

En case-studie av hvordan seks
ungdomsskoleelever bruker GeoGebra og
Kikora under arbeid med algebraoppgaver
som inneholder parenteser.

Torstein Mellem



Masteroppgave ved Instituttet for Lærerutdanning og
Skoleforskning

UNIVERSITETET I OSLO

13.06.2016

Parenteser og Digitale Verktøy

En case-studie av hvordan seks ungdomsskoleelever bruker GeoGebra og Kikora under arbeid med algebraoppgaver som inneholder parenteser.

© Torstein Mellem

2016

Parenteser og digitale verktøy

Torstein Mellem

<http://www.duo.uio.no/>

Sammendrag

Som følge av stort fokus på digitale verktøy i undervisningen handler oppgaven om hvordan de digitale verktøyene kan bidra i elevenes arbeid med oppgaver. Oppgavens fokus blir lagt på elevenes arbeid med parenteser i algebra mens de benytter GeoGebra eller Kikora.

Sammen med en kompetansebeskrivelse av matematikk benyttes didaktiske perspektiver til å utforme vurderingskategorier for elevenes interaksjon med de digitale verktøyene. I forkant av en empirisk undersøkelse av elevenes arbeid med de digitale verktøyene presenteres og vurderes verktøyene ut i fra et vurderingsverktøy utarbeidet for undervisningsprogramvare.

Den teoretiske vurderingen bidrar til å gi en grundigere beskrivelse og dypere inntrykk av hvordan GeoGebra og Kikora er i bruk. Høyttenkningsprotokoller, hvor elevene «tenker høyt», blir benyttet for å danne det empiriske grunnlaget for oppgaven. Elevenes skjermaktivitet og tale ble tatt opp mens de jobbet med et oppgavesett basert rundt parenteser. Datamaterialet ble så kodet etter hvilke typer interaksjoner de hadde med verktøyene og hvordan de behandlet de matematiske konseptene i oppgavene. Elevene som benyttet GeoGebra presterte sterkere enn elevene som benyttet Kikora. Derimot viste elevene med Kikora oftere tegn til bruk av høyere ordens kognitive prosesser.

Forord

Denne oppgavens tematikk ble valgt som følge av observasjoner av elevers arbeid med digitale verktøy under praksisperioder tidligere i utdanningsløpet. Noen av elevene var svært positive til bruken og jeg hadde tidligere skrevet et essay om utforming av digitale verktøy til bruk i undervisning. Derfor ønsket jeg å gjøre meg kjent med hvilke forhold og forutsetninger som la opp til en vellykket inkludering av digitale verktøy i undervisningen.

Takk til Fazilat og Guri, veiledere på oppgaven, for all hjelp med å komme i gang og gjennomføre skrivingen, rettleiding og støtte underveis. Takk til alle realfagslektorene på kullet for samhold og støtte, og lunsj på bjørnehjørnet. Takk til Odin og Fredrik for sosialisering og kameratskap. Takk til mor og far for emosjonell, og til tider finansiell, støtte gjennom studiet.

Innholdsfortegnelse

1	Innledning.....	1
1.2	Kapittelbeskrivelse	3
2	Teori	5
2.1	Kognitive prosesser	5
2.2	Kompetansebeskrivelse av matematisk dyktighet.....	6
2.3	Didaktiske prosesser	9
2.3.1	Implisitt og eksplisitt kunnskap.....	9
2.3.2	Aritmetisk og algebraisk bruk av parenteser.....	10
2.4	Digitale verktøy i undervisningen	11
2.4.1	Støttende eller utvidende bruk av digitale verktøy.....	12
2.5	Sammenknytting av kompetansebeskrivelser og didaktiske prosesser	12
2.5.1	Tankegangskompetanse	13
2.5.2	Problembehandlingskompetanse og symbol- og formalismekompetanse	13
2.5.3	Hjelpemiddelskompetanse	14
3	Vurdering av GeoGebra og Kikora	17
3.1	Presentasjon	17
3.1.1	GeoGebra	17
3.1.2	Kikora.....	21
3.2	Metode for vurdering.....	24
3.3	Vurdering av GeoGebra og Kikora	25
3.4	Diskusjon av vurdering.....	31
4	Metode.....	35
4.2	Høyttenkningsprotokoll	36
4.3	Utvalg	38
4.4	Utforming av oppgavesettet.....	39
4.5	Gjennomføring av undersøkelsen.....	41
4.6	Analyse	43
4.7	Kodingskategorier	43
4.8	Pålitelighet	46
4.9	Validitet	46
4.10	Etiske betraktninger	47

5	Resultater og diskusjon	49
5.1	Presentasjon av deltakerne og gjennomføring av oppgavene.....	49
5.1.1	Tidsbruk og prestasjoner	51
5.2	Det digitale verktøyets interaktive funksjon.....	55
5.3	Aritmetisk og algebraisk bruk av parenteser	58
5.4	Anvendt kunnskap	61
5.5	IKT-funksjonalitet	62
5.6	Oppsummerende diskusjon.....	65
6	Konklusjon	67
7	Litteraturliste	69
8	Vedlegg	74
8.1	Vedlegg 1: Samtykkebrev	74
8.2	Vedlegg 2: Kodeguide	76
8.3	Vedlegg 3: Meldeplikttest	78
8.4	Vedlegg 4: Software Evaluation Rubric	79
	Figur 1: Niss og Jensens (2002) Kompetanser i matematikk.....	7
	Figur 2: Drijvers et als (2010) inndeling av digitale verktøys didaktiske funksjoner.....	11
	Figur 3: GeoGebras startskjerm.	18
	Figur 4: GeoGebras CAS-modul.....	19
	Figur 5: CAS-modulen i bruk.....	20
	Figur 6: Utdata fra Løs-funksjonen.....	21
	Figur 7: Kikoras hjemskjerm.....	22
	Figur 8: Oppgaver i Kikora.	22
	Figur 9: Regning i Kikora.	23
	Figur 10: Hint i Kikora.....	23
	Figur 11: Fullført oppgave i Kikora.	24
	Figur 12: Skjermdump fra koding med Interact.....	43
	Figur 13: Gjennomsnittlig tid brukt for GeoGebra og Kikora.	51
	Figur 14: Gjennomsnittlig tid brukt for avgitt svar med GeoGebra og Kikora.....	52
	Figur 15: Prestasjon i forhold til måloppnåelse.	53
	Figur 16: Skjermdump fra oppgave 3, Guttorm Lav (GeoGebra).....	55
	Figur 17: Skjermdump fra Guttorm Lav, oppgave 4.....	63
	Figur 18: Skjermdump fra Karl Lav, oppgave 4.	63

1 Innledning

Bruken av digitale verktøy i undervisning var tidligere rettet mot generell kunnskap om og bruk av IKT og senere hvordan man bruker dataprogrammer for flersidige formål. Nå er det derimot fokus på læringen av et bredt spekter IKT-relaterte kognitive egenskaper og allmenne forståelser (Markauskaite, 2006). Inkludering av datateknologi i undervisningen har vist seg å ha mange fordeler: Bruk av teknologi til å utføre manuelt arbeid og utregninger kan la elevene fokusere på løsningsstrategier (Jarrett, 1998; Ruthven & Hennessy, 2002), umiddelbare tilbakemeldinger under arbeid med nye idéer kan oppmuntre elevene til å gjøre antagelser og fortsette å utforske (Clements, 2000) og interaktive multimedia kan bidra til å motivere elever og føre til bedre prestasjoner (Moseley et al., 1999). Forskning på hvorvidt bruken av digitale verktøy i undervisningen bidrar til læringsutbyttet eller ikke (Hattie, 2013; Higgins, Xiao, & Katsipataki, 2012) viser at de generelt ikke minker læringsutbyttet men for enkelte elever kan gi et stort bidrag. Digitale verktøy har med andre ord et stort potensiale for å forbedre undervisningen. Å sette seg inn i hvordan elevene bruker teknologien kan bidra til en økt forståelse av hvordan vi kan utnytte dette potensialet.

Bruk av digitale verktøy er i dag en integrert del av kompetansemålene i læreplanen for matematikk fra og med barneskolen. Fra og med andre årstrinn i grunnskolen skal elevene kunne benytte digitale verktøy som en del av sin matematiske kompetanse (Utdanningsdirektoratet, 2013). Elevene skal i løpet av matematikkutdanningen kunne anvende det digitale verktøyet både som en del av utforskning og til strukturering av eget arbeid, i tillegg til å ha kunnskap om og ferdigheter i å bruke digitale verktøy til oppgaveløsning. Dette kommer som et resultat av beskrivelsen av digitale ferdigheter som en grunnleggende ferdighet i Læreplanverket for Kunnskapsløftet (Kunnskapsdepartementet, 2012), hvor elevene skal kunne *tilegne og behandle* digital informasjon og *produsere og behandle* digitale elementer.

Det er ikke vedtatt at noe spesielt program skal benyttes under eksamen eller i undervisning. Programvareutviklere reklamerer med at deres verktøy for eksempel vil gi mer effektiv undervisning (Kikora, 2016) og øke elevenes engasjement, forståelse og prestasjoner (The Geometer's Sketchpad, 2016). Det er opp til hver enkelt skole og lærerne ved skolene å bestemme hvilket verktøy de skal benytte. Så lenge verktøyet har tilstrekkelig funksjonalitet for undervisnings- eller vurderingssituasjonen er verktøyene likestilte fra et administrativt synspunkt. Under eksamen er det påkrevd at elevene har tilgang på CAS (dataalgebra-

system), regneark og graftegner (Utdanningsdirektoratet, 2015). GeoGebra og Excel er verktøy som ofte blir valgt til å oppfylle kravet om tilgang på henholdsvis regneark og graftegner og programmene blir brukt til å eksemplifisere disse typene programmer i *skolefagsundersøkelsen 2009* (Vavik et al., 2010). Mye forskning har blitt gjort på integrering av dynamisk geometriprogramvare og graftegnere i undervisningen (oppsummert i Jones, 2002). Derimot er det mindre forskning å finne om bruken av symbolbehandlingende programmer, som CAS-programmer. Rødnes og Gilje (2016) tar for seg bruken av Kikora og DragonBox som elementer i algebraundervisningen, men DragonBox benytter alternative representasjoner for algebraiske uttrykk og faller ikke innunder det som kalles CAS. GeoGebra har i tillegg til å være et dynamisk geometriprogram også innebygget CAS-funksjonalitet. Etersom dette allerede er et utbredt program vil det være spennende å se hvordan dette programmet kan brukes i andre faglige kontekster. GeoGebra som et dynamisk geometriprogram er et verktøyprogram ifølge Lingfjärd og Holmquist (2003). Kikora på den annen side er nærmere det de kaller et undervisningsprogram. Å se på likheter og forskjeller i hvordan disse to programmene blir brukt av elevene kan gi innsikt i hvordan disse digitale verktøyene kan bidra i elevenes oppgaveløsning.

