitt svært mange studier som undersøker effekten av arbeidsminnetrening. Men hvor god effekt har det egentlig? En metaanalyse av Melby-Lervåg, Redick, og Hulme (2016) undersøkte nettopp dette. Totalt 87 publikasjoner med 145 eksperimentelle forsøk ble analysert, hvor alle hadde et forskningsdesign med pretest og posttest, samt kontrollgruppe. Metaanalysen hadde blant annet som formål å undersøke om arbeidsminnetrening hadde effekt på arbeidsminneoppgaver, nonverbal intelligens, verbale ferdigheter, ordavkodning, leseforståelse og matematikk. Resultatene viste at arbeidsminnetreningen kun hadde effekt på andre arbeidsminnetester som lignet på det som ble trent på. Det viste seg at de bare ble bedre på helt oppgavestrategiske faktorer knyttet til hvordan de gjorde minneoppgaver og ikke arbeidsminne i seg selv. Med andre ord hadde ikke arbeidsminnetrening noen overføringseffekter til matematikkferdigheter. Denne studien svekker derved hypotesen om at arbeidsminne er viktig årsak til matematikkvansker. På en annen side er det ikke sikkert at arbeidsminne i det hele tatt kan trenes (Melby-Lervåg et al., 2016), kanskje blir man bare bedre på strategier til å gjøre det bedre på arbeidsminnetestene. Flere studier har forsøkt å trene opp arbeidsminne for å se om dette vil ha effekt på matematikk. I det følgende presenteres resultater fra noen slike studier.

Et eksempel på en studie i metaanalysen til Melby-Lervåg et al. (2016), er studien til Bergman-Nutley og Klingberg (2014). De undersøkte effekten av arbeidsminnetrening på 176 barn mellom 7-15 år med svekket arbeidsminne. Flere av disse elevene var diagnostisert med ADHD. Kontrollgruppen bestod av 304 elever i samme alder med normal utvikling. Arbeidsminnetreningen foregikk fem dager i uken over fem uker, og både tiltaks- og kontrollgruppen ble målt flere ganger underveis innen arbeidsminne og matematikk. Resultatene viste moderat til stor effekt på arbeidsminnetester, mens effekten på matematikk var liten, men signifikant. Forfatterne mener en begrensning ved studien er at kontrollgruppen bestod av elever med normal utvikling, og at det ideelt sett burde vært elever som også hadde svekket arbeidsminne. Allikevel konkluderer de med at resultatene er lovende og oppmuntrende for fremtidig forskning.

Kroesbergen, van 't Noordende, og Kolkman (2014) undersøkte effekten av arbeidsminnetrening på både arbeidsminne og tidlige matematiske ferdigheter som ANS og telling i barnehagen. 51 barn i 5 årsalder med skårer i nedre 50% på to nasjonale matematikkprøver ble trukket ut til å delta. Barna ble delt inn i to tiltaksgrupper og en kontrollgruppe. De to tiltaksgruppene mottok ulike former for arbeidsminnetrening over en

periode på fire uker. Den ene gruppen trente arbeidsminne gjennom generelle arbeidsminneoppgaver som å huske, prosessere og aktivere informasjon simultant, og den andre gruppen trente arbeidsminne gjennom oppgaver med tall, som i tillegg skulle forbedre barnas matematiske ferdigheter. Resultatene viste at begge tiltaksgruppene presterte bedre på arbeidsminneoppgaver enn kontrollgruppen etter endt intervensjon. Kroesbergen og kolleger (2014) konkluderer med at overføringseffekten til matematiske ferdigheter var størst hos gruppen som trente arbeidsminne gjennom oppgaver som også trente matematiske ferdigheter. Den andre gruppen hadde ikke like stor effekt, men hadde forbedret seg mer enn kontrollgruppen.

I en studie av Karbach, Strobach, og Schubert (2015) mottok 28 elever i 8 årsalder ulike former for arbeidsminnetrening. Tiltaksgruppen bestod av 14 elever som trente arbeidsminne med oppgaver som ble tilpasset etter individuelt nivå. Kontrollgruppen var aktiv og gjorde arbeidsminneoppgaver som var identiske med tiltaksgruppen, men som ikke var tilpasset nivå, og dermed hadde lavere krav. Treningen pågikk over 14 økter, og pretest, posttest samt oppfølgingsjekk 3 måneder senere testet arbeidsminne, matematikk og lesing. Resultatene viste at tilpasset arbeidsminnetrening hadde best effekt sammenlignet med den ikke-tilpassede. Treningen hadde overføringseffekt til en utrent arbeidsminneoppgave og en test som målte leseferdigheter. Imidlertid ga arbeidsminnetreningen ingen effekt på testen som målte matematikk, og heller ikke en arbeidsminnetest som målte skifting og inhibisjon.

2.5 Samlet vurdering av empiriske funn

Det er altså noen enkeltstudier som viser effekt på matematikkferdigheter av arbeidsminnetrening. Likevel er de få, og de bør derfor tolkes med forsiktighet. Samlet ser det ut til å være liten grunn til optimisme fra arbeidsminnetrening. De empiriske funnene som er gjennomgått er ikke entydige når det gjelder forholdet mellom matematikkferdigheter, matematikkvansker og arbeidsminne, og gir ikke klare svar på oppgavens problemstilling eller forskningsspørsmål:

Hvilken betydning har arbeidsminne for matematikkferdigheter hos lavt-presterende elever i matematikk?

- I hvilken grad kan arbeidsminne forklare unik variasjon i matematikk når det er kontrollert for intelligens?
- Forklarer arbeidsminne større variasjon for noen aspekter ved matematikk enn for andre?

Sammenlagt har de fleste studiene i denne gjennomgangen funnet sterk støtte for at arbeidsminne er relatert til matematikk. Relasjonen ser imidlertid ut til å variere med de ulike forskningsdesign, måleinstrumenter og aldersgrupper som benyttes. Det foreligger heller ingen klar overenstemmelse på hvordan sammenhengen mellom arbeidsminne og matematikk påvirkes av nonverbal intelligens. Og det er heller ingen tydelige mønstre innen de ulike matematiske aspektene. Det overnevnte bekreftes også i en litteraturgjennomgang av Raghubar et al. (2010), som i tillegg mener at de ulike måleinstrumentene, aldersgruppene, matematikkferdighetene og ferdighetsnivåene som blir benyttet på tvers av studier vil bidra til økt forståelse om arbeidsminnets relasjon til matematikk.

Dersom arbeidsminne kan forklare variasjon i matematikkferdigheter i denne studien, vil det være interessant å undersøke hvordan intelligens virker inn i denne sammenhengen. Om arbeidsminne kan forklare unik variasjon selv etter å ha kontrollert for intelligens, kan dette indikere at arbeidsminne fungerer som et frittstående system. Om forklaringen faller bort når det kontrolleres for intelligens, tyder det derimot på at arbeidsminne er nært relatert til intelligens, og at vansker i matematikk ikke alene kan forklares ut fra arbeidsminne. Det vil også være interessant å se arbeidsminnets rolle i de ulike matematiske ferdighetene som måles.

3 Metode

I dette kapittelet vil det redegjøres for undersøkelsens forskningsmetodiske tilnærming. Her presenteres først studiens design og utvalg, før det redegjøres for prosedyrer for innsamling av data og måleinstrumentene som ble benyttet. Det vil redegjøres for validitet og reliabilitet i tillegg til etiske hensyn som ligger til grunn for studien.

3.1 Design

Formålet med denne studien er å undersøke arbeidsminnets betydning for matematikkferdigheter hos lavt-presterende elever i matematikk på første trinn.

Undersøkelsen anvender en kvantitativ metodisk tilnærming med et ikke-eksperimentelt observasjonsdesign. Det vil si at studien er deskriptiv, ved at den beskriver virkeligheten slik den er, uten å påvirke eller manipulere variabler (Kleven, 2002b). Studien kan beskrives som en tversnittstudie, da målingene som ble foretatt er gjort ved ett tidspunkt (Gall et al., 2007).

Resultatene fra målingen vil ende i et tallformat, og utgjør datamateriale for studien.

Programmet SPSS vil anvendes for å administrere og analysere materialet, og vil bli brukt for å utføre ulike statistiske analyser (Gall et al., 2007). For å kunne si noe om kausale effekter på dette grunnlag, må mulige påvirkningsfaktorer studeres og kontrolleres for (Kleven, 2002b). Funnene i studien vil derfor bli kontrollert med variabelen *nonverbal intelligens*, heretter forkortet til *intelligens*, som anses som sentral for både matematiske ferdigheter og arbeidsminne.

3.2 Utvalg

Elevene som er med i denne undersøkelsen er knyttet til doktorgradsprosjektet (heretter referert til som forskningsprosjektet): "*The effects of mathematical interventions programs for students performing low in mathematics*", ved Institutt for Spesialpedagogikk, Universitetet i Oslo. Høsten 2016 ble det sendt ut forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet til foresatte av elever på første trinn ved alle skolene (totalt 9) i to valgte kommuner på Østlandet. 410 elever fikk forespørsel om å være med, og av disse var det totalt 369 som samtykket til deltakelse. Elever som var utredet for nevrologiske dysfunksjoner, for eksempel autisme, deltok ikke. Foruten dette kunne alle elever på første trinn være med, også elever med spesialundervisning.

Elevene som deltok ble så kartlagt med en screener hvor kjerneferdigheter knyttet til matematikk ble målt. Screeningen som ble benyttet hadde som formål å identifisere de lavt-presterende elevene som hadde behov for intervensjonen, og det var resultatene fra denne kartleggingen som avgjorde hvem som fikk bli med videre i forskningsprosjektet. Utvalget i denne studien består av de 120 elevene (ca. 30% svakeste) som gjennom screeneren ble identifisert som lavt-presterende i matematikk. Disse elevene ble så tilfeldig fordelt i en kontrollgruppe og en tiltaksgruppe gjennom randomisering. I forkant av intervensjonen har begge elevgruppene vært gjennom pretesting, og resultatene i denne studien baserer seg på data fra denne målingen, altså før de får intervensjonen.

3.3 Innsamling av data

Pretestingen ble utført av en gruppe forskningsassistenter i desember 2016 og januar 2017. I forkant av datainnsamlingen ble det gjennomført opplæring i gjennomføring og skåring av de ulike testene slik at alle hadde et likt utgangspunkt for selve utføringen. Testbatteriet som ble benyttet var relativt omfattende, og bestod av tilsammen 12 deltester. Av denne grunn ble testingen fordelt over to dager, slik at elevene ikke skulle miste motivasjonen eller oppleve at det ble for krevende. I tillegg fikk alle elevene diplom med klistremerker for hver test de gjorde for å kunne se fremgang og opprettholde motivasjonen. Første testøkt tok lengst tid, med en varighet på ca. 60-90 min, mens testøkt 2 hadde en varighet på ca. 45-60 min. Dette kunne også variere litt fra elev til elev. Alle elevene i utvalget ble testet individuelt i et grupperom eller klasserom på skolens område. Forskningsassistentene noterte elevenes testresponser fortløpende i testprotokollene, med unntak testen Think Math og Dot comparison hvor eleven krysset av eller skrev svarene selv.

3.4 Variabler

Variablene som undersøkes i denne studien er blitt målt gjennom et større testbatteri utformet i forbindelse med forskningsprosjektet. Her vil de ulike måleinstrumentene som ligger til grunn for denne studien presenteres. De ulike testene er valgt for å representere de variablene som er relevante for denne undersøkelsen.

Tabell 1: Oversikt over variabler og tester

<i>Variabel</i>	<i>Tester</i>
ANS	Dot comparison TOBANS ANS
Telling	Telleoppgaver fra Think Math
Aritmetiske ferdigheter	Addisjonsoppgaver fra Think Math
Arbeidsminne	Listening recall Backward digit recall
Intelligens	Ravens Matriser

3.4.1 ANS

Dot comparison (TOBANS – ANS) (Brigstocke et al., 2016) måler intuitiv og hurtig mengedoppfatning. Testen går ut på at eleven skal sammenligne to og to bokser med flere rundinger (dots). Eleven må raskt vurdere og sette strek over hvilken boks de mener har flest rundinger, uten å telle. Testen har en tidsbegrensning på 30 sekunder. Testen består av totalt 52 items.

3.4.2 Telling

Telleferdigheter blir målt med oppgaver fra testen Think Math (Aunio et al., 2016). Denne utviklet i forbindelse med forskningsprosjektet. Testen måler ulike matematiske ferdigheter, deriblant telling. Selve gjennomføringen av testen styres av testleder som gir instruksjoner. Testen har ingen tidsbegrensning eller stoppregler, og gjennomføres i sin helhet. Eleven gis 1 poeng for hvert riktig svar. Think Math består av totalt 100 items, av disse ble kun oppgavene som måler telling plukket ut, som tilsammen utgjør 47 items.

3.4.3 Aritmetiske ferdigheter

Aritmetiske ferdigheter er også målt med oppgaver fra testen Think Math (Aunio et al., 2016). Eleven gis 1 poeng for hvert riktig svar. Her ble alle addisjonsoppgavene plukket ut, som tilsammen utgjør 10 items.

3.4.4 Arbeidsminne

Arbeidsminne måles ved hjelp av to tester: Listening recall og Backward digit recall, heretter forkortet til Backward digit. Begge testene er deltester fra *Working memory test battery for children* (WMTB-C) (Pickering & Gathercole, 2001). Testene er basert på modellen til Baddeley og Hitch (1974) og er begge et mål på de eksekutiv enhet (Pickering, 2006).

Listening recall er en deltest hvor eleven må lagre og prosessere informasjon i samme oppgave. Testen administreres ved at ulike setninger leses opp for eleven. Noen av setningene er sanne, mens andre er usanne. Eleven skal først vurdere om setningen er sann eller usann, og deretter gjenkalle det siste ordet i hver setning. Et eksempel på en oppgave kan være "Løver har fire ben". Riktig respons fra eleven skal være "sann, ben".

Testoppgavene i deltesten er arrangert i blokker, hvor hver blokk inneholder seks oppgaver med samme vanskelighetsgrad. For hver blokk økes vanskelighetsgraden med en setning. Hvis eleven svarer riktig på de fire første oppgavene innen en blokk, fortsettes det til neste blokk. Det blir gitt to øvingsoppgaver før både blokk 1 og blokk 2, for å sikre at eleven forstår oppgavene. Øvingsoppgavene kan administreres tre ganger, og dersom eleven fortsatt ikke greier oppgavene, avbrytes testen. Gjennomføringen av testen stoppes dersom eleven har tre eller flere feil i en blokk. Testen består av totalt 127 items.

Backward digit er som forrige deltest, arrangert i blokker på seks oppgaver med samme vanskelighetsgrad. I denne deltesten blir eleven bedt om å huske tall. Testleder leser opp tall, og eleven blir bedt om å gjenta tallene, men i baklengs rekkefølge. Den første blokken har to tall, og etter hvert økes det med ett tall per blokk. Et eksempel på en oppgave kan være "2, 3", hvor riktig respons fra eleven skal være "3, 2". Også her blir det gitt øvingsoppgaver før administrering av både blokk 1 og blokk 2, som kan repeteres og demonstreres ved behov. Hvis eleven svarer riktig på de fire første oppgavene innen en blokk, fortsettes det til neste blokk. Gjennomføringen av testen stoppes dersom eleven har tre eller flere feil i innen en blokk. Testen består av totalt 36 items.

3.4.5 Intelligens

Ravens matriser ble brukt for å estimere elevenes generelle evnenivå. Ettersom testen ikke stiller krav til språkkunnskaper er den et mål på nonverbal intelligens (Raven, 1998). Testen består av totalt 36 items, men to av disse er øvingsoppgaver og er derfor ikke tatt med. Denne testen blir kun benyttet som en kontrollvariabel og vil derfor ikke bli beskrevet ytterligere.

3.5 Validitet og reliabilitet

Validitet omfatter slutningenes gyldighet, mens reliabilitet handler om pålitelighet i målingene (Befring, 2015; Shadish, Cook, & Campbell, 2002). For å vurdere undersøkelsens validitet, tas det utgangspunkt i validitetssystemet til Cook & Campbell (1979) og deres fire kvalitetskrav; *statistisk validitet*, *begrepsvaliditet*, *indre validitet* og *ytre validitet*. Systemet er i utgangspunktet beregnet for eksperimenter hvor årsakssammenhenger testes direkte, som i eksperimentelle og kvasi-eksperimentelle design. Selv om denne studien ikke anvender et slikt design, vil alle validitetstypene være relevante, og som vi skal se vil de ulike truslene kunne påvirke undersøkelsens validitet. Av denne grunn anses derfor validitetssystemet som svært relevant for denne studien.

Når man vurderer en undersøkelses validitet, betyr det egentlig å vurdere kvaliteten på undersøkelsens slutninger (Lund, 2002b). I kapittel fem vil derfor slutningene i denne undersøkelsen bli drøftet i lys av de ulike kravene. I det følgende vil det kort redegjøres for de fire validitetskravene og reliabilitet.

Statistisk validitet dreier seg om hvorvidt det er samvariasjon mellom uavhengig og avhengig variabel og hvor sterk denne sammenhengen er (Shadish et al., 2002). En god statistisk validitet innebærer at tendensen er statistisk signifikant og rimelig sterk. Det vil si at det er lite sannsynlig at sammenhengen mellom variablene er tilfeldige. Selv om en sammenheng er statistisk signifikant, vil det imidlertid være vanskelig å sikre seg helt mot å gjøre feilaktige slutninger. Feilaktige slutninger kan deles inn i type I og type II feil (Shadish et al., 2002). Type I feil er når man feilaktig forkaster en null-hypotese, det vil si at man konkluderer med at det er en signifikant sammenheng, når det egentlig ikke er det. Type II feil er når man unnlater å forkaste en null-hypotese, altså å konkludere med at det ikke finnes en signifikant sammenheng når det egentlig gjør det (Shadish et al., 2002). God statistisk styrke betyr også

at størrelsen på effekten ikke bare er signifikant, men også rimelig stor. I denne undersøkelsen vil proporsjonsforklart varians benyttes for å kunne si noe om dette.

En av truslene mot statistisk validitet er svak reliabilitet. Reliabilitetsspørsmålet i en undersøkelse handler om målingenes presisjon og nøyaktighet (Kleven, 2002a). Svak reliabilitet kan være en følge av tilfeldige målefeil, som for eksempel upresise og lite objektive datainnsamlingsmetoder. Dette kan igjen medføre at det trekkes feilaktige signifikanslutninger (Shadish et al., 2002). God statistisk validitet forutsetter derfor høy reliabilitet, og statistisk validitet er igjen nødvendig for å oppfylle de tre andre kvalitetskravene (Lund, 2002b).

Innen pedagogisk og psykologisk forskning måles fenomener og begrep som sjeldent er tilgjengelig for direkte måling. For å studere teoretiske begrep, som for eksempel arbeidsminne, må begrepene operasjonaliseres slik at de er målbare (Kleven, 2002a). Begrepsvaliditet handler om grad av samsvar mellom det teoretiske begrep slik det er definert og hvordan det har blitt operasjonalisert (Kleven, 2002a; Shadish et al., 2002). I denne studien dreier dette seg om samsvar mellom de teoretisk konstruerte variablene Arbeidsminne, Intelligens, ANS, Telling og Aritmetiske ferdigheter, og måleinstrumentene som disse variablene måles med. Ved operasjonalisering av teoretiske begrep, finnes det flere potensielle trusler som kan svekke begrepsvaliditeten. De kan blant annet gå ut på at man ikke lykkes med å inkludere alle egenskapene ved begrepet man ønsker å undersøke, eller at andre egenskaper som egentlig ikke er relevante blir inkludert (Shadish et al., 2002). Reliabilitet vil også påvirke begrepsvaliditet. Som diskutert tidligere kan feilkilder ved datainnsamlingen eller måleinstrumenter føre til at målingene får lav reliabilitet. En lite reliabel test vil aldri kunne ha god begrepsvaliditet, og er derfor en trussel mot begrepsvaliditet (Kleven, 2002a).

Med indre validitet menes hvorvidt observert sammenheng mellom variabler reflekterer et kausalt forhold slik de er operasjonalisert, og at dette forholdet ikke skyldes andre forklaringer (Shadish et al., 2002). Indre validitet er gjerne mest forbundet med eksperimentelle undersøkelser hvor kausale hypoteser testes direkte. Selv om man i ikke-eksperimentelle studier ikke kan trekke konklusjoner om årsak/virkning på samme måte som i eksperimenter, er indre validitet allikevel svært relevant når man skal danne seg kausale hypoteser om funnene man har gjort. Retning er en sentral trussel mot indre validitet i ikke-

eksperimentelle observasjonsstudier. Retningsproblemet kommer av at det anvendte designet ikke mestrer å vurdere om den ene variabelen fører til det andre. (Lund, 2002b; Shadish et al., 2002).

En undersøkelse har god ytre validitet dersom slutningene om kausale forhold kan overføres til en bredere kontekst eller andre sammenhenger (Shadish et al., 2002).

3.6 Etiske hensyn

Forskningsetikk viser til verdier, normer og institusjonelle ordninger som bidrar til å ivareta god vitenskapelig praksis (NESH, 2016). Forskningsprosjektet som denne studien er knyttet til, er blitt meldt og godkjent av personvernombudet for forskning ved Norsk senter for forskningsdata (NSD). Formelle etiske hensyn som frivillighet og anonymitet er dermed ivaretatt av forskergruppen. Foreldre fikk tilsendt et informasjonsskriv om forskningsprosjektets bakgrunn og formål, samt informasjon om hva deltakelse innebærer, og om de samtykket til deltakelse. Elevene fikk enten muntlig informasjon fra lærer eller testleder. All informasjon om elevene i denne undersøkelsen behandles konfidensielt; testprotokollene ble anonymisert med ID-nummer, og det vil ikke være mulig å gjenkjenne enkeltelever som deltar i studien. Skolene det gjelder vil heller ikke få tilgang til testresultatet for hver enkelt elev.

Barn er en sårbar informantgruppe, da de ofte kan være mer villige til å adlyde autoriteter enn hva voksne er (NESH, 2016). Det kan heller ikke forventes at barn forstår følgene av å delta i et forskningsprosjekt (Befring, 2015). Ettersom elevene i denne undersøkelsen ikke selv formelt har gitt samtykke til deltakelse, var det spesielt viktig å ta hensyn til deres egne vilje til deltakelse under testing. Ved noen få anledninger skjedde det at elever vegret seg mot å bli testet. I slike tilfeller tok testleder seg tid til å bli litt kjent med eleven, slik at han eller hun kunne føle seg trygg. Det er også avgjørende at forskeren har tilstrekkelig kunnskap om barn, slikt at testsituasjonen blir riktig tilpasset (NESH, 2016). Alle som har vært med å teste elever i forskningsprosjektet er masterstudenter eller stipendiat ved Institutt for Spesialpedagogikk, og har derfor god kunnskap om barn. I tillegg er det viktig å være sensitiv ovenfor eleven, og legge til rette testsituasjonene best mulig. Blant annet ved å motivere eleven hvis de synes

noe virket vanskelig. Det er også viktig å ta hensyn til behov, ved at elevene for eksempel kunne ta en kort pause dersom testleder registrerte at de virket veldig slitne.

4 Resultater

I dette kapitlet blir undersøkelsens resultater beskrevet og analysert. Først presenteres deskriptive analyser av de ulike variablene, hvor deskriptiv statistikk blir benyttet for å beskrive enkeltvariablenes egenskaper som reliabilitet og fordeling. Fordelingen av variabler vil også synliggjøres med histogrammer.

Videre vil resultatdelen bevege seg fra beskrivelser til forklaringer, og bivariate korrelasjoner benyttes for å sammenfatte sammenhenger mellom to variabler (Midtbø, 2007).

Korrelasjonenes styrke og forklaringsvarians vurderes, og her vil det spesielt legges vekt på sammenhengene mellom variablene for arbeidsminne og de ulike matematiske ferdighetene. Multiple regresjonsanalyser anvendes så for å undersøke de uavhengige variablenes styrke på de avhengige variablene. Ettersom rekkefølgen påvirker utfallet, utføres regresjonsanalysene hierarkisk. Dette gjør det mulig å vurdere om sammenhengen mellom arbeidsminne og matematikk påvirkes når en kontrollerer for andre alternative forklaringer.

Proporsjonsforklart varians vil benyttes for å kunne si noe om størrelsen på effektene.

4.1 Deskriptive analyser av de ulike variablene

Tabell 2 Frekvenstabell over de ulike testene

Variabler	N	Gjennomsnitt	Std.	Skjevhet	Kurtosis	C. alpha
Aritmetiske f.	120	4.30	3.193	-.176	-1.380	.895
ANS	120	9.00	2.663	-.497	-.051	.701
Telling	120	22.60	6.757	-.189	.450	.859
Listening recall	120	5.43	5.423	2.300	9.288	.922
Backward digit	120	6.60	2.991	-.434	.272	.798
Raven	120	17.71	4.495	.001	-.124	.742

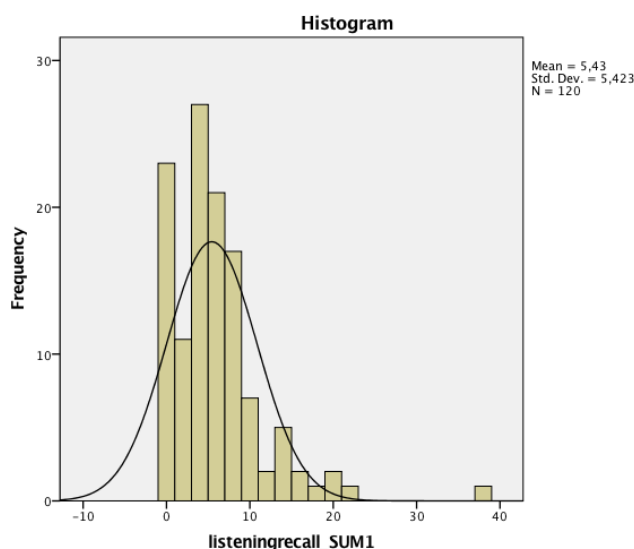
Note: Std. = Standardavvik, C. alpha= Cronbach Alpha, Aritmetiske f. = aritmetiske ferdigheter

I tabell 2 presenteres data fra variablene i undersøkelsen. Tabellen viser en oversikt over de ulike variablenes gjennomsnitt, standardavvik, skjevhet, kurtose og Cronbach alpha verdier. Cronbachs alpha er et reliabilitetsmål som måler testenes indre konsistens (Gall et al., 2007). I følge De Vaus (2014) bør en alpha verdi være på minst .70. Ut fra tabellen ser man at samtlige variabler har høyere verdi enn dette, som betyr at testene har en høy indre konsistens mellom testskårer (Crocker & Algina, 1986).

Skjevhet og kurtosis forklarer fordelingsform sammenlignet med normalfordelingen (Christophersen, 2009). Kurtosisverdien referer til fordelingsformens spissitet eller flatheit, mens skjevhetsverdien viser til om den er høyre- eller venstreskjev. En normalfordelt fordeling vil gi en skjevhet- og kurtosisverdi på 0, men verdier mellom -1 og 1 er også gode (De Vaus, 2014). En skjevhet utenfor 2 kan gjøre slutningsstatistikk upålitelig (Christophersen, 2009).

4.1.1 Vurdering av variabelen arbeidsminne

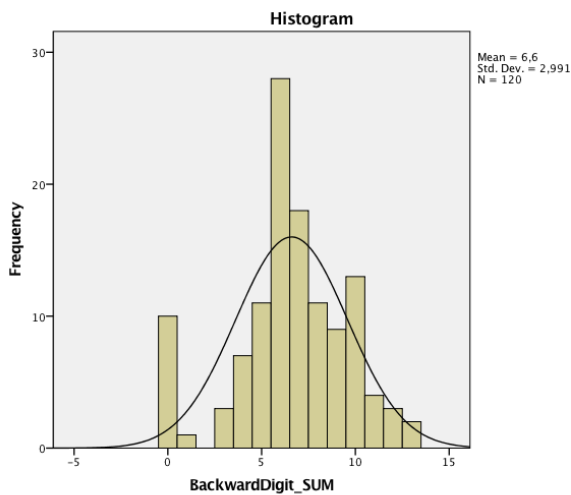
Arbeidsminne måles med de to testene Listening recall og Backward digit. Begge har høye alpha verdier som indikerer god indre konsistens. Imidlertid er skjevhet- og kurtosisverdiene høyere enn det som er foretrukket.