Etersom algebra er et emne innen matematikken som kan by på vanskeligheter for elevene (Naalsund, 2012), og det ikke er gjort like mye forskning på elevers arbeid med digitale verktøy i algebra vil det være av interesse å se nærmere på hvordan elever bruker CAS-programmenes symbolbehandling mens de arbeider. Jeg vil undersøke hvilke kognitive prosesser elevene benytter og hvordan de benytter digitale verktøy mens de arbeider med algebraoppgaver. Etter egne erfaringer i praksis med elevers bruk av parenteser, og Welders (2012) vektlegging av dette som en mulig kilde til forvirring i elevenes arbeid blir oppgavens matematiske område begrenset til hvordan elevene behandler parenteser.

Dette vil gjøres ved å sammenligne hvordan seks elever bruker to forskjellige digitale verktøy i en case-studie med fokus på elevenes tenkning og redegjørelse. Fokuset vil være på elevenes bruk av parenteser og det digitale verktøyets bidrag til deres fremgangsmåte for å løse parentes-sentriske oppgaver. Oppgaven vil sammenligne elevenes arbeid med GeoGebra og Kikora ved å se på hvilke kognitive prosesser elevene benytter under arbeid med parenteser med disse digitale verktøyene.

Oppgaven vil forhåpentligvis bidra i diskusjonen rundt integrering av digitale verktøy i undervisningen ved å rette fokus mot de hensyn som må tas til hvordan de digitale verktøyene påvirker elevenes oppgaveløsning.

Da oppgavens fokus ligger på elevenes bruk av de digitale verktøyene og hvordan disse bidrar i elevenes arbeid lyder oppgavens problemstilling «*Hvordan støtter GeoGebra og Kikora elevens kognitive prosesser i arbeid med parenteser i algebra?*» For å svare på denne problemstillingen er det valgt tre forskningsspørsmål:

1. Hvilke forutsetninger har GeoGebra og Kikora for å bidra i elevenes arbeid vurdert etter vurderingsrubrikken Software Evaluation Rubric?
2. Hvordan behandler elevene parenteser når de løser algebraoppgaver med digitale verktøy?
3. Hvordan bruker elevene GeoGebra og Kikora under løsningen av algebraoppgavene?

Det teoretiske grunnlaget blir et rammeverk som beskriver matematisk kompetanse. Dette suppleres med teori om kognitive prosesser i algebraisk, matematisk tenkning og interaksjon med digitale verktøy i læringssituasjoner. En beskrivelse og en teoretisk vurdering av GeoGebra og Kikora vil danne grunnlaget for sammenligningen av de to programmene som elevene skal benytte. Målet for oppgaven vil være å analysere elevenes bruk av de digitale verktøyene og hvordan disse kan bidra til å bygge opp om elevenes oppgaveløsningsarbeid. Empirisk data blir samlet inn ved at elevene løser oppgaver under en høyttenkningsprotokoll hvor de «tenker høyt» om hvordan de løser oppgavene. En sammenslåing av kompetansebeskrivelsene og de spesifikke kognitive prosessene vil danne grunnlaget for analysen.

Det er forventet at elevene som benytter Kikora vil erfare en større bevisstgjøring av prosessene de går gjennom, som en følge av programmets fokus på de aritmetiske stegene i løsningene. Derimot kan det hende at GeoGebra med sine algebraiske funksjoner bidrar mer til å øke elevenes effektivitet ved å ta over deler av den mentale belastningen i gjennomføringen av utregningene.

1.2 Kapittelbeskrivelse

I andre kapittel legges frem og redegjøres det teoretiske grunnlaget for oppgaven.

Teorikapittelet vil ta utgangspunkt i individuelle kognitive prosesser i arbeid med parenteser,

satt i konteksten av samhandling med et digitalt verktøy. Det teoretiske grunnlaget vil bli basert på Niss og Jenssen kompetansebeskrivelser av matematisk dyktighet for å utarbeide fokusområder for de digitale verktøyenes påvirkning på elevenes læring. De relevante kategoriene av matematisk kompetanse knyttes sammen med spesifikke matematiskdidaktiske prosesser som finner sted under arbeid med parenteser i algebra, samt teori om hvordan digitale verktøy og IKT-teknologi påvirker elevenes læring. Kapittelet avsluttes med en sammenfatning av hvordan rammeverket og de didaktiske bidragene danner kategorier for sammenligningen av de to valgte digitale verktøyene.

Det tredje kapittelet er en vurdering og sammenligning av GeoGebra og Kikora. Det gir en deskriptiv beskrivelse av GeoGebra og Kikora, med hensyn på deres funksjonalitet og brukergrensesnitt før det gjøres en teoretisk vurdering av programmene. Den teoretiske vurderingen gjøres med *Software Evaluation Rubric*, som er utviklet for å vurdere læringsprogrammets egnethet til bruk i klasseromssituasjoner.

Fjerde kapittel vil være en beskrivelse av gjennomføringen av den kvalitative undersøkelsen; elevenes høyttenkningsprotokoller. Undersøkelsen vil danne et sammenligningsgrunnlag for de to digitale verktøyenes bidrag til oppgaveløsning ved å se på elevenes handlinger og verbaliserte høyttenkning under arbeidet med et sett oppgaver. Oppgavene er utformet for å identifisere elevenes oppfatning av parenteser. Det vil være en beskrivelse av forarbeidet og selve gjennomføringen av undersøkelsen og behandlingen av det innsamlede datamaterialet. Deretter blir undersøkelsens pålitelighet og validitet diskutert. Videre blir de etiske betraktninger som er gjort i forbindelse med oppgaven gjennomgått.

I det femte kapittelet presenteres og diskuteres resultatene av undersøkelsen. En presentasjon av elevene som deltok er inkludert først. Elevenes løsninger og arbeid med oppgavene blir brukt for å eksemplifisere og klargjøre kodingen av datamaterialet. Funnene blir sett i lys av det teoretiske grunnlaget fra det andre kapittel og beskrivelsen og sammenligningen av de digitale verktøyene. Det vil så bli gjort en vurdering av GeoGebra og Kikora som bidragsytere i de kognitive prosessene i elevenes oppgaveløsning med parenteser.

Avslutningsvis konkluderes resultatene og deres implikasjoner før det diskuteres hvilket arbeid som kreves for å utvide teori og resultater til å omfatte et større matematisk område og flere digitale verktøy.

2 Teori

Jeg ønsker å undersøke de mentale prosessene som finner sted hos elever under læring av og arbeid med parenteser i algebra i et digitalt miljø. Perspektivene satt frem av Wood, Bruner og Ross (1976) om veiledning under problemløsning vil danne utgangspunktet for teorien rundt interaksjonen mellom elevene og det digitale verktøyet. Menneskers unike sosiale kultur for å aktivt lære bort ferdigheter og kunnskap (Bruner, 1972; Hinde, 1971) blir brukt av Wood et al for å vektlegge viktigheten av en «ekspert» til å veilede den lærende under tilegning av ny kunnskap under problemløsning. Etterhvert som digitale verktøy tar på seg rollen som støtte under elevenes arbeid trengs teori som belyser hvordan elevene behandler og blir påvirket av bruken av digitale verktøy mens de løser oppgaver. For å differensiere elevenes interaksjon med de digitale verktøyene brukes Niss og Jensens (2002) kompetansebeskrivelser. Sammen med matematikdidaktiske prinsipper danner kompetansebeskrivelsene det analytiske rammeverket for oppgaven.