Figur 1. Histogram over fordelingen til Listening recall

Figur 1 viser at fordelingen til Listening recall er svært høyreskjev, med en kurtosisverdi på hele 2.300. Det tyder på at testen har hatt en såkalt gulveffekt (Shadish et al., 2002). Dette kommer av at testen sannsynligvis var for vanskelig for mange elever, og dermed har flere havnet i nedre fordeling. Kurtosisverdien på 9.288 tilsier også at fordelingsformens tyngdepunkt er

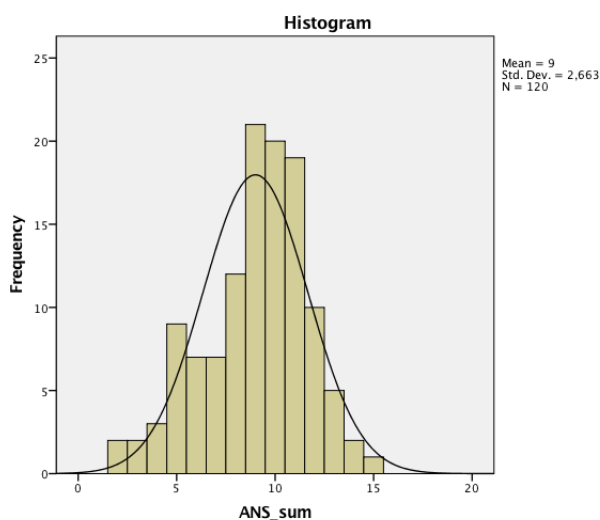
for spiss sammenlignet med normalfordelingen. Ettersom testen har høy alpha (.922), og fordi arbeidsminne er sentralt for problemstillingene, vil den allikevel benyttes videre i analysene.



Figur 2 Histogram over fordelingen til Backward digit

Figur 2 viser at Backward digit ikke avviker i like sterk grad fra normalfordelingen slik som Listening recall gjorde. Skjevhet er noe høy $-.434$, og indikerer en moderat venstreskjev fordeling. Kurtosisverdien er $.272$, og indikerer en noe spiss fordeling sammenlignet med normalfordelingen. Alpha verdien på $.798$ vurderes som god.

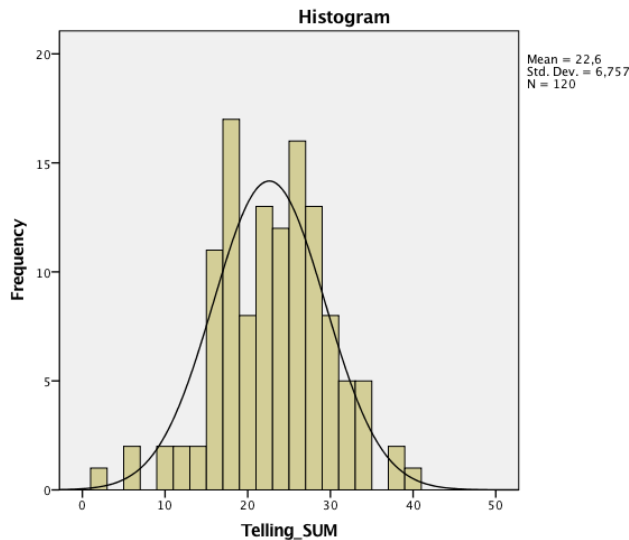
4.1.2 Vurdering av variabelen ANS



Figur 3 Histogram over fordelingen til variabelen ANS

Figur 3 viser at fordelingen til variabelen ANS er noe avvikende fra å være normalfordelt. Skjevhet er på -0.497 , og indikerer en noe venstreskjev fordeling. Det vil si at testen viser en tendens til tak-effekt. Dette kommer av at testen sannsynligvis var veldig lett for de fleste elevene, noe som gjorde at mange skåret høyt på denne. Kurtosisverdien på -0.051 tilsier at fordelingen er svakt flat. I tillegg har den en tilfredsstillende alpha verdi ($.701$).

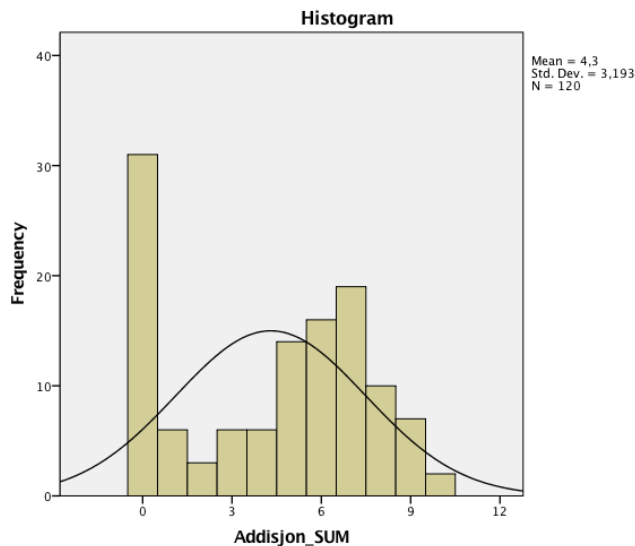
4.1.3 Vurdering av variabelen Telling



Figur 4 Histogram over fordelingen til Telling

Fordelingen til variabelen Telling er ganske spiss, med en kurtosisverdi på $.450$. I tillegg indikerer skjevheten på -0.189 at fordelingen er svakt venstreskjev. Alpha verdien er imidlertid god ($.859$).

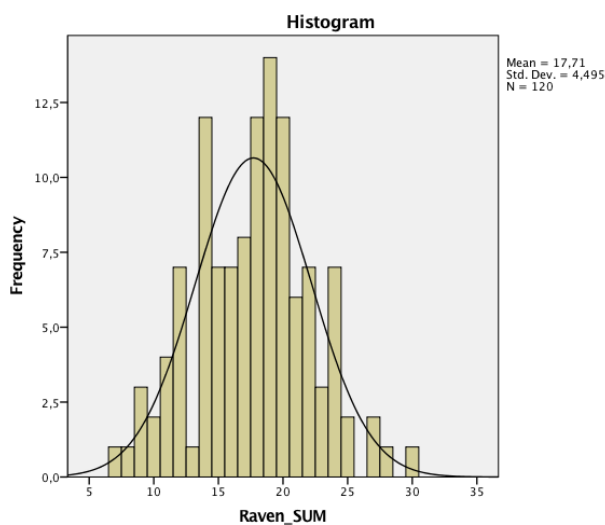
4.1.4 Vurdering av variabelen Aritmetiske ferdigheter



Figur 5 Histogram over fordelingen til variabelen Aritmetiske ferdigheter

Fordelingen til variabelen Aritmetiske ferdigheter viser en høy og negativ kurtosis på -1.380 . Dette tyder på en relativt flat fordeling på testen. I tillegg viser testen en negativ skjevhet, som indikerer at testen har hatt en gulv-effekt. Flere elever i utvalget var ikke kjent med addisjon og har derfor havnet i nedre fordeling her også. Alpha verdien på $.895$ er imidlertid høy, og indikerer en god indre konsistens.

4.1.5 Vurdering av variabelen Intelligens



Figur 6 Histogram over fordelingen til variabelen Intelligens

Fordelingen til variabelen Intelligens er tilnærmet normalfordelt, og skjevhetsverdien på $.001$ indikerer at den hverken er høyre- eller venstreskjev. Fordelingen er derfor relativt

symmetrisk. Kurtosisverdien er negativ, $-.124$, og tyder på en noe flat fordeling. Alpha verdien på $.742$ betyr at testen har en tilfredsstillende reliabilitet.

4.2 Bivariate korrelasjoner

Ved å benytte bivariat korrelasjon er det mulig å måle samvariasjonen mellom variabler (Gall et al., 2007). Samvariasjonen uttrykkes med en korrelasjonskoeffesient (r), hvor verdier tilnærmet 1 eller -1 indikerer perfekt korrelasjon mellom variablene, mens verdier tilnærmet 0 indikerer at det ikke er sammenheng (Befring, 2015). I tabell 3 presenteres korrelasjonene (pearsons r) mellom de ulike variablene i denne undersøkelsen.

Tabell 3 Korrelasjoner mellom målte variabler

Variabler	1	2	3	4	5	6
ANS	-					
Aritmetiske f.	.263**	-				
Telling	.214*	.613**	-			
Backward	.270**	.443**	.525**	-		
Listening	.233*	.458**	.363**	.425**	-	
Intelligens	.295**	.334**	.485**	.415**	.236**	-

** Korrelasjonen er signifikant på 0.01 nivå med to-halet test. * Korrelasjonen er signifikant på 0.05 nivå med to-halet test

Tabellen viser at alle de ulike målene er signifikante, og de fleste er på 0.01 nivå. Det betyr at man med 99% sikkerhet kan fastslå at sammenhengen ikke bare skyldes tilfeldigheter (Befring, 2015). Av denne grunn er det interessant å se nærmere på korrelasjonenes størrelse og forklaringsvarians (r^2). Først beskrives korrelasjonene mellom målene på Arbeidsminne og de ulike matematiske ferdighetene, deretter korrelasjonene til Intelligens, og til slutt korrelasjonene mellom de ulike matematiske ferdighetene.

Styrken på korrelasjonen mellom de to arbeidsminnemålene Backward digit og Listening recall er $.425$. Det vil si at skåren på den ene testen forklarer 18% av skåren på den andre testen. Korrelasjonen har en moderat styrke. Korrelasjonene mellom arbeidsminnevariablene

og de avhengige variablene varierer. Den laveste korrelasjonen finner vi mellom Listening recall og ANS (.233, $p < 0.05$). Den er noe høyere mellom ANS og Backward digit (.270 $p < 0.01$), men vurderes fortsatt som lav.

Korrelasjonen mellom de to arbeidsminnemålene og Aritmetiske ferdigheter er moderat, med henholdsvis .443 på Backward digit og .458 på Listening recall. Den sterkeste korrelasjonen er mellom Backward digit og Telling. Her finner vi en høy sammenheng, hvor 28% av variasjonen i Telling kan tilskrives Backward digit (Befring, 2015).

Korrelasjonen mellom Intelligens og Telling er moderat (.485, $p < 0.01$). Det kan bety at den sterke sammenhengen mellom Telling og Backward digit er påvirket av Intelligens. Dette vil være interessant å undersøke nærmere i de kommende regresjonsanalysene. Intelligens korrelerer gjennomgående med alle variablene, fra svak til moderat styrke. Dette tyder på at Intelligens har en signifikant, men ikke spesielt sterk samvariasjon med alle ferdighetene som ble målt.

Totalt sett er ANS den variabelen som korrelerer svakest med de andre variablene.

Korrelasjonen mellom ANS og variabelen Telling er lav (.214, $p < 0.05$), og noe høyere med Aritmetiske ferdigheter (.263, $p < 0.01$). Det betyr at ANS kun forklarer henholdsvis 4,6 % og 6,9 % av variasjonen i disse skårene. ANS ser med andre ord ikke ut til å predikere Telling eller Aritmetiske ferdigheter. Av de uavhengige variablene korrelerer ANS høyest med variabelen Intelligens, selv om dette også er en svak korrelasjon.

Den høyeste korrelasjonen totalt finner vi mellom variablene Aritmetiske ferdigheter og Telling. Korrelasjonen på .613 er høy og viser en forklart varians på hele 38%. Dette betyr at det er sterk samvariasjon mellom de matematiske ferdighetene Telling og Aritmetiske ferdigheter, noe som også stemmer godt overens med at aritmetiske ferdigheter utvikles fra telleferdigheter (Aunio & Räsänen, 2015). Imidlertid vet vi ikke om denne sammenhengen er påvirket av andre variabler.

Det er verdt å merke, at selv om man har funnet en korrelasjon, er det ikke sikkert at man har funnet en årsakssammenheng (Shadish et al., 2002). Dette er også en begrensning med bivariate korrelasjoner. Selv om korrelasjonene er signifikante, vet vi ikke hvilken variabel som kom først, eller om det finnes alternative forklaringer til sammenhengen. Fenomener har

gjør gjerne flere forklaringer og vil ofte være betinget av andre faktorer (Midtbø, 2007). Av denne grunn vil det heller ikke være mulig ut fra disse analysene å vurdere arbeidsminnets betydning for matematikk, kun påvise en sammenheng, og styrken på denne.

4.3 Hierarkisk multippel regresjonsanalyse

Formålet med multippel regresjonsanalyse er å fastslå hvilken variabel som er best prediktor på den avhengige variabelen (Gall et al., 2007). Fordelen med regresjon er at det gjør det mulig å identifisere effekten av en annen variabel, og samtidig vurdere hvor god denne er i forhold til andre forklaringer (Midtbø, 2007). Dermed vil det være mulig å vurdere hvordan sammenhengen mellom arbeidsminne og matematikk påvirkes når den kontrolleres for andre alternative forklaringer, som intelligens. Ved å utføre flere sett med analyser, vil det også være mulig å undersøke arbeidsminnets betydning innen de ulike matematiske ferdighetene som måles. Regresjonene blir utført hierarkisk i den forstand at de uavhengige variablene legges inn i prioritert rekkefølge, og dermed kan det undersøkes hvordan nye variabler endrer effekten og øker predikert varians på andre variabler som allerede inngår i analysen (Christophersen, 2009).

I det følgende vil de ulike analysene bli presentert. De tre matematiske variablene ble benyttet som avhengig variabel, mens de uavhengige variablene for Arbeidsminne og Intelligens ble brukt som prediktorer. Analysene er delt i tre, etter de avhengige variablene ANS, Telling og Aritmetiske ferdigheter. For hver avhengig variabel ble det utført to sett med hierarkiske regresjonsanalyser. I det første analysesettet er arbeidsminnevariablene Backward digit og Listening recall satt først i rekkefølgen, deretter Intelligens, målt med Raven. I det andre analysesettet er rekkefølgen omvendt. Dette er gjort for å sette gruppene av uavhengige variabler opp mot hverandre. På denne måten vil analysene identifisere de uavhengige variablenes samlede påvirkning, så vel som den unike effekten av enkeltvariablene (Midtbø, 2007).

4.3.1 ANS

Tabell 4 Hierarkiske multiple regresjonsanalyser som predikerer ANS ut fra Arbeidsminne og Intelligens

Steg	Variabel	Multippel korrelasjon	Proporsjonsforklart varians	Signifikans
1	Arbeidsminne	.300	.090	.004
2	Intelligens	.356	.037	.029
1	Intelligens	.295	.087	.001
2	Arbeidsminne	.358	.040	.074

Tabell 4 viser at variablene Arbeidsminne og Intelligens samlet sett forklarer 12 % av variasjonen i ANS. Det individuelle bidraget fra Arbeidsminne er på 9%, mens Intelligens forklarer 3,7 %. Men når Intelligens legges inn sist i analysen, minsker Arbeidsminnets bidrag til kun 4 %, og forklaringseffekten er heller ikke signifikant. Intelligens er den variabelen som forklarer best varians med 8,7 %, og her er forklaringseffekten også signifikant. Ut fra dette ser det ut til at Arbeidsminne i mindre grad er involvert i ANS, og at Intelligens har en noe større betydning. Imidlertid er den samlede forklaringseffekten på 12% lav, og det tyder derfor på at andre faktorer spiller inn på ferdigheter i ANS.

4.3.2 Telling

Tabell 5 Hierarkiske multiple regresjonsanalyser som predikerer Telling ut fra Arbeidsminne og Intelligens

Steg	Variabel	Multippel korrelasjon	Proporsjonsforklart varians	Signifikans
1	Arbeidsminne	.548	.300	.000
2	Intelligens	.616	.080	.000
1	Intelligens	.485	.235	.000
2	Arbeidsminne	.616	.145	.000

Tabell 5 viser at Arbeidsminne og Intelligens samlet forklarer hele 38 % av variasjonen innen Telling. Forklaringseffekten til Arbeidsminne er på 30 %, men minsker til 14,5 % når det kontrolleres for Intelligens. Intelligens forklarer størst variasjon, med hele 23,5 % av variasjonen. Ut fra dette ser det ut til at Arbeidsminne forklarer rimelig sterk og unik variasjon innen Telling, men at noe av dette bidraget er formidlet gjennom Intelligens.

4.3.3 Aritmetiske ferdigheter

Tabell 6 Hierarkiske multiple regresjonsanalyser som predikerer Aritmetiske ferdigheter ut fra variablene Arbeidsminne og Intelligens

Steg	Variabel	Multipel korrelasjon	Proporsjonsforklart varians	Signifikans
1	Arbeidsminne	.443	.285	.000
2	Intelligens	.330	.021	.065
1	Intelligens	.334	.112	.000
2	Arbeidsminne	.368	.194	.000

Tabell 6 viser at Arbeidsminne og Intelligens samlet forklarer 30 % av variasjonen innen Aritmetiske ferdigheter. Det unike bidraget fra Arbeidsminne forklarer størst variasjon selv etter at det er kontrollert for Intelligens. Dette er også signifikant. Intelligens forklarer 11,2 % mens Arbeidsminne forklarer 19,4 %. Dette vil si at Arbeidsminne bedre forklarer variasjon innen Aritmetiske ferdigheter enn det Intelligens gjør.

5 Drøfting av resultater

Gjennomgått teori og empiri viste at barn ser ut til å være født med en ikke-symbolisk tallforståelse, ANS, som gjør de at de intuitivt kan oppfatte og diskriminere mengder. Utviklingen av telleferdighetene begynner tidlig, og støtter utviklingen av aritmetiske ferdigheter, som addisjon (Aunio & Räsänen, 2015). Forskning har vist at arbeidsminne spiller en rolle for matematikk, men at betydningen varierer med alder og ulike typer matematiske ferdigheter (Holmes et al., 2008). Visuo-spatial skisseblokk ser ut til å være viktig i den tidlige utviklingen, blant annet for å mentalisere abstrakte problemer (Holmes & Adams, 2006), mens fonologisk sløyfe ser ut til å være involvert i telleferdigheter (Geary, 2004). Eksekutiv enhet antas blant annet å være involvert i koordinering av trinnene i regning og gjenkalling av aritmetiske fakta (Andersson & Lyxell, 2007).

Samlet sett viste gjennomgangen i resultatdelen en signifikant korrelasjon mellom Arbeidsminne og de ulike matematiske ferdighetene. Dette stemmer godt overens med tidligere gjennomgått empiri som har påvist sammenheng mellom ferdigheter i matematikk og arbeidsminne (Bull et al., 2008; Fürst & Hitch, 2000; Holmes & Adams, 2006). Imidlertid må det påpekes at selv om korrelasjonene som ble funnet er signifikante, er styrken kun lav til moderat. De multiple regresjonsanalysene viser at Arbeidsminne ikke kunne forklare et signifikant bidrag innen ANS etter at det ble kontrollert for Intelligens. Innen Telling var Arbeidsminnets unike bidrag på 14,5 % og signifikant. For Aritmetiske ferdigheter var det unike bidraget signifikant og på 19,4 %. Aritmetiske ferdigheter var den eneste avhengige variabelen hvor arbeidsminne kunne forklare størst variasjon, selv etter at det ble kontrollert for Intelligens. Ut fra disse resultatene ser det altså ut til at arbeidsminne forklarer unik og rimelig stor variasjon i matematikk. Et annet interessant funn er at der Arbeidsminne og Intelligens ser ut til å forklare en stor del av variasjonen innen både Telling og Aritmetiske ferdigheter, fremstår bidraget i ANS som heller begrenset. Med andre ord er det forskjeller innen de ulike matematiske aspektene som måles.

Dette kapittelet vil åpne med en drøftelse av undersøkelsens validitet og reliabilitet med de fire validitetskravene til Shadish, Cook & Campbell (2002). Videre drøftes undersøkelsens funn i lys av gjennomgått teori og empiri. Avslutningsvis diskuteres pedagogiske konsekvenser og behovet for videre studier.

5.1 Undersøkelsens validitet og reliabilitet

5.1.1 Statistisk validitet

Statistisk validitet dreier seg altså om hvorvidt det er samvariasjon mellom uavhengig og avhengig variabel og hvor sterk denne sammenhengen er (Shadish et al., 2002). I denne undersøkelsen er det funnet flere signifikante sammenhenger mellom de avhengige og de uavhengige variablene som måles. Når en foretar statistiske slutninger er det viktig å vurdere forhold som kan true statistisk validitet (Lund, 2002b).

Type I og type II feil er trusler mot statistisk validitet. Ettersom det er funnet signifikante sammenhenger mellom de avhengige og uavhengige variablene, øker sannsynligheten for å begå type I feil. Type I feil er når det konkluderes med at det er en signifikant sammenheng, når det egentlig ikke er det (Shadish et al., 2002). De fleste korrelasjonene i denne undersøkelsen er på 1 % nivå. Dette styrker statistisk validitet, fordi det betyr at det er svært liten sannsynlighet for at samvariasjonene er tilfeldige (Befring, 2015).

Når det kontrolleres for Intelligens, er ikke sammenhengen mellom ANS og Arbeidsminne signifikant. Av denne grunn må type II feil også vurderes. Type II feil er når det konkluderes med at det ikke finnes en signifikant sammenheng når det egentlig gjør det (Shadish et al., 2002). Sannsynligheten for type II feil økes dersom en undersøkelse har lav statistisk styrke. Statistisk styrke fungerer som en funksjon av flere faktorer, og det er flere forhold som kan påvirke denne (Lund, 2002b). Blant annet er utvalgsstørrelsen av betydning, og et lite utvalg kan føre til lav statistisk styrke. I denne undersøkelsen anses utvalgsstørrelsen som tilfredsstillende.

Konklusjoner om samvariasjon kan være feilaktige dersom målinger av variablene er lite pålitelige (Shadish et al., 2002). Forhold ved måleinstrumentene som kan true statistisk styrke bør derfor vurderes (Lund, 2002b). Upålitelighet ved måleinstrumentene er en trussel mot statistisk validitet, men kan også redusere begrepsvaliditet. Testresultater kan være påvirket av målingsfeil som igjen svekker test- eller målingsreliabilitet (Lund, 2002b). Målefeil forekommer dersom måleinstrumentene som benyttes fører til variasjon i variablene, fremfor fenomenene som studeres (Midtbø, 2007). Ettersom denne undersøkelsen baseres på resultater fra måleinstrumenter, er det vesentlig å vurdere de ulike testenes reliabilitet.

Cronbachs alpha er et mål på testreliabilitet, og måler testenes indre konsistens (Befring, 2015). En høy alpha verdi indikerer at testen er fri for feil knyttet til bruken av forskjellige items, og at testen er gjennomsnittlig høyt korrelert (Crocker & Algina, 1986). Alle testene som benyttes i denne undersøkelsen fikk en høy alpha verdi, og vurderes derfor til å ha god indre konsistens. Den høye alpha verdien kommer blant annet av at forskergruppen har hatt klare prosedyrer for bruken av testene. Testene som benyttes er nøye valgt ut av forskergruppen, og alle forskningsassistene har fått grundig opplæring i både administrering og skåring. Dette vil redusere summen av tilfeldige målefeil (Crocker & Algina, 1986), og bidrar til å styrke slutningenes statistiske validitet (Lund, 2002b).

Enkelte av testene i denne undersøkelsen har hatt en gulv-effekt. Det vil si at fordelingen har klynget seg på de laveste skårene (Shadish et al., 2002), og dermed har en avvikende fordeling sammenlignet med normalfordelingen. Om måleprosedyren i tillegg er ustandardisert, forsterkes denne trusselen (Lund, 2002b). Etersom at testene som viste gulv-effekt ikke er standardisert utgjør dette en trussel mot undersøkelsens indre validitet.

Med unntak av ANS, har resultatene påvist signifikante sammenhenger mellom Arbeidsminne og de matematiske ferdighetene. Denne undersøkelsen har et rimelig stort utvalg, og statistisk styrke vurderes til å være god fordi det er mulig å oppdage mindre sammenhenger. Imidlertid er dette også forventet ved bruk av store utvalg, hvor det ikke er uvanlig at man finner signifikante sammenhenger på små effekter. Av denne grunn er det også viktig å vurdere effektstørrelsen. For Aritmetiske ferdigheter kunne Arbeidsminne unikt forklare 19 % av variasjonen, mens for Telling forklarte Arbeidsminne unikt 14,5 %. Begge disse effektstørrelsene er signifikante og vurderes til å være rimelig sterke. Sammenlagt vurderes derfor denne undersøkelsens statistiske validitet til å være tilfredsstillende.

5.1.2 Begrepsvaliditet

Begrepsvaliditet handler om grad av samsvar mellom det teoretiske begrep slik det er definert og hvordan det har blitt operasjonalisert (Kleven, 2002a; Shadish et al., 2002). I denne undersøkelsen er de teoretiske begrepene operasjonalisert med resultater fra ulike tester. Etersom operasjonaliseringer sjeldent er rene representasjoner på teoretiske begrep, blir begrepsvaliditet en viktig diskusjon i denne undersøkelsen (Shadish et al., 2002).

I problemstillingen benyttes ”matematikk” som en samlebetegnelse på de matematiske ferdighetene ANS, Telling og Aritmetiske ferdigheter. ANS er operasjonalisert med resultater fra testen Dot comparison (Brigstocke et al., 2016), mens både Telling og Aritmetiske ferdigheter er operasjonalisert med resultater fra oppgaver i matematikktesten Think Math (Aunio et al., 2016). Intelligens benyttes som kontrollvariabel og er operasjonalisert med resultater fra Raven (Raven, 1998). Arbeidsminne er operasjonalisert med resultater fra to tester; Backward digit og Listening recall (Pickering & Gathercole, 2001). Dette er for å sikre best mulig måling av begrepet. En sentral trussel mot begrepsvaliditet er om man ikke lykkes med å inkludere alle egenskapene ved begrepet man ønsker å undersøke (Shadish et al., 2002). Av denne grunn er det av betydning å vurdere hvilke egenskaper de ulike testene egentlig måler.

Begge arbeidsminnetestene inngår i WMTB-C (Pickering & Gathercole, 2001) og er et mål på eksekutiv enhet. Eksekutiv enhet er antatt å være den komponenten som er mest involvert i matematikk (Kytälä et al., 2010). Imidlertid mener Pickering (2006) at testene Listening recall og Backward digit recall ikke lykkes i å fange alle de omfattende prosessene som er knyttet til komponenten. Da begge arbeidsminnetestene involverer verbal informasjon og stiller krav til verbale responser, er de i følge Pickering (2006) også et mål på fonologisk sløyfe. En annen trussel mot begrepsvaliditet er når man inkluderer egenskaper som en egentlig ikke mente å måle (Shadish et al., 2002). Ettersom den fonologiske sløyfe også er ansett som en del av arbeidsminne, vil allikevel ikke dette være en trussel i denne sammenheng. I stedet vil det være positivt i den forstand at man lykkes i å måle flere egenskaper ved arbeidsminne. Samtidig er det ingen av testene i undersøkelsen som måler den visuo-spatiale komponenten eller episodisk buffer. Altså lykkes det ikke å måle alle egenskapene ved arbeidsminne slik de er teoretisk definert ut fra multikomponentmodellen (Baddeley, 2012).

Pickering (2006) trekker frem hvordan arbeidsminnetestene kan være begrensede når de benyttes utenfor landet de ble designet og standardisert i. Arbeidsminnetestene i denne undersøkelsen er ikke standardisert. I tillegg er de blitt oversatt til norsk, noe som kan ha konsekvenser for resultatene. Blant annet vil artikulasjon av tall være veldig forskjellig på tvers av språk, og bør derfor tas i betraktning når Backward digit benyttes. Tallordene kan for eksempel variere i lengde på ulike språk, og Pickering (2006) nevner blant annet hvordan

kinesiske tallord er korte, og dermed kan gjøre det lettere å utføre testen. Imidlertid er ikke norske tallord så forskjellig i lengde fra engelske, og dette vurderes derfor ikke som en stor trussel.