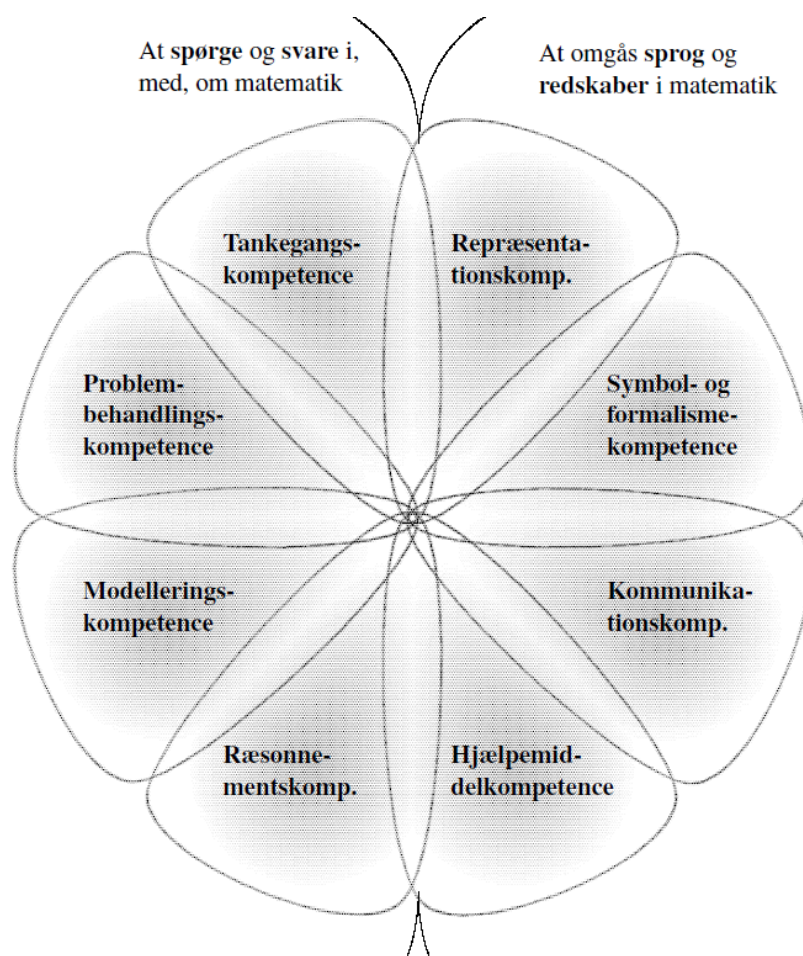
2.1 Kognitive prosesser

I denne oppgaven undersøkes elevers tilnærming til algebraiske elementer i oppgaveløsning mens de bruker et digitalt verktøy. Det kognitive perspektivet i oppgaven vil ta utgangspunkt i at læring er en aktivitet og foregår i en prosess. Sfard (1991) beskrev denne prosessen som en stegvis tilegning av kunnskap hvor matematiske prosesser på kjente objekter blir gjort til nye objekter. Ved å bli komfortable med å gjennomføre matematiske prosesser på objekter de har en prinsipiell forståelse for blir disse prosessene *internalisert* hos eleven. Etter å ha blitt tilstrekkelig kjent med prosessen klarer eleven å se på prosessen som en helhet, å *kondensere* lengre prosesser ned til oversiktlige enheter. Når eleven innser at den nå kjente og lett tilgjengelige prosessen er et eget objekt, blir forskjellige representasjoner av denne prosessen bundet sammen av det nye abstrakte konstruktet (Sfard, 1991, s. 18-20). Selv om man gjennom arbeidet med oppgaver ønsker å oppnå en internalisering av prosessene man jobber med blir arbeidet på veien dit formet av miljøet vi arbeider i. Dersom miljøet man jobber i er formet av digitale verktøy kan vi se på hvordan elevenes evne til å arbeide med det matematikkfaglige innholdet i oppgaver blir påvirket av verktøyene de benytter.

2.2 Kompetansebeskrivelse av matematisk dyktighet

Målet med algebraundervisningen er å øke elevenes faglige dyktighet innen algebra. For å diskutere elevenes dyktighet må det først legges til grunn et rammeverk for hva som menes med dyktighet og hva det inneholder. Niss og Jensens kompetanserammeverk for matematikklæring (Niss & Jensen, 2002) er konstruert for å beskrive hva som kjennetegner en kompetent, dyktig elev. Rammeverket ble utarbeidet av en arbeidsgruppe etter ønske av det danske Naturvidenskabeligt Uddannelsesråd i samarbeid med Undervisningsministeriet for å eventuelt implementere resultatene av arbeidet dersom det skulle føre til konkrete forslag til utvikling av matematikkundervisningen. Arbeidet tok for seg identifisering og utvikling av kompetanse i matematikkfaget, samt samfunnets krav til og innholdet i matematikkundervisningen. Rammeverket har blant annet bidratt til utformingen av PISAs vurderingsrammeverk for *mathematical literacy* (OECD, 1999). Kompetansebeskrivelsene i Niss og Jensens (2002) rammeverk har fokus på individets aktiviteter.

Under arbeidet med å beskrive matematisk dyktighet kom gruppen frem til et sett kompetanser for å beskrive de ulike ferdighetene elevene utvikler; tankegangskompetanse, problemløsningskompetanse, modelleringskompetanse, resonneringskompetanse, representasjonskompetanse, hjelpemiddelkompetanse, kommunikasjonskompetanse, symbol- og formalismekompetanse. Kompetansene blir delt i to sfærer; å spørre og svare i, med og om matematikk, og å omgås språk og verktøy i matematikk. Kompetansenes fordeling er presentert i Figur 1.



Figur 1: Niss og Jensens (2002) Kompetanser i matematikk.

Å inneha kompetanse i et område blir av Niss og Jensen beskrevet som å kunne uttale seg med gjennomslagskraft, overblikk, sikkerhet og dømmekraft (s. 43) og blir brukt i betydningen *ekspertise*. De definerer en kompetanse til å være en «*selvstendig, rimelig avgrenset hovedkomponent i matematisk kompetanse [oversatt fra dansk]*». Med *rimelig avgrenset* menes at kompetansene dekker forskjellige områder men ikke er helt adskilte, og er delvis overlappende med et sentralt knutepunkt (Figur 1). Derfor legger Niss og Jensen vekt på at en matematisk kompetanse ikke kan utvikles i isolasjon.

Kompetansene blir delt i to grupper, eller *overkompetanser*; kompetanser i å spørre og svare i og med matematikk og kompetanser i å omgås språk og verktøy i matematikk (s. 44). Hvor det å kunne spørre og svare i og med matematikk deles inn i de tre kategoriene

- a) å kunne stille spørsmål og ha en intuisjon for typen svar som kan oppnås (tankegangskompetanse)
- b) å være i stand til selv å svare på slike spørsmål, både i og med matematikk (henholdsvis problembehandlingskompetanse og modelleringskompetanse)

c) å kunne forstå, bedømme og frembringe argumenter for svar på matematiske spørsmål (resonnementskompetanse).

Tilsvarende går det å behandle matematikkens språk og verktøy ut på

a) å være i stand til å benytte forskjellige representasjoner av matematiske forhold (representasjonskompetanse)

b) å kunne håndtere de spesifikke representasjoner som utgjør matematisk symbolspråk og formalisme (symbol- og formalismekompetanse)

c) å kunne kommunisere i, med og om matematikk (kommunikasjonskompetanse)

d) å kunne benytte seg av og forholde seg til diverse tekniske hjelpemidler for matematisk virksomhet (hjelpemiddelkompetanse).

Til tross for at Niss og Jensen danner et skille mellom de to overkompetansene advarer de mot å overtolke synet på kompetanser delt i to adskilte sfærer, og argumenterer for å se på alle kompetansene som bidragsyttere til begge sfærer (s. 46).

Ved å benytte Niss og Jensens kompetanserammeverk kan elevenes dyktighet i matematikk konkretiseres til enkeltkompetanser som kan analyseres. Dermed blir det mulig å diskutere digitale verktøys bidrag til undervisningen ved å se på utslag i kompetanser innen matematikk, uttrykt ved de tilsvarende kognitive prosesser. Grunnet dets todimensjonale oppbygning med fokus på henholdsvis språk og verktøy er det formålstjenlig å benytte rammeverket for diskusjonen som vil foregå i denne oppgaven.

I Niss og Jensens rammeverk mangler det tilsynelatende et viktig element, begrepsforståelse. Begrepsforståelse blir ofte trukket frem i diskusjoner om matematisk kunnskap men blir ikke sett på som en overordnet kompetanse. Begrepsforståelse blir omtalt i forskjellige former; konseptuell forståelse (Hiebert, 1986) i motsetning til instrumentell forståelse; som et element i reifisering av prosess til et objekt (Sfard, 1991) eller implisitt kunnskap (Chevallard, 2007, s. 60). Selv om det ikke er inkludert en spesifikk begrepskompetanse i rammeverket til Niss og Jensen blir begreper eksplisitt adressert under *tankegangs-*, *problembehandlings-* og *hjelpemiddelkompetanse*. Siden kompetansene er innbyrdes avhengige vil elevenes begrepsforståelse bli realisert som et produkt av deres ferdigheter innen de forskjellige kompetansene. På samme måte blir det av Niss (2003) i en senere artikkel trukket frem at kreativitet, abstraksjon og matematisk intuisjon ikke utgjør noen egen kompetanse men kan oppfattes som en union av de øvrige kompetanser.

2.3 Didaktiske prosesser

Niss og Jensens (2002) rammeverk gir en beskrivelse av matematikkfaglig dyktighet og forsøker å balansere mellom å overgeneralisere og å være overdrevent detaljrikt (s. 18). For å finne denne balansen har de formulert beskrivelsene av kompetansene på et nivå som går på tvers av det matematikkfaglige innholdet i undervisningen, men spesifikt nok til at kompetansene ikke nødvendigvis vil kunne gi en god beskrivelse av kompetanse i andre fag enn matematikk. For å anvende kompetansebeskrivelsene som et analytisk verktøy i en spesifikk situasjon må det suppleres med matematikdidaktiske perspektiver som beskriver situasjonen som undersøkes.

2.3.1 Implisitt og eksplisitt kunnskap

I tråd med kompetanseområdet *tankegangskompetansen*, som har fokus på å ha kjennskap til hvilket område man kan anvende matematiske begreper på og skille ut de implisitte faktorene i matematiske utsagn trekker Chevallard (2007) frem matematikk som et nytteverktøy i møte med praktiske og vitenskapelige foretak. Han legger vekt på at folk oftest møter matematikk i en indirekte forstand og at man som deltaker i et moderne, vestlig samfunn vil møte matematikk først og fremst i en implisitt forstand (implicit mode of presence (s. 58)). Mens de underliggende mekanismene som holder samfunnet gående i stadig økende grad blir basert på matematiske og statistiske modeller og utregninger blir vårt hverdagsliv stadig mer dematematisert. Å kunne behandle matematiske begreper virkeområder parallelt med og å kunne skille ut de implisitte matematiske faktorene i både matematiske og utenom-matematiske forhold blir dermed en viktig del av å være en kompetent utøver i matematikk.

I en matematikkfaglig kontekst vil det å benytte den implisitte matematiske kunnskapen eller informasjonen i en oppgave kunne bidra til en bedre forståelse av problemet og sette eleven i stand til å anvende egne løsningsstrategier. En eksplisitt håndtering av en gitt oppgave vil være å se bort fra de implisitte elementene og kun ta for seg de elementene som blir stilt opp, og benytte de mulighetene for å løse oppgaven som det blir lagt opp til av oppgaveformulering og oppsett.