Både Dot comparison og Think Math er oversatt til norsk. Til tross for dette, vurderes testene til å ha rimelig god begrepsvaliditet. Dette er fordi ingen av oppgavene anses som sårbare for oversettelse til andre språk. Det samme gjelder Raven, som er en nonverbal test. (Raven, 1998). For å sikre god begrepsvaliditet er det viktig at variablene som måles ikke krever mestring av andre ferdigheter enn de man ønsker å måle (Kleven, 2002a). I testbatteriet til forskningsprosjektet fantes det en annen test som også målte aritmetiske ferdigheter med addisjon. Men ettersom denne testen hadde en tidsbegrensning, ble den ikke tatt med i denne undersøkelsen. Dette er fordi en tidsbegrenset test også stiller krav til hastighet, og den ville derfor ikke vært et rent mål på aritmetiske ferdigheter.

Ettersom operasjonaliseringen ikke lykkes med å måle alle egenskapene ved arbeidsminne slik det er teoretisk definert, svekker dette undersøkelsens begrepsvaliditet. Imidlertid har tidligere gjennomgått forskning vist at multikomponentmodellen har møtt kritikk, blant annet mener enkelte at slavesystemenes betydning er begrenset (Engle & Kane, 2004). Funksjonen til eksekutiv enhet har fått mye støtte innen forskning, og ettersom denne studien benytter tester som er ment å måle denne komponenten, kan dette derfor styrke begrepsvaliditeten. Imidlertid er det heller ikke sikkert testene lykkes i å fange alle egenskapene ved komponenten. Som en helhet vurderes denne undersøkelsens begrepsvaliditet allikevel til å være rimelig god.

5.1.3 Indre validitet

Indre validitet er hvorvidt observert sammenheng mellom variabler reflekterer et kausalt forhold slik de er operasjonalisert, og at dette forholdet ikke skyldes andre forklaringer (Shadish et al., 2002). Funnene i denne undersøkelsen har påvist en statistisk sammenheng mellom Arbeidsminne og flere matematiske ferdigheter. Et sentralt spørsmål blir derfor om det foreligger et kausalt forhold mellom variablene. Imidlertid vil det ikke være mulig å trekke sikre konklusjoner om kausalitet på grunn av begrensninger ved det anvendte forskningsdesignet. Av denne grunn må alternative tolkninger til resultatet vurderes (Kleven,

2002b), og validitetstrusler som retning og tredjevariabel vil derfor drøftes (Shadish et al., 2002).

Funnene i denne undersøkelsen kan tolkes på flere måter. Det kan være at arbeidsminne påvirker matematikkvansker. Det vil si at et svekket arbeidsminne fører til en dårligere utvikling av matematiske ferdigheter. Men det kan også være omvendt; at matematikkvansker påvirker arbeidsminne. For eksempel ved at ferdigheter innen matematikk bidrar til å trene opp eller utvikle arbeidsminne, og matematikkvansker derfor har en negativ effekt på arbeidsminne. Det kan også være at matematikk og arbeidsminne påvirker hverandre, ved at de er i et gjensidig påvirkningsforhold (Kleven, 2002b). Dette skaper et retningsproblem, fordi det ikke er mulig å vite hva som forårsaker hva, og det vil heller ikke være mulig å påvise hvordan de ulike variablene påvirker hverandre (Shadish et al., 2002).

Tredjevariabel er en annen trussel mot denne undersøkelsens indre validitet. En mulig forklaring på statistisk sammenheng kan være at skjulte tredjevariabler påvirker både matematikkvansker og arbeidsminne (Kleven, 2002b). Av denne grunn ble det kontrollert for intelligens. Etter å ha kontrollert for intelligens minsket bidraget fra Arbeidsminne innen både ANS og Telling. Aritmetiske ferdigheter var den eneste avhengige variabelen hvor Arbeidsminne forklarte mer variasjon enn det Intelligens gjorde. For å redusere trusselen av tredjevariabler ytterligere, kunne det imidlertid ha vært hensiktsmessig å inkludere kontroll av flere variabler som kunne påvirket denne sammenhengen.

Begge arbeidsminnetestene i denne undersøkelsen involverer verbal informasjon og stiller krav til verbale responser (Pickering & Gathercole, 2001). En konsekvens ved bruk av verbale arbeidsminnetester er at elever som strever med å prosessere verbal informasjon kan ha vansker med å gjennomføre disse testene (Pickering, 2006). Det vil si at elever kan prestere dårlig på arbeidsminnetestene, selv om de ikke har et svekket arbeidsminne. Av denne grunn kunne det ha vært hensiktsmessig å kontrollere for andre faktorer, som for eksempel språk. Dette ble imidlertid ikke gjort. I tillegg er Backward digit en tallbasert test, og vil derfor stille krav til tallkunnskap. Av denne grunn kan det være at elevene i dette utvalget vil prestere dårligere på denne testen enn jevnaldrende uten vansker med matematikk.

Ettersom elevene i dette utvalget er selektert på bakgrunn av svake resultater fra en screening, er statistisk regresjon en relevant trussel mot indre validitet (Lund, 2002b; Shadish et al., 2002). Statistisk regresjon dreier seg om at utvalg som selekteres på bakgrunn av ekstreme skårer, i dette tilfellet lave, ofte har en tendens til å gjøre det mindre ekstremt på andre målinger. For eksempel vil eleven som presterer svakest av alle på en måling, sannsynligvis ikke prestere svakest ved neste måling, bare på grunn av tilfeldigheter (Shadish et al., 2002). I tillegg vil tilfeldige målefeil ved testene som benyttes for å identifisere elevene som lavpresterende føre til at elevene sannsynligvis gjør det bedre ved neste matematikktest. Imidlertid hadde screeneren som ble brukt høy reliabilitet (.941), og denne trusselen vurderes derfor som liten.

Ikke-eksperimentelle observasjonsdesign vurderes gjerne til å ha dårligst indre validitet (Kleven, 2002b). Dette er fordi det ikke er mulig å teste årsak/virkning direkte, slik som i eksperimentelle design. Ved ikke-eksperimentelle design er det heller ikke mulig å få klarhet i hvilken variabel som oppstod først, noe longitudinelle studier kan påvise. Derfor vet man heller ikke hvilken variabel som er årsaken og hvilken som er effekten (Shadish et al., 2002). Med hensyn til om det foreligger et kausalt forhold mellom Arbeidsminne og matematiske ferdigheter, vurderes derfor denne undersøkelsen til å ha svak indre validitet. De ulike truslene samt alternative tolkninger til resultatene har blitt vurdert, men det kunne også vært kontrollert for flere tredjevariabler enn Intelligens, som for eksempel språk. Dette ville bidratt til å styrke undersøkelsens indre validitet ytterlige. Ettersom denne undersøkelsen ikke har som formål å påvise et kausalt forhold mellom arbeidsminne og matematikk, anses allikevel undersøkelsens indre validitet som tilfredsstillende.

5.1.4 Ytre validitet

Ytre validitet dreier seg om i hvilken grad resultatene fra undersøkelsen kan overføres til å gjelde personer eller situasjoner utover de involverte i studien (Gall et al., 2007). Dersom slutningene om kausale forhold kan generaliseres til en bredere kontekst eller andre sammenhenger, har undersøkelsen en god ytre validitet (Shadish et al., 2002). Når ytre validitet vurderes, dreier det seg blant annet om utvalget i undersøkelsen er representativt i populasjonen og om resultatene kan overføres til å gjelde andre personer.

Kognitive funksjoner som arbeidsminne anses som relativt konstant og stabilt på tvers av personer. Altså er det lite sannsynlig at samvariasjonen mellom matematikk og arbeidsminne er mye større i for eksempel Trøndelag enn hva det er på Østlandet. Men ettersom individene i undersøkelsen er en relativt ensartet gruppe, vil ikke resultatene la seg generalisere til å gjelde andre persontyper (Lund, 2002b). Derfor er det lite sannsynlig at resultatene i denne undersøkelsen kan generaliseres til å gjelde for eksempel de 5 % svakeste elevene i matematikk på første trinn i Norge, derimot kan det heller tenkes å gjelde for de 30 % lavest presterende. Undersøkelsens ytre validitet vurderes samlet som relativt god, men det må tas forbehold om at utvalget ikke er tilfeldig trukket, og dermed ikke representativt.

5.2 Drøfting av empiriske funn

Funnene i denne undersøkelsen viser at Arbeidsminne forklarer unik variasjon med rimelig sterk effektstørrelse innen både Telling og Aritmetiske ferdigheter. Innen ANS er det unike bidraget fra Arbeidsminne ikke signifikant. I tillegg viser funnene at Arbeidsminne forklarer større variasjon for noen aspekter ved matematikk enn for andre. I det følgende vil oppgavens to forskningsspørsmål drøftes hver for seg i lys av tidligere gjennomgått teori og empiri.

5.2.1 I hvilken grad kan arbeidsminne forklare unik variasjon i matematikk når det er kontrollert for intelligens?

Til tross for at arbeidsminne ser ut til å være avgjørende for utvikling av matematiske ferdigheter (Friso-van den Bos et al., 2013; Geary & Moore, 2016; Passolunghi, 2006), har tidligere gjennomgått empiri også vist at intelligens i stor grad også predikerer senere matematiske ferdigheter (Deary et al., 2007). I tillegg er det uenighet rundt arbeidsminnets relasjon til intelligens. Enkelte mener de er identiske (Kyllonen, 2002), mens flere mener de er nært relatert (Conway et al., 2003). Det vil nå drøftes i hvilken grad arbeidsminne kan forklare unik variasjon når det er kontrollert for intelligens. I denne delen av drøftingen vil det ikke spesifiseres hvilke matematiske ferdigheter arbeidsminne kan forklare unikt, da dette vil bli drøftet under det andre forskningsspørsmålet. Resultater fra denne undersøkelsen vil bli sett i lys av tidligere gjennomgått empiri, og deles i likhet med teoridelen derfor inn etter forskningsdesignet som er brukt.

Studier basert på gruppesammenligninger

Ettersom denne undersøkelsen ikke sammenligner med normalt-presterende, er det ikke mulig å vite om de lavt-presterende elevene i utvalget presterer lavere på arbeidsminnetester enn hva jevnaldrende normalt-presterende ville gjort. Allikevel er det interessant å se at gruppesammenligningsstudier, i likhet med denne, har funnet en sammenheng mellom matematikk og arbeidsminne. Både McLean og Hitch (1999), Andersson og Lyxell (2007) og Kyttälä og kolleger (2010) fant signifikante korrelasjoner mellom arbeidsminne og matematikk. I studien til McLean og Hitch (1999) korrelerte fem av ti arbeidsminnetester signifikant med matematikk, men ingen av arbeidsminnetestene korrelerte signifikant med lesing. I denne undersøkelsen korrelerte begge arbeidsminnetestene signifikant med de ulike matematiske ferdighetene som ble målt. Sammenlagt støtter disse funnene teorien om at arbeidsminne er avgjørende for ferdigheter i matematikk.

Korrelasjonelle studier med ett måletidspunkt

Selv om korrelasjonelle studier med ett måletidspunkt har svak indre validitet fordi de ikke kan fastslå årsak- eller effektforhold mellom variabler, er det allikevel sentralt å sammenligne funn fra disse, da de har noen likhetstrekk med denne undersøkelsen. Studiene har i likhet med denne, kun ett måletidspunkt, og det vil derfor være interessant å se hvordan denne undersøkelsens funn kan relateres til disse. Studiene skiller seg fra denne undersøkelsen ved at de studerer hele normalfordelingen, mens denne undersøkelsen kun ser på lavt-presterende.

Mens Fuchs og kolleger (2006) ikke fant noen signifikante bidrag fra arbeidsminne i matematikk, viste både Kyttälä og Lehto (2008) og Berg (2008) at arbeidsminne kunne forklare unik variasjon innen matematiske prestasjoner. I studien til Berg (2008) var bidraget fra visuo-spatialt og verbalt arbeidsminne henholdsvis 3 % og 5 %. Her ble det ikke kontrollert for intelligens, og disse effektstørrelsene er også svakere enn effektstørrelsene i denne undersøkelsen. Fuchs og kolleger (2006) kontrollerte for intelligens, og benyttet i tillegg samme typer arbeidsminnetester som i denne undersøkelsen. Både Listening recall fra WMTB-C (Pickering & Gathercole, 2001) og en versjon av Backward digit recall. Det er derfor interessant hvordan Fuchs og kolleger (2006) ikke fant noen signifikante bidrag med disse testene, mens denne undersøkelsen gjorde det. Dette kan kanskje komme av at utvalget deres for det første er større, og at de studerer de hele normalfordelingen, mens denne kun ser på de lavest presterende. Elevene i deres utvalg er også noe eldre (8-9 år), enn i denne undersøkelsen. Kanskje er det slik at arbeidsminne er viktigst i de tidlige skoleårene. Fuchs

og kolleger (2006) beskriver at det manglende signifikante bidraget kan komme av valget av testene. De mener at selv om testene er anerkjente og mye benyttet innen forskning, kan det være at bruk av andre arbeidsminnetester ville vist signifikante bidrag.

Kyttälä og Lehto (2008) kontrollerte også for intelligens, og benyttet i likhet med denne undersøkelsen, Raven som kontroll. Selv om deres utvalg bestod av mye eldre elever (15-16 år) enn i denne undersøkelsen, og de matematiske ferdighetene som ble undersøkt av den grunn også var mer avanserte, viste resultatene at intelligens forklarte størst variasjon innen matematikk. Når de la sammen alle de matematiske ferdighetene som ble målt, kunne intelligens alene forklare hele 39% av variasjonen. Studien viste i tillegg at arbeidsminnets bidrag var størst da arbeidsminne var satt først i rekkefølgen på regresjonsanalysene, men minsket når intelligens ble kontrollert for. Dette samsvarer godt med funn i denne undersøkelsen, hvor samtlige bidrag fra Arbeidsminne minsket når Intelligens ble satt først i rekkefølgen. Dette kan tyde på at noe av arbeidsminnets bidrag er formidlet gjennom intelligens. Det ville derfor vært interessant å se om bidraget fra arbeidsminne også hadde minsket i studien til Berg (2008) dersom det hadde blitt kontrollert for intelligens.