2.3.2 Aritmetisk og algebraisk bruk av parenteser

I denne oppgaven ligger det matematikkfaglige fokuset på bruken av parenteser i algebra og hvordan digitale verktøy kan støtte elevenes kognitive prosesser i læring av dette.

Første gang elever kommer i kontakt med parenteser i matematikkundervisningen blir de brukt for å samle operasjoner, eller for å markere rekkefølgen operasjoner skal utføres i. Algebraisk tenkning blir av Drijvers, Goddijn og Kindt (2011) knyttet til verbene å kunne løse, manipulere, generalisere, formalisere, strukturere og abstrahere. Dette bidrar til et strukturelt fokus i algebra som ikke er til stede i aritmetikk. I algebra brukes parentesene også som en operator og Naalsund (2012) og Welder (2006) trekker frem fokuset fra Linchevski (1995) på elevenes overgang fra å bruke parenteser som en rekkefølgeindikator til en utvidet dynamisk forståelse av parentesene (s. 43 - 44).

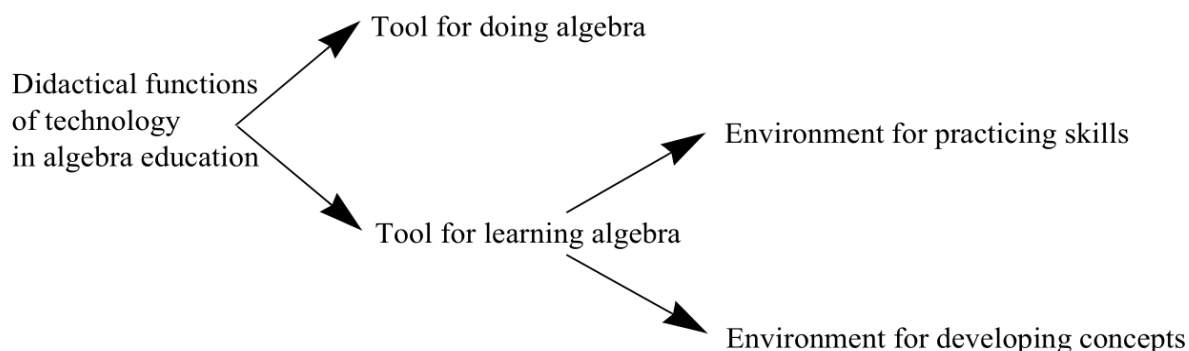
Overgangen fra å behandle parenteser operasjonelt til strukturelt kan eksemplifiseres med tilfeller hvor parentesen samler ledd, som i $2 + (3 + 1)$, i motsetning til tilfeller hvor parentesen indikerer distribusjon av multiplikasjon over addisjon som i $2(a + b)$. Denne forskjellen blir av Welder (2012) trukket frem som en essensiell del av både algebra og aritmetikk, da elevene må kunne anvende begge de forskjellige meningene av parenteser for å bli kompetente utøvere av algebra (s. 256). I den algebraiske forståelsen ligger fokuset mer på en strukturell tankegang mens i en aritmetisk tankegang vil fokuset ligge på prosessen (Sutherland, 1995).

Det er gjort forskning på elevers strukturelle forståelse av parenteser som viser at det er misoppfatninger rundt hvordan både parenteser oppfører seg som elementer i presedensordningen i et matematikuttrykk og hva som er gyldig bruk av parenteser.

Gunnarsson og Karlsson (2014) viste at elever kan ha problemer med å identifisere hva som var gyldige uttrykk når parenteser var involvert. Elevene i deres undersøkelse var i alderen 14 til 15 år og klarte ikke alltid å skille mellom uttrykk med ufullstendige parenteser som $(2 + (3 * 4))$ i stedet for $(2 + 3 * 4)$, hvor de to venstre-parentesene deler samme lukkeparentes. Denne og andre typer misoppfatninger bidro til å bygge opp om konklusjonen at elevenes forståelse av presedens og grupperinger i aritmetiske operasjoner ikke var godt nok innlært og at introduksjonen av parenteser må legge større vekt på deres par-dynamikk og egenskaper til å endre mening i matematiske stykker.

2.4 Digitale verktøy i undervisningen

Säljö (2010) viser til forskning gjort på introduksjon av teknologi til læring i både generelle og spesifikke eller faglige kontekster. Den viser at faktorer som elevengasjement, gruppedeltagelse, hyppig interaksjon, tilbakemeldinger fra mentorer og koblinger til virkelige sammenhenger oftest fremmer de digitale verktøyenes påvirkning på undervisningen. Hatties (2013) metaanalyse viser til at digitale verktøy har en positiv innvirkning på undervisning i 25% av de undersøkte tilfellene, men han understreker at selv om bruken av digitale verktøy legger til rette for økt læring foreligger det ingen klar relasjon mellom det å benytte digitale verktøy og økte læringsresultater (s. 324 - 327). Det å benytte seg av muligheten til å inkludere digitale verktøy blir dermed både viktig for å kunne få mest mulig utbytte av undervisningen og legger et ansvar på læreren til å utnytte mulighetene inkluderingen medfører. En studie gjennomført av Lagrange, Artigue, Laborde og Trouche (2003) kom frem til at bare 14% av artikler i diverse internasjonale artikkelsamlinger tok for seg hvordan digitale verktøy benyttes og integreres i klasserom (s. 242 - 243). Mengden fokus området får fra forskere kan ha økt siden den gang, men studiet viser at et kunnskapsgap eksisterte frem til for omtrent ti år siden. Forsøk på å fylle dette tomrommet kan bidra til en bedre forståelse av integrering av teknologi i undervisning. I undervisning blir de digitale verktøyenes funksjon delt i to hovedområder av Drijvers, Boon og Van Reeuwijk (2010, s. 181-186); digitale verktøy for å gjøre algebra, og digitale verktøy for å lære algebra. Det siste området blir igjen delt inn i digitale miljøer for å forbedre ferdigheter og digitale miljøer for å utvikle konsepter [oversatt fra engelsk, se Figur 2]. Disse didaktiske funksjonene kommer av brukernes forskjellige tilnærminger til bruken av de digitale verktøy som enten lærende eller brukende. En lærende vil søke å bruke verktøyet for å forsterke eller videreutvikle sin forståelse av algebra, mens en brukende ønsker å bruke verktøyet til å gjennomføre algebraiske operasjoner.



Figur 2: Drijvers et als (2010) inndeling av digitale verktøys didaktiske funksjoner.

2.4.1 Støttende eller utvidende bruk av digitale verktøy

Det digitale verktøyets funksjon i klasserommet kan knyttes til hvordan elevene benytter verktøyet i sitt arbeid. I likhet med Drijvers, Boon og Van Reeuwijk (2010) har også Gorayska, Marsh og Mey (2001) en todelt tilnærming digitale verktøys funksjon. De skiller mellom hjelpemidler som verktøy eller som instrumenter og gjør denne inndelingen basert på hvordan brukeren benytter hjelpemiddelet. Deres fokus på brukeren og hvordan verktøyet benyttes for å differensiere mellom det digitale verktøyet som et verktøy eller som et instrument blir utdypet ved å se på hvor sofistikert og dyktig brukeren er i å manipulere verktøyet for å oppnå et mål. Dersom eleven bruker verktøyet og manipulerer dets funksjonalitet og effekt i en målrettet prosess vil man si at verktøyet er et instrument i elevenes hånd, og støtter eleven i hans/hennes arbeid. Om derimot eleven benytter verktøyet ukritisk i situasjoner hvor det er anvendelig for så å godta resultatet uten noen form for refleksjon har verktøyet en rent utvidende funksjon (Gorayska et al., 2001). I en utvidende forstand kan det fungere som et rent fysisk verktøy for å gjennomføre en handling uten ettertanke, som en hammer for å slå inn en spiker, eller for å gjennomføre en handling eleven ikke ville klart på egenhånd.

2.5 Sammenknytting av kompetansebeskrivelser og didaktiske prosesser

For å kunne vurdere en elevs nivå i de forskjellige kompetanser som utgjør matematisk dyktighet må de matematikdidaktiske prinsippene ses i lys av kompetansebeskrivelsene til Niss og Jensen. Kompetanserammeverkets generelle beskrivelser av en kompetent utøver av matematikk sammen med de didaktiske prinsippene som gjelder spesifikt for situasjonen man ønsker å undersøke vil kunne gi et sett kriterier å bedømme elevenes arbeid ut ifra.

I denne oppgaven vil fokuset ligge på de relevante kompetanseområdene for bruk av digitale verktøy og kognitive prosesser i algebraundervisning. Tankegangs-, Problembehandlings-, Symbol- og formalisme- og Hjelpemiddelkompetanse blir valgt på grunn av deres nære relasjon til beskrivelsene av kognitive prosesser i elevenes arbeid med algebra og digitale verktøy.

2.5.1 Tankegangskompetanse

Denne kompetansen består i å kjenne og å være klar over hvilke typer spørsmål som kan stilles innen matematikk, og det å selv kunne stille slike spørsmål (Niss & Jensen, 2002, s. 47-49). Å vite hvilke typer svar som kan forventes blir også en viktig del av å kunne håndtere denne kompetansen. Videre inkluderes å kjenne og håndtere begrepers virkeområder og betingelser, samt gjennom abstraksjon og generalisering å kunne utvide begreper og matematiske resultater.

En grunnleggende ekspertise innen tankegangskompetanse vil innebære å gjenkjenne og vite hvordan man skal svare på matematiske spørsmål. Sett i lys av Chevallards (2007) tanker om implisitt kunnskap vil denne grunnleggende kompetansen svare til evnen til å se matematisk informasjon som krever kjennskap til en større begrepsstruktur. Når eleven klarer å manøvrere rundt begrepenes virkeområder og kan anvende matematiske generaliseringer som verktøy for å løse en gitt oppgave vil dette være en mer komplett forståelse av den implisitte matematiske kunnskapen Chevallard legger frem. I denne forståelsen av tankegangskompetanse vil en eksplisitt forståelse av matematikkoppgaver vise til et lavere kompetansenivå enn en implisitt håndtering av samme oppgave.