Longitudinelle studier

Både Bull og kolleger (2008) og Alloway og Alloway (2010) viste at arbeidsminne i tidlig alder kunne predikere ferdigheter i matematikk flere år senere. Peng, Namkung, Fuchs, et al. (2016) og Gathercole et al. (2003) fant i motsetning ikke støtte for dette. I stedet fant Peng, Namkung, Fuchs, et al. (2016) at tidlige matematiske ferdigheter, som symbolsk tallforståelse og aritmetiske ferdigheter kunne forklare variasjon i prestasjoner i matematikk år senere. Dette funnet stemmer godt med flere andre longitudinelle studier, som også har vist at tidlige matematiske ferdigheter i stor grad predikerer senere ferdigheter (Aunio & Niemivirta, 2010; Mazzocco & Thompson, 2005; Navarro et al., 2012). Studiene skiller seg ved at både Bull et al. (2008), Alloway og Alloway (2010) og Gathercole et al. (2003) har sett på en normalfordeling, mens Peng, Namkung, Fuchs, et al. (2016) hadde et utvalg som var identifisert til å ha vansker innen lesing og matematikk.

En begrensning ved studien til Bull og kolleger (2008) er at det ikke ble kontrollert for intelligens. I stedet ble lesing og matematikk benyttet som kontrollvariabler. Disse resulterte imidlertid ikke i noen ytterligere unik prediksjon. Ettersom denne undersøkelsen og flere av de tidligere nevnte indikerer at noe av arbeidsminnets bidrag er formidlet gjennom

intelligens, kan det være at arbeidsminne i mindre grad ville predikert matematiske ferdigheter dersom intelligens hadde blitt kontrollert for. I studien til Alloway og Alloway (2010) kunne arbeidsminne og intelligens samlet forklare 27 % av variasjonen innen matematikk ved første måling. Da arbeidsminne ble satt først i regresjonsanalysene, forklarte arbeidsminne 21 %, og intelligens 6 %. Men da det ble kontrollert for intelligens, minsket bidraget fra arbeidsminne til å forklare 10%, mens intelligens forklarte 17 %. Dette samsvarer også godt med denne undersøkelsens funn. Allikevel viste det seg at i et longitudinelt perspektiv, var arbeidsminne en sterkere prediktor på læringsutbytte enn det intelligens viste seg å være. Alloway og Alloway (2010) mener dette tyder på at arbeidsminnekapasitet er konstant og stabilt over tid. Imidlertid må det bemerkes at studien ikke har kontrollert for tidlige matematiske ferdigheter. Ettersom flere studier har vist at dette i stor grad predikerer senere utvikling, er dette en begrensning ved studien.

Eksperimentelle studier

De tidligere gjennomgåtte eksperimentelle studiene viser lite optimisme når det gjelder overføringseffekt fra arbeidsminnetrening til matematikk. Karbach et al. (2015) fant ingen effekt fra arbeidsminnetrening til matematikk, mens Bergman-Nutley og Klingberg (2014) fant en liten, men signifikant effekt. Kroesbergen et al. (2014) konkluderte med at arbeidsminnetreningen hadde overføringseffekt til både arbeidsminneoppgaver og matematikk. Imidlertid bør det bemerkes at det hverken ble kontrollert for intelligens eller tidlige matematiske ferdigheter i studien til Kroesbergen et al. (2014). Her har de trukket konklusjoner basert på korrelasjonsanalyser, som viser en sammenheng mellom resultater fra arbeidsminnetester og matematikktester. Det kan derfor være andre tredjevariabler som har spilt inn på denne sammenhengen. I tillegg til dette, er utvalget relativt lite (51 barn), og funnene bør derfor tolkes med forsiktighet. Det ville være interessant å se om arbeidsminne kunne forklare unik variasjon når det er kontrollert for intelligens og matematikkferdigheter på et tidligere tidspunkt. Dette har imidlertid ikke blitt gjort i de overnevnte studiene. Ettersom metaanalysen til Melby-Lervåg et al. (2016) heller ikke viste at arbeidsminnetrening har overføringseffekt til hverken matematikk eller intelligens, er det lite sannsynlig at dette har noen fordeler. De få studiene som eventuelt har vist effekt må i så fall replikeres før man kan trekke sikre konklusjoner om effekten av arbeidsminnetrening.

I denne undersøkelsen viser funnene at Arbeidsminne kan forklare unik variasjon innen matematikk, men at det varierer i hvilken grad Arbeidsminne forklarer variasjon innen de ulike aspektene ved matematikk som måles. For ANS er ikke bidraget signifikant, noe det er for både Telling og Aritmetiske ferdigheter. Sammenlagt er bidraget fra Arbeidsminne størst innen Aritmetiske ferdigheter, og i tillegg større enn bidraget fra Intelligens. Dette er interessante funn, og viser at Arbeidsminne forklarer større variasjon for noen aspekter ved matematikk enn for andre. Dette vil derfor diskuteres nærmere i undersøkelsens andre forskningsspørsmål.

5.2.2 Forklarer arbeidsminne større variasjon for noen aspekter ved matematikk enn for andre?

Tidligere gjennomgått teori og empiri har vist hvordan arbeidsminne ser ut til å spille en sentral rolle i utviklingen av matematiske ferdigheter. Mer spesifikt, ser det ut til at arbeidsminnets betydning i utviklingen av matematiske ferdigheter varierer med alder og ulike type ferdigheter (De Smedt et al., 2009; Holmes & Adams, 2006; Holmes et al., 2008). Funnene i denne undersøkelsen viste variasjon innen de ulike aspektene ved matematikk. I det følgende vil disse funnene ses i lys med tidligere gjennomgått teori og empiri. Drøftingen deles inn etter de ulike matematiske ferdighetene som ble målt.

ANS

Den medfødte ferdigheten ANS kan beskrives som en intuitiv mengdeoppfatning (Geary, 2000). ANS handler om evnen til omtrentlig vurdering av mengde, lyd eller handlinger -uten å telle (Aunio & Räsänen, 2015; Merkley & Ansari, 2016). Tidligere forskning har vist at arbeidsminne kan predikere ANS (Friso-van den Bos et al., 2014)

I arbeidsminnetreningsstudien til Kroesbergen og kolleger (2014) korrelerte ANS, målt med Dot comparison, svakt med arbeidsminne. Det samme viste de bivariate korrelasjonene i denne undersøkelsen. ANS og Arbeidsminne korrelerte signifikant, men svakt med henholdsvis .270 på Backward digit og .233 med Listening recall. Dette kan tyde på at Arbeidsminne er mindre involvert i oppgaver hvor man sammenligner antall. Studien til Kroesbergen et al. (2014) viste også at ANS ikke ble forbedret med arbeidsminnetrening, noe som tyder på at ANS er en primær og grunnleggende ferdighet som ikke lar seg trenes.

Regresjonsanalysene i denne undersøkelsen viste at Arbeidsminne og Intelligens samlet kun forklarer 12 % av variasjonen innen ANS. Arbeidsminnets unike bidrag er lite, kun på 4 %, og det er heller ikke signifikant. Signifikansen er på .074, altså er det 26 % sannsynlighet for at dette bidraget skyldes tilfeldigheter. Dette står i strid med studien til Friso-van den Bos et al. (2014), hvor arbeidsminne predikerte ANS. Resultatene viste at arbeidsminne, mer spesifikt eksekutiv enhet, kunne forklare 20 % innen ANS. De ulike slavesystemene forklarte derimot ingen variasjon. For symbolsk tallforståelse forklarte arbeidsminne hele 35 %, og i tillegg til eksekutiv enhet var visuo-spatial skisseblokk også en prediktor. Dette tyder på at arbeidsminnets involvering er forskjellig innen disse to aspektene ved matematikk.

Korrelasjonsanalysene viste at ANS korrelerte svakest med de andre variablene.

Blant annet var korrelasjonen mellom ANS og Telling lav (.214), og noe høyere med Aritmetiske ferdigheter (.263). Det betyr at ANS kun forklarer henholdsvis 4,6% og 6,9% av variasjonen i disse skårene. ANS ser med andre ord ikke ut til å være en viktig prediktor hverken for Telling eller Aritmetiske ferdigheter. Men ettersom det har vært uenighet knyttet rundt hvor sentral ANS egentlig er for utvikling av senere ferdigheter, ville det være interessant å undersøke hvor mye ANS kan forklare variasjon innen Telling og Aritmetiske ferdigheter. Av denne grunn ble det også utført regresjonsanalyser som undersøkte nettopp dette. Disse resultatene er ikke i resultatdelen, men tallene for proporsjonsforklart varians presenteres her for å belyse betydningen av ANS.

Resultatene fra regresjonsanalysen kunne vise at ANS forklarer relativt unik variasjon innen både Telling (24 %) og Aritmetiske ferdigheter (14 %) etter at det hadde blitt kontrollert for Intelligens. Ut fra dette, ser det altså ut til at ANS i større grad forklarer variasjon innen Telling enn det Arbeidsminne gjør, mens for Aritmetiske ferdigheter er forklaringseffekten noe mindre enn for Arbeidsminne. Dette stemmer godt overens med studier som viser at tidlige matematiske ferdigheter er viktige for mer avanserte ferdigheter (Navarro et al., 2012). Imidlertid viste studien til Göbel og kolleger (2014) at den symbolske tallforståelsen var viktigere for senere ferdigheter enn det ANS var. Dette ble imidlertid ikke undersøkt i denne undersøkelsen, men det kan være at symbolsk tallforståelse ville vist større bidrag enn ANS. ANS ser ut fra disse funnene ut til å fungere som et mer separat system som ikke stiller krav til Arbeidsminne, men som heller er involvert utviklingen av Telling og Aritmetiske ferdigheter. Kanskje er det slik at ANS er viktig for utviklingen av symbolsk tallforståelse, slik Siegler og Braithwaite (2017) beskriver. Allikevel er det nøyaktige forholdet mellom

ANS og symbolsk tallforståelse fortsatt uklart (Szkudlarek & Brandon, 2017), og noen videre forståelse av dette forholdet gir heller ikke denne undersøkelsen noen svar på.

Telling

Tidligere har vi sett at telleferdigheter utvikles fra rundt 2 årsalder og danner en bro til regneferdigheter (Butterworth, 2005). Forskning har vist at arbeidsminne predikerer telleferdigheter (Kyttälä et al., 2010), i tillegg til å være involvert i telleferdigheter som artikulering av tallord (Geary et al., 2004).

Korrelasjonsanalysene viste signifikant sammenheng mellom Telling og de to arbeidsminnetestene. Telling korrelerte høyest med Backward digit (.525), og noe lavere med Listening recall (.363). Korrelasjonen mellom Intelligens og Telling var høyere (.485), og kunne tyde på at noe av bidraget fra Arbeidsminne er påvirket av Intelligens. Dette viste også regresjonsanalysene, hvor bidraget fra Arbeidsminne minsket fra 30 % til 14,5 % da det ble kontrollert for Intelligens. Altså forklarer Arbeidsminne unikt 14,5 %, mens Intelligens forklarer 23,5 %. Selv om Intelligens forklarer større variasjon, er Arbeidsminnets bidrag allikevel rimelig stort. Dette stemmer overens med funnet til Kyttälä og kolleger (2010) som viste at arbeidsminne er involvert i telleoppgaver. Deres funn viste i tillegg at arbeidsminne predikerte telling bedre enn relasjonelle ferdigheter. Relasjonelle ferdigheter viste seg i stedet å være best predikert av språkferdigheter og flytende intelligens. Ut fra dette kan det altså se ut til at arbeidsminne forklarer større variasjon for noen aspekter ved matematikk enn for andre, slik funnene i denne undersøkelsen også viser.

Aunio og Niemivirta (2010) fant at telleferdigheter ved 6 årsalder predikerte aritmetiske ferdigheter ett år senere. I tillegg har Aunola et al. (2004) vist at telleferdigheter predikerer senere utvikling uavhengig av nivået barnet er på. Altså predikerer telling senere utvikling både hos høyt-presterende og lavt-presterende elever i matematikk. Det kan indikere at et svekket arbeidsminne vil påvirke telleferdighetene, som igjen kan påvirke mer avanserte ferdigheter i matematikk. Imidlertid er det verdt å bemerke at begge disse studiene har benyttet visuo-spatiale arbeidsminnetester. Holmes og Adams (2006) fant at bidraget fra visuo-spatial skisseblokk var sterkest hos yngre barn, og det kan være at bruk av visuo-spatiale arbeidsminnetester ville vist et enda større bidrag innen telling i denne undersøkelsen. Sammenlagt, ser det allikevel ut til at arbeidsminne er viktig for

telleferdigheter i tidlig skolealder. Funnene kan også indikere at Arbeidsminnets betydning er viktigere for Telling enn for andre matematiske aspekter, som ANS.

Aritmetiske ferdigheter

Aritmetiske ferdigheter handler i de tidlige skoleårene som mestring av addisjon og subtraksjon med tall (Aunio & Räsänen, 2015). Ettersom elevene i utvalget går på første trinn, og hadde hatt lite eller ingen opplæring i subtraksjon da målingene ble foretatt, ble aritmetiske ferdigheter målt med addisjon. Tidligere har vi sett at barn gjerne benytter en blanding av regnestrategier, men hovedsakelig støtter seg til telling i de tidlige skoleårene (Siegler & Braithwaite, 2017). Dette stemmer godt overens med korrelasjonsanalysene fra denne undersøkelsen, som viste en høy samvariasjon (.613) mellom Telling og Aritmetiske ferdigheter. Men hvordan er arbeidsminne involvert i aritmetiske ferdigheter?

Korrelasjonsanalysene viste at Aritmetiske ferdigheter og Arbeidsminne korrelerte moderat, .443 med Backward digit og .458 med Listening recall. Ettersom intelligens korrelerte lavere (.334), kunne det se ut til at Intelligens er mindre involvert i Aritmetiske ferdigheter enn Arbeidsminne. Dette ble også bekreftet i regresjonsanalysene, hvor Arbeidsminnets unike bidrag (19,4 %) var større enn bidraget fra Intelligens (11,2 %). Fuchs og kolleger (2006) målte også aritmetiske ferdigheter, men fant i motsetning til denne undersøkelsen, ingen signifikante bidrag fra arbeidsminne. En årsak til dette, kan ha vært at enkelte av addisjonstestene gikk på tid. Det kan tenkes at dette kan ha påvirket resultatene da tidsbegrensning også stiller krav til hastighet. Berg (2008) fant små, men signifikante bidrag fra arbeidsminne, men her ble det som tidligere nevnt ikke kontrollert for intelligens. Når dette er sagt, målte matematikktesten de benyttet ferdigheter innen blant annet telling, symbolsk tallforståelse og aritmetiske ferdigheter. Her ble resultatene fra hele testen operasjonalisert til matematikkferdigheter. Av denne grunn vet man heller ikke om arbeidsminne forklarer større variasjon for noen aspekter ved matematikk enn for andre. Det ville derfor vært interessant om de ulike aspektene ved matematikk som ble målt ble delt opp, slik at man kunne se om bidraget fra arbeidsminne var størst innen aritmetiske ferdigheter, slik denne undersøkelsen har vist.

Ettersom arbeidsminnetestene i denne undersøkelsen er et mål på eksekutiv enhet, kan det tyde på at denne komponenten er involvert i aritmetiske ferdigheter. Dette stemmer overens med funn fra Andersson og Lyxell (2007) som viste at eksekutiv enhet er involvert i nettopp

aritmetikk, som koordinering av de ulike trinnene innen regning, ved å lagre foreløpige resultater og gjenkalle aritmetiske fakta fra langtidsmindet. Eksekutiv enhet fungerer i følge Baddeley (2012) som et oppmerksomhetskontrollerende system, som blant annet kan skifte mellom flere oppgaver og operasjoner. I tillegg mener Engle og Kane (2004) at eksekutiv enhet er relatert til å opprettholde relevant informasjon i en aktiv og tilgjengelig tilstand. Det kan derfor være at dette er avgjørende for aritmetiske ferdigheter, da utførelse av addisjonsoppgaver krever at man opprettholder relevant informasjon, samtidig som man må skifte mellom flere operasjoner (Peng, Namkung, Fuchs, et al., 2016). Det kan tenkes at dette er spesielt relevant for utviklingsstadiet som elevene i denne undersøkelsen er i. Først og fremst fordi de går på første trinn og derfor sannsynligvis har lite erfaring med regning av addisjon, men også fordi de er lavt-presterende, og det derfor kan være at de benytter umodne fremgangsmåter og prosedyrer ved regning (Geary, 2004). Ettersom hyppig bruk av tellefremgangsmåter for regning fører til lagring av grunnleggende aritmetiske fakta (Geary et al., 1999), er det sannsynlig at deres lager av slike fakta på måletidspunktet var begrenset. Av denne grunn kan det være at utføringen av addisjonsoppgavene i mindre grad utføres automatisk, og derfor stiller høyere krav til arbeidsminne.

Oppsummering

De ulike gruppesammenligningsstudiene har i likhet med denne undersøkelsen funnet signifikante sammenhenger mellom arbeidsminne og matematikk. De få signifikante bidragene fra arbeidsminne som ble funnet i de korrelasjonelle studiene var små, i tillegg minsket de da det ble kontrollert for intelligens. Selv om bidragene i denne undersøkelsen også gjorde dette, er effektstørrelsene allikevel høyere. De longitudinelle studiene er ikke entydige i funnene om arbeidsminne predikerer matematikk, mens funn fra eksperimentelle studier viser at det er lite sannsynlig at arbeidsminnetrening har overføringseffekt til matematikk.

Ettersom bidraget til Arbeidsminne fortsatt er signifikant og rimelig sterkt innen både Aritmetiske ferdigheter og Telling når det kontrolleres for Intelligens i denne undersøkelsen, kan det indikere at Arbeidsminne fungerer som et mer frittstående system. Imidlertid minskes også bidraget, altså kan det se ut som om noe av den forklarte variasjonen er delt mellom Arbeidsminne og Intelligens. Dette er i tråd med funn fra metaanalysen til Ackerman et al. (2005), hvor intelligens og arbeidsminne i gjennomsnitt hadde en delt variasjon på 22,9 %. Dette tyder på at arbeidsminne og intelligens ikke er identisk, slik det først var foreslått av

Conway et al. (1999). Det kan heller tyde på at de er nært relatert, slik de samme forskerne etter hvert også foreslo noen år senere (Conway et al., 2003).

5.3 Avslutning

Formålet med denne undersøkelsen er å undersøke arbeidsminnets betydning for matematikkferdigheter hos lavt-presterende elever i matematikk. Med hensyn til undersøkelsens første forskningsspørsmål, viser funnene i denne undersøkelsen altså at Arbeidsminne kan forklare unik variasjon innen matematikk når det er kontrollert for Intelligens. I hvilken grad arbeidsminne forklarer unik variasjon ser utfra andre studier ut til å variere med utvalgets størrelse, alder, om de er lavt-presterende eller ikke, i tillegg til de ulike aspektene ved matematikk som måles. Flere studier har vist at arbeidsminne forklarer større variasjon innen noen aspekter ved matematikk enn ved andre, og det samme viser også denne undersøkelsen.

Med hensyn til undersøkelsens andre forskningsspørsmål, forklarer altså arbeidsminne større variasjon for noen aspekter ved matematikk enn for andre. Resultatene viser at Arbeidsminnets unike bidrag er størst innen Aritmetiske ferdigheter og noe mindre i Telling. Mens for ANS er ikke bidraget signifikant. Tidligere har det blitt beskrevet hvordan Holmes og Adams (2006) fant at arbeidsminneprosesser som støtter barns matematikkferdigheter endres med alder. Etersom elever med vansker i matematikk ofte benytter umodne fremgangsmåter og prosedyrer ved regning, og dermed ligger utviklingsmessig bak sine jevnaldrende (Geary, 2004), kan det være at arbeidsminne er mer involvert på det nivået i utviklingen som de lavt-presterende elevene i denne undersøkelsen er på.

Det må imidlertid bemerkes at Intelligens og Arbeidsminne samlet sett kun forklarte 38 % innen Telling, 30 % innen Aritmetiske ferdigheter og 12 % innen ANS. ANS kunne i tillegg forklare variasjon innen Telling (24 %) og Aritmetiske ferdigheter (14 %). Allikevel, er det en betydelig andel innen de matematiske ferdighetene som ikke er blitt forklart for. Det bør derfor ikke utelukkes at det finnes flere faktorer som kan forklare mer enn det Arbeidsminne og Intelligens gjør. I denne undersøkelsen er det kun blitt kontrollert for Intelligens, men det kan også være at flere tredjevariabler spiller inn på arbeidsminnets betydning. Det kan derfor

være bidraget fra Arbeidsminne ville vært mindre dersom det hadde blitt kontrollert for flere variabler, som for eksempel språk.

5.3.1 Pedagogiske konsekvenser

Skolen står overfor en viktig oppgave når det gjelder å fange opp elevene som strever, i tillegg til å jobbe forebyggende, ved å legge et godt grunnlag for senere matematikkutvikling. Ettersom foreløpige funn fra arbeidsminnetrening er lite optimistiske med tanke på overføringseffekt til matematikk, vil det sannsynligvis være lite hensiktsmessig å arbeide med arbeidsminnetrening for barn med matematikkvansker. Matematikk er som vist også hierarkisk oppbygget og flere studier i denne undersøkelsen har vist at tidlige ferdigheter i stor grad predikerer senere ferdigheter. Derfor er det nærliggende å tenke at det viktigste vil være å fokusere på grundig opplæring innen de ulike aspektene ved matematikk. Altså bør det heller settes inn tiltak på matematikkvanskene enn på arbeidsminnevanskene. Om det er slik at et svekket arbeidsminne fører til matematikkvansker, er dette lite oppmuntrende, i den grad det heller ikke ser ut til å være mulig å trene opp arbeidsminne. Sammenlagt, tyder imidlertid flere funn fra forskning på at et svekket arbeidsminne alene ikke kan forklare hvorfor noen elever har vansker i matematikk, men at det heller ser ut til å være en medvirkende faktor.

I et pedagogisk perspektiv, anses det derfor som lite viktig å vite om arbeidsminne er den faktiske årsaken til matematikkvanskene. Det vil heller være viktig å vite at et svekket arbeidsminne kan bidra til å begrense læring, og at dette derfor bør tas hensyn til ved for eksempel organisering av undervisning. Gathercole og kolleger (2016) beskriver hvordan forståelse for begrensninger ved arbeidsminne er verdifullt for den pedagogiske støtten. Kyttälä et al. (2010) trekker blant annet frem hvordan elever med svekket arbeidsminne gjerne har mindre kapasitet og fleksibilitet i læringssituasjoner. Av denne grunn kan disse elevene ha behov for korte og få beskjeder for å redusere arbeidsminnebelastning.

5.3.2 Behovet for videre studier

Vår forståelse av arbeidsminne har utviklet seg betydelig de siste tiårene, og det kan være at fremtidig forskning vil bidra til å kaste nytt lys over multikomponentmodellen til Baddeley og Hitch (1974). Ettersom denne studien ikke kan forklare kausale sammenhenger, bør sammenhengen mellom arbeidsminne og matematikk undersøkes nærmere med hjelp av

forskningsdesign som kan gjøre nettopp dette. Longitudinelle studier kan ikke gi sikre konklusjoner om årsakssammenhenger, men kan danne hypoteser om årsaker ettersom de kan vise hva som kommer forut for noe annet. Flere av de gjennomgåtte studiene i denne undersøkelsen har ikke kontrollert for intelligens. Å kontrollere for intelligens vil være viktig både for å kunne forstå arbeidsminne som system bedre, men også for å forstå forholdet mellom arbeidsminne og intelligens. Ettersom flere studier har vist at tidlige matematiske ferdigheter er avgjørende for senere utvikling, vil det også være av betydning å kontrollere for nettopp dette. Slik kan man sikrere konkludere hva som best predikerer matematikkutvikling eller hva som kan være årsaken til matematikkvansker.

Ettersom Alloway og Alloway (2010) fant at arbeidsminnekapasitet var stabilt over tid, og bedre predikerte matematikk enn intelligens over tid, ville det vært interessant å følge utvalget i denne undersøkelsen videre for å se om dette også gjelder her. Det kunne også vært fruktbart å sammenligne de lavt-presterende med normalt-presterende for å se om sammenhengen mellom arbeidsminne og matematikk var like sterk hos elever uten matematikkvansker.

Litteraturliste

- Ackerman, P.L., Beier, M.E., & Boyle, M.O. (2005). Working memory and intelligence: The same or different constructs? : American Psychological Association.
- Alloway, T.P., & Alloway, R.G. (2010). Investigating the predictive roles of working memory and IQ in academic attainment. *Journal of Experimental Child Psychology*, 106(1), 20-29.
- American Psychiatric Association, D.S.M.T.F. (2013). *Diagnostic and statistical manual of mental disorders : DSM-5* (Fifth edition. utg.). Arlington, VA: American Psychiatric Publishing.
- Andersson, U., & Lyxell, B. (2007). Working memory deficit in children with mathematical difficulties: A general or specific deficit? *Journal of experimental child psychology*, 96(3), 197-228.
- Aunio, P., Hautamäki, J., Sajaniemi, N., & Van Luit, J.E. (2009). Early numeracy in low - performing young children. *British Educational Research Journal*, 35(1), 25-46.
- Aunio, P., Mononen, R., & Lopez-Pedersen, A. (2016). Think Math Matematikktest 1. trinn. *Unpublished*.
- Aunio, P., & Niemivirta, M. (2010). Predicting children's mathematical performance in grade one by early numeracy. *Learning and Individual Differences*, 20(5), 427-435.
- Aunio, P., & Räsänen, P. (2015). Core numerical skills for learning mathematics in children aged five to eight years–A working model for educators. *European Early Childhood Education Research Journal*, 24(5), 684-704.
- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M.-K., & Nurmi, J.-E. (2004). Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology*, 96(4), 699.
- Baddeley, A. (2000). The episodic buffer: a new component of working memory? *Trends in Cognitive Sciences*, 4(11), 417-423.
- Baddeley, A. (2006). Working memory: an overview. I Susan J. Pickering (Red.), *Working memory and education*. Amsterdam: Elsevier.
- Baddeley, A. (2007). *Working memory, thought, and action* (Vol. 45): OUP Oxford.
- Baddeley, A. (2012). Working memory: theories, models, and controversies. *Annual review of psychology*, 63, 1-29.
- Baddeley, A., Gathercole, S., & Papagno, C. (1998). The phonological loop as a language learning device. *Psychological review*, 105(1), 158.
- Baddeley, A., & Hitch, G. (1974). Working Memory. I H. Bower Gordon (Red.), *Psychology of Learning and Motivation* (Vol. Volume 8, s. 47-89): Academic Press.
- Befring, E. (2015). *Forskningsmetoder i utdanningsvitenskap*. Oslo: Cappelen Damm akademisk.
- Berch, D.B. (2008). Working Memory and Mathematical Cognitive Development: Limitations of Limited-Capacity Resource Models. *Developmental Neuropsychology*, 33(3), 427-446. doi: 10.1080/87565640801982494
- Berg, D.H. (2008). Working memory and arithmetic calculation in children: The contributory roles of processing speed, short-term memory, and reading. *Journal of Experimental Child Psychology*, 99(4), 288-308.