2.5.2 Problembehandlingskompetanse og symbol- og formalismekompetanse

Problembehandlingskompetanse dekker det å kunne sette opp, eller formulere, matematiske spørsmål samt å kunne løse oppstilte spørsmål (Niss & Jensen, 2002, s. 49-52). Spørsmålene kan være åpne eller lukkede, rent matematiske eller anvendte, egne eller andres. Kjennskap til forskjellige løsninger av disse oppgavene og evnen til å gjennomføre denne løsningen er også inkludert i kompetansen. I motsetning til tankegangskompetanse ligger vekten her på den matematikktekniske utførelsen av løsninger, ikke kunnskap om forskjellige definisjoner og teoremer, selv om Niss og Jensen trekker frem denne kunnskapen som en potensielt viktig forutsetning for å kunne benytte problembehandlingskompetansen.

Sammen med symbol- og formalismekompetanse, som innebærer både å kunne avkode og bytte mellom symbolholdig, matematisk språk og naturlig språk, og å ha innsikt i formelle matematiske systemers egenart og styreregler (Niss & Jensen, 2002, s. 58-60), gir disse to kompetansene et utgangspunkt for å undersøke elevenes behandling av parenteser.

Naalsund (2012) og Welders (2006) skille mellom en aritmetisk og en algebraisk behandling av parenteser speiler disse kompetanseneområdene. Et høyere nivå av problembehandlingskompetanse omfatter å kunne gjennomføre løsningen av en oppgave ved å benytte seg av rutineferdigheter (Niss & Jensen, 2002, s. 49) og effektive fremgangsmåter. En algebraisk tilnærming til parenteser reflekterer en bredere forståelse av parentes-begrepet og en evne til å kjenne igjen og benytte parenteser på en slik måte at de bidrar i å skape struktur i elevens arbeid, fremfor å skape en større arbeidsmengde ved å være fremmede elementer i fremgangsmåten.

2.5.3 Hjelpemiddelskompetanse

Denne kompetansen inneholder å kjenne og kunne bruke forskjellige tekniske hjelpemidler og kjenne til matematikkrelevante egenskaper ved hjelpemidler. Kompetansen er og å kjenne hjelpemidlenes muligheter og begrensninger (Niss & Jensen, 2002, s. 62). I tillegg regnes det å kunne betjene disse hjelpemidlene som en del av å inneha hjelpemiddelskompetanse. Niss og Jensens beskrivelse av kompetansen gjelder alle former for hjelpemidler som kan benyttes i matematikken, ikke bare de digitale, som er fokuset for denne oppgaven.

Hjelpemiddelskompetanse er knyttet til alle de andre kompetansene gjennom hjelpemiddelet som et medium for å utøve all annen matematisk kompetanse. I tråd med Drijvers et al (2010) inndeling av digitale hjelpemidler etter hvilken didaktisk rolle de utspiller i elevenes arbeid kan vi se om elevene har et reflektert forhold til sin bruk av hjelpemiddelet. En rent utøvende bruk av det digitale verktøyet viser til at eleven kjenner hjelpemiddelets muligheter og har evnen til å benytte seg av det. For å inneha en høy hjelpemiddelskompetanse må eleven være i stand til å benytte seg av og jobbe rundt alle hjelpemiddelets muligheter og begrensninger og velge ut den funksjonaliteten i verktøyet som er relevant for oppgaven. Dette er i tråd med Gorayska, Marsh og Meys (2001) beskrivelse av det digitale verktøyet som et instrument; eleven bruker det digitale hjelpemiddelet målrettet som en del av sin løsningsstrategi. Følger vi Gorayska et al vil det å skille mellom en utvidende og en støttende funksjon reflektere et skille mellom en høy og en lav hjelpemiddelkompetanse. I Gorayska et al beskrivelse av det digitale verktøyet som et verktøy faller det også gjennom at elevene kan benytte seg ubetinget av verktøyet med vissheten om at verktøyet er i stand til å utføre den gitte oppgaven, men manglende kompetanse innen andre områder til å vurdere om oppgaven er blitt tilstrekkelig fullført. En overdreven bruk av verktøys spesifikke funksjonalitet kan

indikere an slik tilnærming da eleven ikke er i stand til å fullføre oppgaven utelukkende ved hjelp av verktøyets vanlige funksjonalitet.

3 Vurdering av GeoGebra og Kikora

Ettersom det første forskningsspørsmålet for oppgaven er «Hvilke forutsetninger har GeoGebra og Kikora for å bidra i elevenes arbeid?» kreves kjennskap til de to digitale verktøyene. Oppgaven vil ta utgangspunkt i programmenes funksjonalitet og bruk. Og elevers interaksjon med programmene vil danne grunnlaget for den empiriske undersøkelsen senere i oppgaven. Derfor er en gjennomgang av hvordan programmene fremstilles og brukes en forutsetning for å kunne besvare problemstillingen på en tilfredsstillende måte.

3.1 Presentasjon

De digitale verktøyene vil her bli presentert ut ifra leverandørens beskrivelse av bruksintensjon og funksjonalitet. De to verktøyene GeoGebra og Kikora er matematikkprogramvare, og informasjon om tilegning og installasjonsprosess av programmene finnes på nettsidene¹ til de respektive programmene.

I bruksbeskrivelsene omtales det som er relevant for elevenes bruk og interaksjon med programmene under undersøkelsen. For beskrivelser av funksjonalitet utover dette, som for eksempel lærer-spesifikk funksjonalitet, eller funksjonalitet i andre fagområder, henvises leseren igjen til programmenes nettsider.

I presentasjonen av programmene er det lagt inn tall i skjermbilder og figurer for å vise til de elementene som beskrives.

3.1.1 GeoGebra

Programmet GeoGebra ble skapt av Markus Hohenwarter i 2001 ved universitetet i Salzburg og ble utviklet på et stipend fra det Østerrikske vitenskapsakademiet; *Österreichische akademie der wissenschaften* (Hohenwarter & Preiner, 2007).

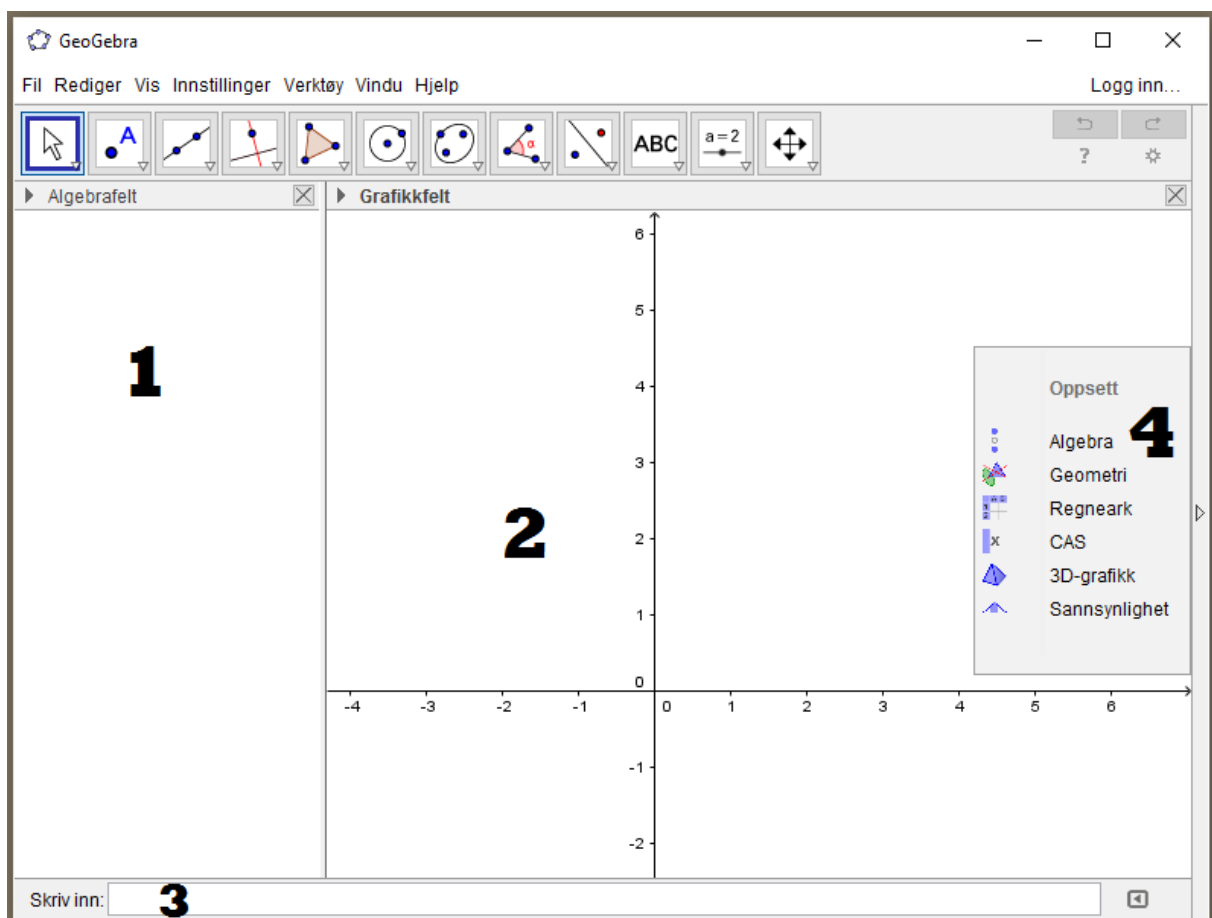
Den innledende brukerveiledningen til GeoGebra beskriver programmet som en dynamisk matematikk programvare for læring og undervisning på alle nivåer, med funksjoner som

¹ www.geogebra.org/manual/en/Reference:GeoGebra_Installation og www.kikora.no/hjelp/

interaktiv 2-dimensjonal og 3-dimensjonal geometri, algebra, tabeller, grafer, calculus og statistikk (GeoGebra, 2016c).

” Grafisk kalkulator for funksjoner, geometri, algebra, kalkulus, statistikk og 3d-matematikk! Dynamisk matematikk for læring og undervisning.” - GeoGebra.org (2016a)

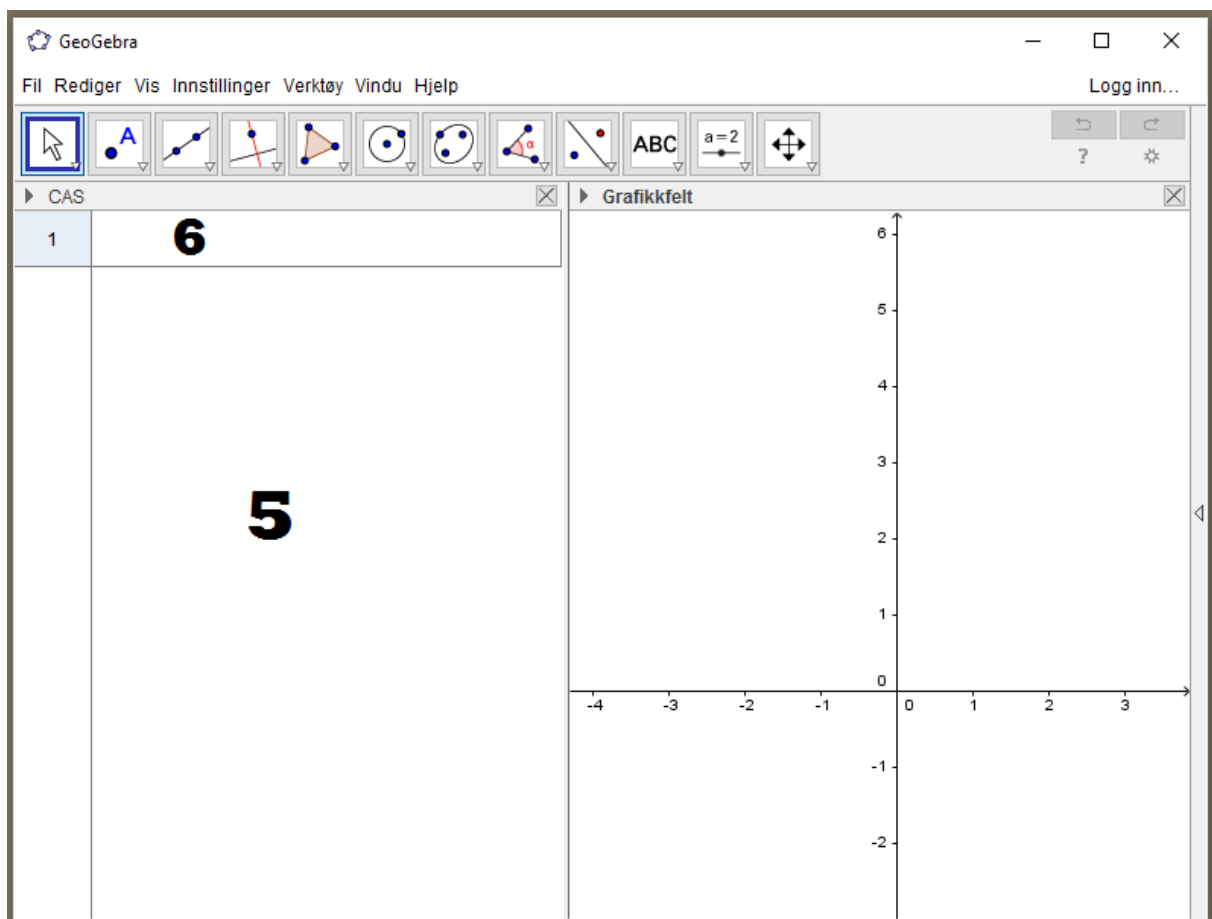
Sitatet over er hentet fra nettsiden til GeoGebra og reflekterer programutviklernes fokus på allsidighet. GeoGebra er et gratis program som nå blir utviklet med åpen kildekode og bidrag fra utviklere i hele verden (GeoGebra, 2016b). Det er utviklet for å være et fullstendig dekkende verktøy til bruk i matematikkundervisning og har funksjonalitet sammenlignbar med kompetanseområdene i læreplan for matematikk fellesfag på ungdoms- og videregående skole (Utdanningsdirektoratet, 2013). GeoGebra er ikke utviklet med det norske skoleverket i tankene, men distribueres til et internasjonalt marked. At det likevel dekker læreplanen i den graden det gjør er heller en følge av det brede spekteret av funksjonalitet GeoGebra tilbyr.



Figur 3: GeoGebras startskjerm.

Figur 3 viser velkomstvinduet i GeoGebra, som er delt i to, med et algebraområde (1) som lar eleven håndtere matematiske uttrykk og likninger som blir visualisert i grafikk-området (2). Likninger og uttrykk blir skrevet inn i inndata-feltet nederst i vinduet (3). For å komme til CAS (Computer Algebra System)-modulen velger man CAS i sidepanelet (4) som trekkes frem ved å trykke på marginen til høyre i vinduet.

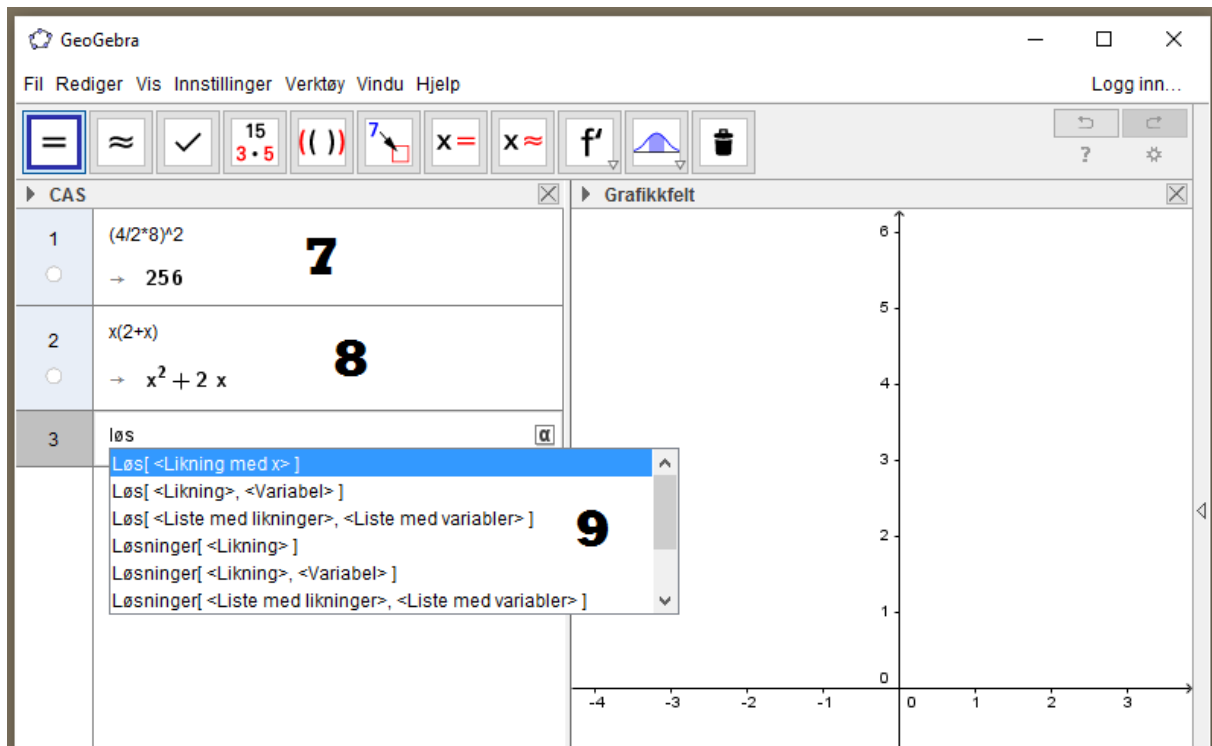
CAS-programmer er en fellesbetegnelse for dataprogrammer som er i stand til å behandle matematiske uttrykk (Davenport, Siret, & Tournier, 1988). Slike programmer kan komme i mange ulike implementasjoner. Noen programmer spesialisere seg på enkelte matematiske områder, mens andre er allsidige og kan håndtere mange typer uttrykk. CAS-programmer blir ofte brukt i forskning som krever manipulasjon av matematiske uttrykk. GeoGebra inneholder en allsidig CAS-funksjonalitet, men andre programmer kan håndtere flere matematiske felter.



Figur 4: GeoGebras CAS-modul.