- Bergman-Nutley, S., & Klingberg, T. (2014). Effect of working memory training on working memory, arithmetic and following instructions. *Psychological Research*, 78(6), 869-877. doi: 10.1007/s00426-014-0614-0
- Brigstocke, S., Moll, K., & Hulme, C. (2016). TOBANS: Test of Basic Arithmetic and Numeracy Skills.
- Bull, R., Espy, K.A., & Wiebe, S.A. (2008). Short-Term Memory, Working Memory, and Executive Functioning in Preschoolers: Longitudinal Predictors of Mathematical Achievement at Age 7 Years. *Developmental Neuropsychology*, 33(3), 205-228.
- Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 46(1), 3-18.
- Chinn, S. (2016). *More Trouble with Maths: A Complete Manual to Identifying and Diagnosing Mathematical Difficulties*: Routledge.
- Christophersen, K.-A. (2009). *Databehandling og statistisk analyse med SPSS* (4. utg. utg.). Oslo: Unipub.
- Conway, A.R., Kane, M.J., & Engle, R.W. (1999). Is Spearman's G determined by speed or working memory capacity? *Psychology*, 10(074).
- Conway, A.R.A., Kane, M.J., & Engle, R.W. (2003). Working memory capacity and its relation to general intelligence. *Trends in Cognitive Sciences*, 7(12), 547-552.
- Cook, T.D., Campbell, D.T., & Day, A. (1979). *Quasi-experimentation: Design & analysis issues for field settings* (Vol. 351): Houghton Mifflin Boston.
- Crocker, L., & Algina, J. (1986). *Introduction to classical and modern test theory*. Fort Worth, Tex: Holt, Rinehart, and Winston.
- De Smedt, B., Janssen, R., Bouwens, K., Verschaffel, L., Boets, B., & Ghesquière, P. (2009). Working memory and individual differences in mathematics achievement: A longitudinal study from first grade to second grade. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103(2), 186-201.
- De Vaus, D.A. (2014). *Surveys in social research* (6th ed. utg.). London: Routledge.
- Deary, I.J., Strand, S., Smith, P., & Fernandes, C. (2007). Intelligence and educational achievement. *Intelligence*, 35(1), 13-21.
- Dehaene, S. (2001). Précis of The Number Sense. *Mind & Language*, 16(1), 16-36.
- DeStefano, D., & LeFevre, J.A. (2004). The role of working memory in mental arithmetic. *European Journal of Cognitive Psychology*, 16(3), 353-386.
- Engle, R.W. (2001). What is working memory capacity. *The nature of remembering: Essays in honor of Robert G. Crowder*, 297-314.
- Engle, R.W. (2002). Working Memory Capacity as Executive Attention. *Current Directions in Psychological Science*, 11(1), 19-23.
- Engle, R.W., & Kane, M.J. (2004). Executive attention, working memory capacity, and a two-factor theory of cognitive control. I Brian H. Ross & David Irwin (Red.), *The Psychology of Learning and Motivation : Advances in Research and Theory*. Burlington: Elsevier Science.
- Friso-van den Bos, I., Kroesbergen, E.H., & van Luit, J.E.H. (2014). Number sense in kindergarten children: Factor structure and working memory predictors. *Learning and Individual Differences*, 33, 23-29.
- Friso-van den Bos, I., van der Ven, S.H., Kroesbergen, E.H., & van Luit, J.E. (2013). Working memory and mathematics in primary school children: A meta-analysis. *Educational research review*, 10, 29-44.
- Fuchs, L.S., Fuchs, D., Compton, D.L., Powell, S.R., Seethaler, P.M., Capizzi, A.M., . . . Fletcher, J.M. (2006). The Cognitive Correlates of Third-Grade Skill in Arithmetic,

- Algorithmic Computation, and Arithmetic Word Problems. *Journal of Educational Psychology*, 98(1), 29-43.
- Fürst, A.J., & Hitch, G.J. (2000). Separate roles for executive and phonological components of working memory in mental arithmetic. *Memory & Cognition*, 28(5), 774-782.
- Gall, M.D., Gall, J.P., & Borg, W.R. (2007). *Educational research : an introduction* (8th ed. utg.). Boston, Mass: Allyn and Bacon.
- Gathercole, S.E., Brown, L., & Pickering, S.J. (2003). Working memory assessments at school entry as longitudinal predictors of National Curriculum attainment levels. *Educational and Child Psychology*, 20(3), 109-122.
- Gathercole, S.E., Woolgar, F., Kievit, R.A., Astle, D., Manly, T., Holmes, J., & Team, C. (2016). How Common are WM Deficits in Children with Difficulties in Reading and Mathematics? *Journal of Applied Research in Memory and Cognition*, 5(4), 384-394.
- Geary, D., & Moore, A. (2016). Cognitive and brain systems underlying early mathematical development. *Progress in Brain Research*, 227, 75-103.
- Geary, D.C. (2000). From infancy to adulthood: The development of numerical abilities. *European child & adolescent psychiatry*, 9, S11-S16.
- Geary, D.C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of learning disabilities*, 37(1), 4-15.
- Geary, D.C. (2013a). Early foundations for mathematics learning and their relations to learning disabilities. *Current directions in psychological science*, 22(1), 23-27.
- Geary, D.C. (2013b). Learning Disabilities in Mathematics – Recent Advances. I H.L. Harris Swanson, K.R. & Graham, S. (Red.), *Handbook of Learning Disabilities* (Vol. 2nd edition s. 239-255). New York The Guilford Press.
- Geary, D.C. (2017). Dyscalculia at an Early Age.
- Geary, D.C., Hoard, M.K., Byrd-Craven, J., & DeSoto, M.C. (2004). Strategy choices in simple and complex addition: Contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability. *Journal of experimental child psychology*, 88(2), 121-151.
- Geary, D.C., Hoard, M.K., & Hamson, C.O. (1999). Numerical and Arithmetical Cognition: Patterns of Functions and Deficits in Children at Risk for a Mathematical Disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74(3), 213-239.
- Göbel, S.M., Watson, S.E., Lervåg, A., & Hulme, C. (2014). Children's arithmetic development: It is number knowledge, not the approximate number sense, that counts. *Psychological science*, 25(3), 789-798.
- Harrison, T.L., Shipstead, Z., Hicks, K.L., Hambrick, D.Z., Redick, T.S., & Engle, R.W. (2013). Working Memory Training May Increase Working Memory Capacity but Not Fluid Intelligence. *Psychological Science*, 24(12), 2409-2419. doi: 10.1177/0956797613492984
- Holmes, J., & Adams, J.W. (2006). Working Memory and Children's Mathematical Skills: Implications for mathematical development and mathematics curricula. *Educational Psychology*, 26(3), 339-366.
- Holmes, J., Adams, J.W., & Hamilton, C.J. (2008). The relationship between visuospatial sketchpad capacity and children's mathematical skills. *European Journal of Cognitive Psychology*, 20(2), 272-289.
- Hulme, C., & Snowling, M. (2009). *Developmental disorders of language learning and cognition*. Chichester: Wiley-Blackwell.

- Karbach, J., Strobach, T., & Schubert, T. (2015). Adaptive working-memory training benefits reading, but not mathematics in middle childhood. *Child Neuropsychology*, 21(3), 285-301.
- Kleven, T.A. (2002a). Begrepsoperasjonalisering. I T Lund (Red.), *Innføring i forskningsmetodologi* (s. 141-183). Oslo: Unipub forlag.
- Kleven, T.A. (2002b). Ikke-eksperimentelle design. I T Lund (Red.), *Innføring i forskningsmetodologi* (s. 265-285). Oslo: Unipub forlag.
- Kroesbergen, E.H., van 't Noordende, J.E., & Kolkman, M.E. (2014). Training working memory in kindergarten children: Effects on working memory and early numeracy. *Child Neuropsychology*, 20(1), 23-37.
- Kyllonen, P.C. (2002). g: Knowledge, speed, strategies, or working-memory capacity? A systems perspective. I R. J. Sternberg & E. L. Grigorenko (Red.), *The general factor of intelligence: How general is it* (s. 415-445).
- Kyttälä, M., Aunio, P., & Hautamäki, J. (2010). Working memory resources in young children with mathematical difficulties. *Scandinavian journal of psychology*, 51(1), 1-15.
- Kyttälä, M., Aunio, P., Lepola, J., & Hautamäki, J. (2013). The role of the working memory and language skills in the prediction of word problem solving in 4- to 7-year-old children. *Educational Psychology*, 1-23.
- Kyttälä, M., & Lehto, J.E. (2008). Some factors underlying mathematical performance: The role of visuospatial working memory and non-verbal intelligence. *European Journal of Psychology of Education*, 23(1), 77-94.
- LeFevre, J.-A., Smith-Chant, B.L., Fast, L., Skwarchuk, S.-L., Sargla, E., Arnup, J.S., . . . Kamawar, D. (2006). What counts as knowing? The development of conceptual and procedural knowledge of counting from kindergarten through Grade 2. *Journal of Experimental Child Psychology*, 93(4), 285-303.
- Lund, T. (2002a). Ekte eksperimentelle design. I T Lund (Red.), *Innføring i forskningsmetodologi* (s. 185-217). Oslo: Unipub forlag.
- Lund, T. (2002b). Metodologiske prinsipper og referanserammer. I T. Lund (Red.), *Innføring i forskningsmetodologi* (s. 79-121). Oslo: Unipub forlag.
- MacCallum, R.C., Zhang, S., Preacher, K.J., & Rucker, D.D. (2002). On the practice of dichotomization of quantitative variables. *Psychological methods*, 7(1), 19.
- Mazzocco, M.M.M., & Thompson, R.E. (2005). Kindergarten Predictors of Math Learning Disability. *Learning Disabilities Research & Practice*, 20(3), 142-155.
- McLean, J.F., & Hitch, G.J. (1999). Working memory impairments in children with specific arithmetic learning difficulties. *Journal of experimental child psychology*, 74(3), 240-260.
- Melby-Lervåg, M., Lervåg, A., Lyster, S.-A.H., Klem, M., Hagtvet, B., & Hulme, C. (2012). Nonword-Repetition Ability Does Not Appear to Be a Causal Influence on Children's Vocabulary Development. *Psychological Science*, 23(10), 1092-1098.
- Melby-Lervåg, M., Redick, T.S., & Hulme, C. (2016). Working memory training does not improve performance on measures of intelligence or other measures of "far transfer" evidence from a meta-analytic review. *Perspectives on Psychological Science*, 11(4), 512-534.
- Merkley, R., & Ansari, D. (2016). Why numerical symbols count in the development of mathematical skills: evidence from brain and behavior. *Current Opinion in Behavioral Sciences*, 10, 14-20.
- Midtbø, T. (2007). *Regresjonsanalyse for samfunnsvitere : med eksempler i SPSS*. Oslo: Universitetsforlaget.

- Mononen, R., Aunio, P., Koponen, T., & Aro, M. (2014). A review of early numeracy interventions for children at risk in mathematics. *International Journal of Early Childhood Special Education*, 6(1), 25-54.
- Murphy, M.M., Mazzocco, M.M.M., Hanich, L.B., & Early, M.C. (2007). Cognitive Characteristics of Children With Mathematics Learning Disability (MLD) Vary as a Function of the Cutoff Criterion Used to Define MLD. *Journal of Learning Disabilities*, 40(5), 458-478.
- Navarro, J.I., Aguilar, M., Marchena, E., Ruiz, G., Menacho, I., & Van Luit, J.E.H. (2012). Longitudinal Study of Low and High Achievers in Early Mathematics. *British Journal of Educational Psychology*, 82(1), 28-41.
- NESH. (2016). Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, juss, humaniora og teologi Lastet ned fra (25.03.2017)
https://www.etikkom.no/globalassets/documents/publikasjoner-som-pdf/60125_fek_retningslinjer_nesh_digital.pdf
- Nordtvedt, A.G., & Pettersen, A. (2016). Matematikk. I Marit Kjærnsli & Fredrik Jensen (Red.), *Stø kurs : norske elevers kompetanse i naturfag, matematikk og lesing i PISA 2015* (s. 107-135). Oslo: Universitetsforlaget.
- OECD. (2014). *PISA 2012 results: what students know and can do: Student performance in mathematics, reading and science*.
- OECD. (2016). *PISA 2015 Results (Volume I): Excellence and Equity in Education*: Paris: OECD Publishing.
- Passolunghi, M.C. (2006). Working memory and arithmetic learning disability IT. Packiam Alloway & S.E Gathercole (Red.), *Working Memory and Neurodevelopmental Disorders* (s. 113-138). Hove: Psychology Press.
- Peng, P., Namkung, J., Barnes, M., & Sun, C. (2016). A meta-analysis of mathematics and working memory: Moderating effects of working memory domain, type of mathematics skill, and sample characteristics: American Psychological Association.
- Peng, P., Namkung, J.M., Fuchs, D., Fuchs, L.S., Patton, S., Yen, L., . . . Hamlett, C. (2016). A longitudinal study on predictors of early calculation development among young children at risk for learning difficulties. *Journal of experimental child psychology*, 152, 221-241.
- Piazza, M., & Dehaene, S. (2004). From number neurons to mental arithmetic: The cognitive neuroscience of number sense. *The cognitive neurosciences, 3rd edition, ed. MS Gazzaniga*, 865-877.
- Pickering, S., & Gathercole, S.E. (2001). *Working memory test battery for children (WMTB-C)*: Psychological Corporation.
- Pickering, S.J. (2006). Assessment of working memory in children. I Susan J Pickering (Red.), *Working memory and education* (s. 241-271). Elsevier: Amsterdam.
- Price, G.R., & Ansari, D. (2013). Dyscalculia: Characteristics, causes, and treatments. *Numeracy*, 6(1), 2.
- Raghubar, K.P., Barnes, M.A., & Hecht, S.A. (2010). Working memory and mathematics: A review of developmental, individual difference, and cognitive approaches. *Learning and Individual Differences*, 20(2), 110-122.
- Raven, J.C. (1998). *Raven's progressive matrices*: Oxford Psychologists Press Oxford.
- Shadish, W.R., Cook, T.D., & Campbell, D.T. (2002). *Experimental and quasi-experimental designs for generalized causal inference*. Boston: Houghton Mifflin.
- Siegler, R.S., & Braithwaite, D.W. (2017). Numerical Development. *Annual Review of Psychology*, 68(1), 187-213.

- Starkey, P. (1992). The early development of numerical reasoning. *Cognition*, 43(2), 93-126.
- Swanson, H.L., & Jerman, O. (2006). Math Disabilities: A Selective Meta-Analysis of the Literature. *Review of Educational Research*, 76(2), 249-274.
- Szkudlarek, E., & Brandon, E.M. (2017). Does the Approximate Number System Serve as a Foundation for Symbolic Mathematics? *Language Learning and Development*, 13(2), 171-190.
- Towse, J., & Cowan, N. (2005). Working Memory and Its Relevance for Cognitive Development. In W. Schneider, R. Schumann-Hengsteler & B. Sodian (Red.), *Young Children's Cognitive Development: Interrelationships Among Executive Functioning, Working Memory, Verbal Ability, and Theory of Mind* (s. 9-39): Psychology Press.
- World Health Organization. (2015). ICD-10 : den internasjonale statistiske klassifisering av sykdommer og beslektede helseproblemer 2015 (Norsk versjon. utg.). Oslo: Helsedirektoratet.