Når man velger CAS kommer en ny skjermvisning frem (Figur 4), med CAS-område (5) og det samme grafikkområdet som på startskjermen. I CAS-modulen skriver man uttrykk og

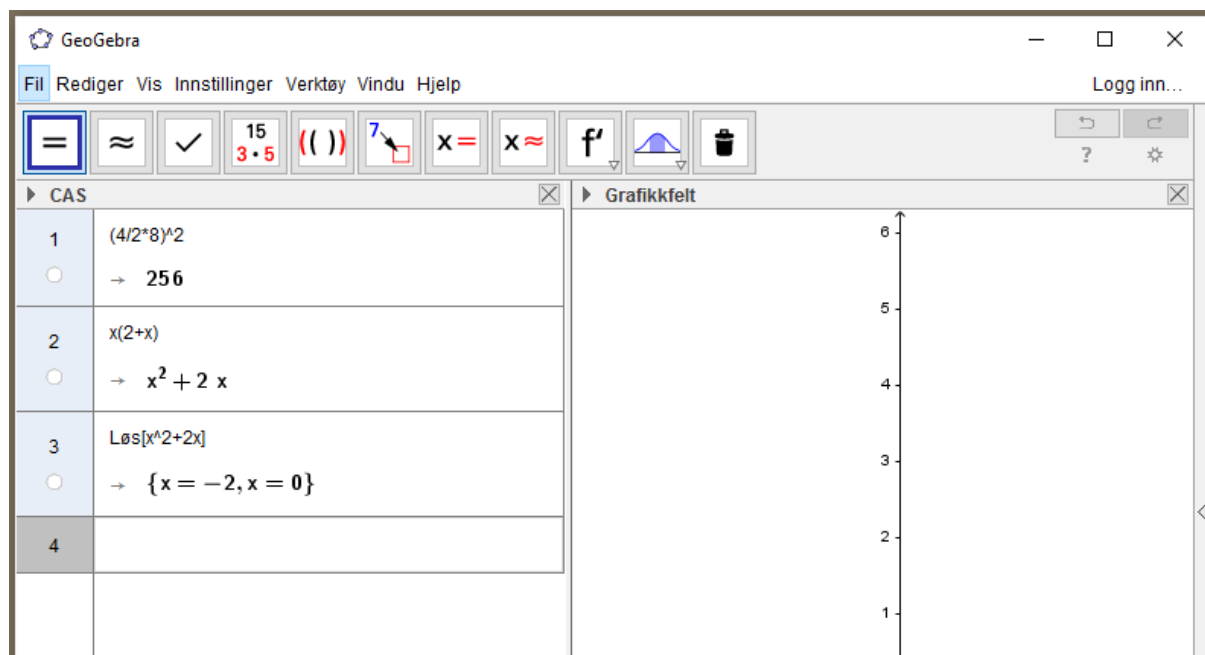
kommandoer rett inn i arbeidsfeltet (6) for å gjøre utregninger. Grafikkfeltet er fortsatt synlig ettersom det er mulig å representere likninger fra CAS-modulen grafisk. Denne funksjonaliteten lar deg jobbe med flere representasjoner for samme objekt samtidig, men ble ikke brukt på oppgavene som ble gjennomført i den empiriske undersøkelsen som danner datagrunnlaget for denne masteroppgaven.



Figur 5: CAS-modulen i bruk.

I arbeid med CAS-modulen (Figur 5) skriver man inn likninger og uttrykk i arbeidsfeltet. Deretter vil GeoGebra når man trykker «Enter» behandle de gitte inndata og regne ut aritmetiske stykker (7), forenkle algebraiske stykker (8) eller utføre kommandoer. For å gjøre mer avanserte beregninger i GeoGebra må man benytte en av de innebygde funksjonene. For eksempel er det funksjoner for trigonometriske utregninger, å gjøre delbrøksoppspaltning, og sannhetssjekker. Når man begynner å skrive funksjonsnavnet kommer det frem en liste (9) med forslag til funksjoner og hvilke parametere de krever. Funksjonen «løs» er i stand til å regne ut verdien av x for likninger med x som eneste ukjente, eller forenkle uttrykk med flere ukjente for den variabelen man ønsker.

Resultatet av gjennomføringen av en funksjon blir vist i arbeidsfeltet på samme måte som med utregninger og forenklinger (Figur 6):



Figur 6: Utdata fra Løs-funksjonen.

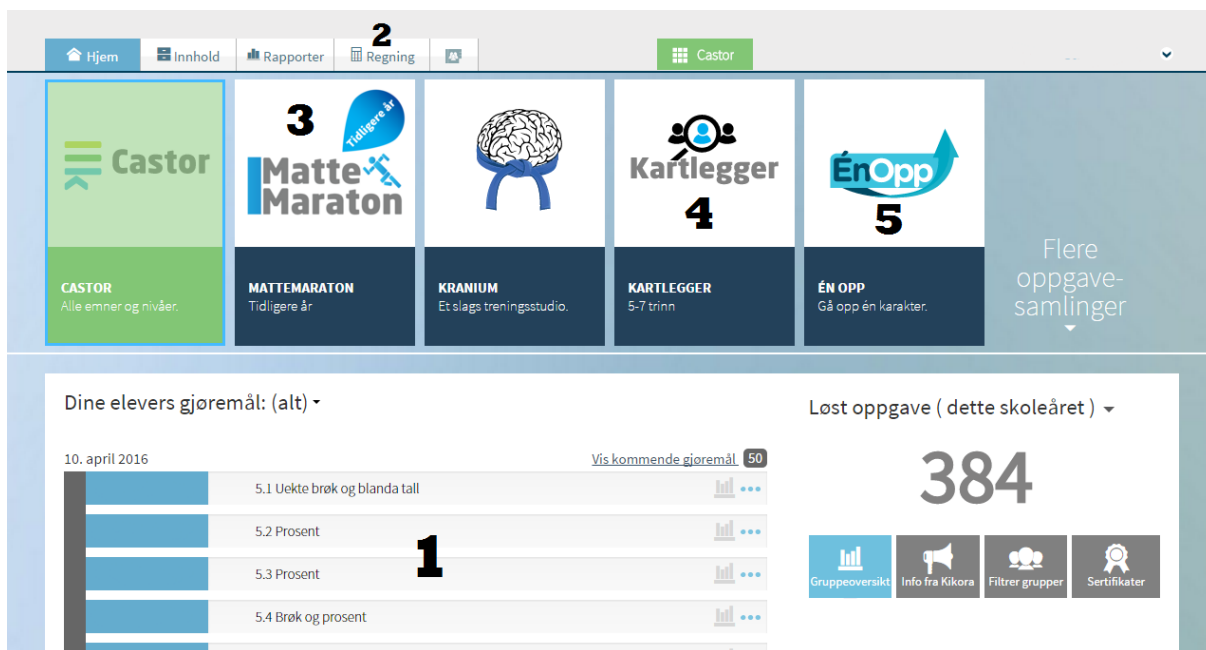
3.1.2 Kikora

Selskapet Kikora AS har utspring fra Instituttet for informatikk ved Universitetet i Oslo (IFI, 2015) og har siden jobbet med og fått støtte fra flere forskjellige firma og offentlige instanser. Under utviklingen samarbeidet Kikora med lærere som jobbet i skolen og samarbeidet var en viktig bidragsyter for det endelige programmet (Skolemagasinet, 2013). Kikora er et program som forsøker å tilby nivåtilpassede oppgaver til alle dets brukere. Dette gjøres gjennom et grensesnitt som lar elev og lærer se hvilke emner og områder elever mestrer eller finner utfordrende så man lettere kan diagnostisere grunnen til motgang og kan jobbe med å overkomme disse. Det er også lagt opp til at elevene skal kunne arbeide selvstendig, og gjennom tilbakemeldinger fra programmet kunne forbedre sine matematikkferdigheter.

” Kikora lar elever og lærere arbeide mer effektivt med matematikk. Elevene skriver inn sine utregninger og får umiddelbar tilbakemelding på om de er på rett vei eller ikke.” – Kikora.no (2016)

Kikora ble originalt prøvd ut på skoler i Oslo-området men er nå brukt av lærere på skoler over hele landet (Mattemaraton, 2015).

Elever får tilgang til Kikora gjennom den læringsplattformen skolen bruker og etter å ha logget på og åpnet Kikora blir de møtt av skjermen under (se Figur 7):



Figur 7: Kikoras hjemskjerm.

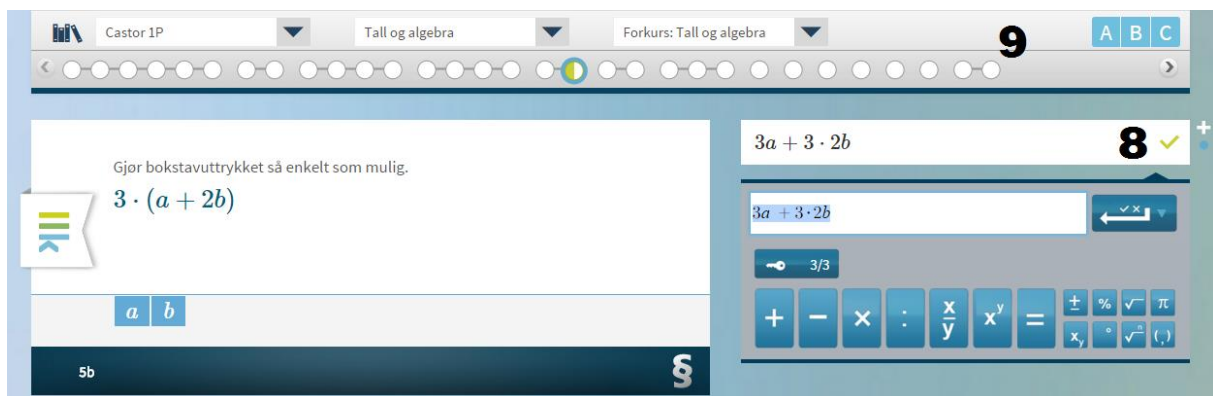
På hjemskjermen har elevene tilgang til gjøremål som er blitt lagt inn av læreren (1), og mulighet til å regne flere oppgaver ved å velge fra Kikoras oppgavebank (2). I tillegg er det tilgang til oppgavesamlinger som «Mattemaraton» (3), et repetisjonsløp som er tilgjengelig i slutten av skoleåret, og kartleggings- (4) og nivåtilpassede oppgaver (5). I gjøremål kan læreren legge til oppgaver fra oppgavebanken, men har ikke mulighet til å legge inn egenproduserte oppgaver.

Etter å ha valgt enten gjøremål, oppgavesamling eller friregning kommer elevene til Kikoras regnings-modul (Figur 8):



Figur 8: Oppgaver i Kikora.

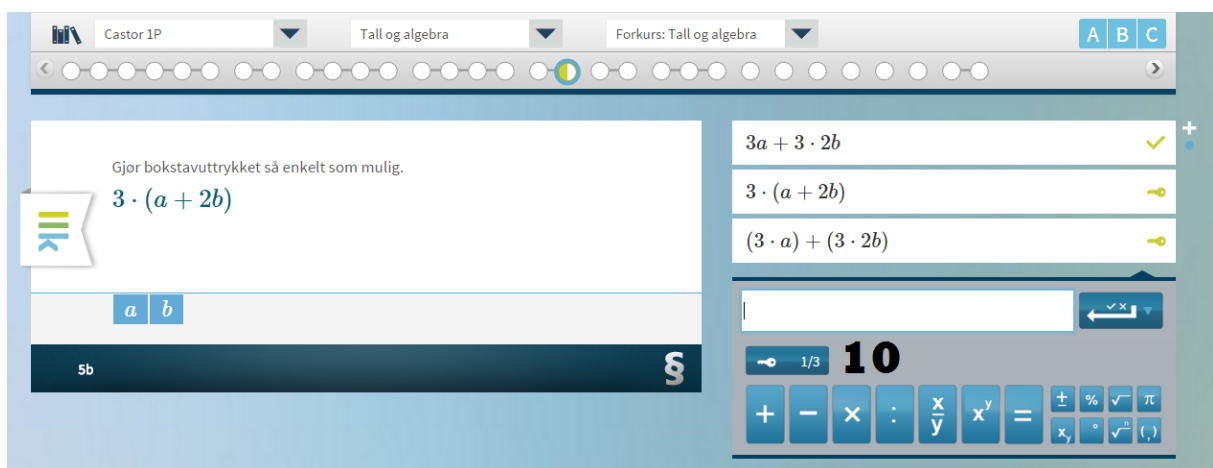
Her blir elevene presentert for en oppgave i oppgavefeltet (6), mens arbeidet foregår i regnefeltet (7, innrammet).



The screenshot shows the Kikora interface. At the top, there are navigation menus for 'Castor 1P', 'Tall og algebra', and 'Forkurs: Tall og algebra'. A progress indicator shows 9 out of 10 steps completed. The main area contains the instruction 'Gjør bokstavuttrykket så enkelt som mulig.' followed by the expression $3 \cdot (a + 2b)$. Below this, there are input fields for variables 'a' and 'b', and a '5b' button. On the right, a calculator window is open, showing the expression $3a + 3 \cdot 2b$ and a large number '8' with a green checkmark, indicating a correct answer. The calculator also shows a history of the input $3a + 3 \cdot 2b$ and a keypad with various mathematical symbols.

Figur 9: Regning i Kikora.

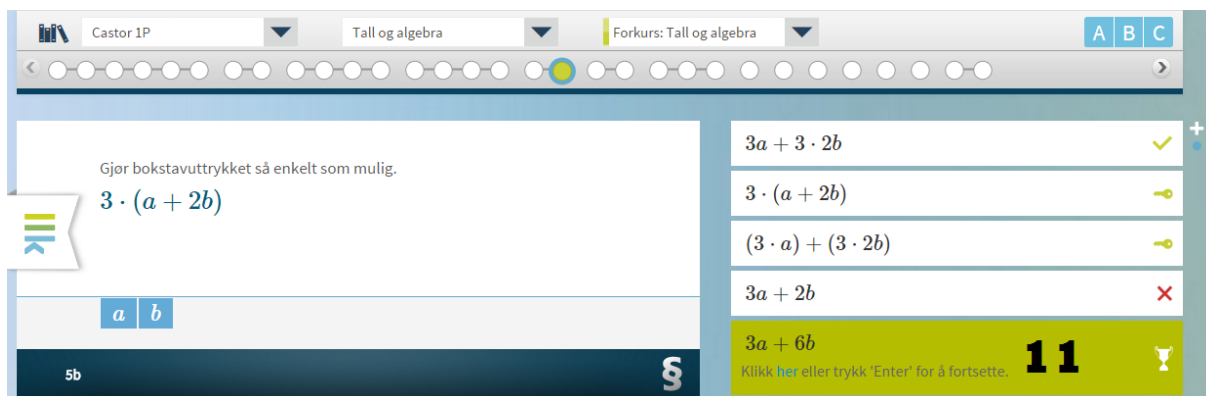
Når elevene jobber (Figur 9) blir deres tidligere arbeid vist kronologisk over arbeidsfeltet. En indikator som forteller hvorvidt de de skrev er ekvivalent (en hake) eller ikke (et kryss) med det som er oppgitt i oppgaven vises i historikken (8), altså om det er noen feil mellom uttrykket programmet oppga og det eleven skrev inn. Over arbeidsfeltet vises elevens progresjon i gjøremålet/oppgavesamlingen (9) og om de har fullført oppgaven (hel grønn sirkel), delvis (halvfull sirkel) eller ikke (tom sirkel).



The screenshot shows the Kikora interface with a hint. The main area contains the instruction 'Gjør bokstavuttrykket så enkelt som mulig.' followed by the expression $3 \cdot (a + 2b)$. Below this, there are input fields for variables 'a' and 'b', and a '5b' button. On the right, a calculator window is open, showing the expression $3a + 3 \cdot 2b$ with a green checkmark. Below it, the expression $3 \cdot (a + 2b)$ is shown with a yellow key icon, and the expression $(3 \cdot a) + (3 \cdot 2b)$ is shown with a yellow key icon. The calculator also shows a history of the input $3a + 3 \cdot 2b$ and a keypad with various mathematical symbols. A large number '10' is displayed, indicating a hint has been used.

Figur 10: Hint i Kikora.

Dersom elevene ikke klarer å fullføre oppgaven på egenhånd har de muligheten til å benytte seg av hint ved å trykke på nøkkelen (10) i oppgavefeltet (Figur 10). At eleven har benyttet et hint blir også synlig for læreren.



Figur 11: Fullført oppgave i Kikora.

Når eleven har kommet frem til den endelige løsningen (Figur 11) får de beskjed om at oppgaven er fullført og kan gå videre til neste oppgave ved å trykke «enter» eller klikke på det grønne feltet (11).

3.2 Metode for vurdering

Vurderingen av GeoGebra og Kikora tar for seg de visuelle, interaktive og bruksrelaterte egenskapene ved de to programmene. Vurderingen vil bidra til å gi et mer fullstendig bilde av de to digitale verktøyene, ved å trekke frem sider av programvaren som ikke kommer like tydelig frem i presentasjonen av programmene. Vurderingen vil benyttes i diskusjonen rundt programmene mulige bidrag til elevenes kognitive prosesser under arbeid med programmene.

For å gjøre vurderingen blir *Software Evaluation Rubric* (SASinSchool, 2001) benyttet. Rubrikken ble utarbeidet av firmaet SAS Curriculum Pathways (2016) som ble startet i 1996. SAS Curriculum Pathways utvikler programmer til bruk i undervisning av forskjellige fag på trinnene én til tolv. Rubrikken tar for seg kategoriene *Læringsinnhold*, *Læreplanstilknytning*, *Grafikk og multimedia*, *Layout*, *Tekniske aspekter*, *Differensiering og tilgjengelighet*, *Brukerengasjement*, *Lærer- og elev-støttemateriale*, *Vurdering*, *Alder- og nivåegnethet* og *Fleksibilitet*, hvor programmet kan få en poengsum fra én til fire i hver kategori.

Programmets egnethet til å bli benyttet i undervisning blir beskrevet som *Eksemplarisk* dersom det får en poengsum på 40-44 poeng, *godt* med 35-39 poeng, *godkjent* med 30-34 poeng og *ikke egnet til klasseromsbruk* under 30 poeng. Hele rubrikken er å finne som vedlegg (Vedlegg 4). Rubrikken har beskrivelser av måloppnåelse i hver kategori. Allikevel er det tidvis en subjektiv vurdering hvilken poengsum programmene får i hver kategori, da

oppnåelse innen kategoriene til tider blir beskrevet med ordvalg som *til tider, for det meste* og liknende. På enkeltelementer vil det være mulig å komme til forskjellige slutninger om hvilken oppnåelse programmene har. For å veie opp subjektiviteten i kategoriseringen blir skillene mellom oppnåelsesnivåene i kategoriene gjort tydeligere gjennom flere elementer som må oppfylles. I tillegg er hva som vurderes i hvert element i kategoriene nøyaktig og presist formulert.

Rubrikken danner et godt utgangspunkt for en sammenligning av de to programmene, men gir ikke et fullstendig bilde av deres funksjonalitet eller undervisningsrelevans. Rubrikken fokuserer på data-assistert læring (*computer assisted learning*). Data-assistert læring ilegges her samme mening som den gitt i definisjonen av utdanningsteknologi av *Association for Educational Communications and Technology* (2013). De definerer utdanningsteknologi som «... studiet og den etiske bruk av tilrettelegging for læring og å forbedre prestasjoner ved å utvikle, bruke og håndtere passende teknologiske prosesser og ressurser [oversatt fra engelsk]». Valget av ordet tilrettelegging er bevisst gjort for å dekke en bredere anvendelse av teknologi i undervisningen. Vurderingsverktøyet til SAS Curriculum Pathways vil dermed muligens favorisere denne typen verktøy siden det ligger nærmest deres fokusområde. I forhold til Drijvers et als inndeling av digitale verktøys didaktiske funksjoner (se Figur 2 i kapittel 2.4) vil rubrikken kunne favorisere programmer som skaper miljøer for å forbedre ferdigheter og miljøer for å utvikle konsepter, mens digitale verktøy hvis funksjon er å bidra med verktøyer til å gjøre algebra vil få en lavere vurdering. Et verktøy som stiller høye krav til brukerens egenkompetanse men tilbyr en stor bredde og avansert funksjonalitet vil antageligvis vurderes som lite egnet til bruk i undervisning etter en gjennomgang med *Software evaluation rubric*, grunnet liten tilknytning til, eller tilpasning for, konseptuell videreutvikling hos brukeren.

3.3 Vurdering av GeoGebra og Kikora

Da rubrikken er utformet på engelsk inkluderes vurderingskategoriernes opprinnelige navngiving. Hensikten med dette er å minske tapet av mening i oversettelsen fra engelsk til norsk. I den første kategorien inkluderes kriteriene fra rubrikken og en detaljert begrunnelse for vurderingen blir gitt. For de etterfølgende kategoriene er vurderingen gjort på samme måte men bare begrunnelsen blir gitt.

Læringsinnhold (Instructional content)

Kategorien vurderer den matematiske nøyaktigheten på innholdet i programmet samt om innholdet fremmer tenking videre på et høyere nivå. De fullstendige kriteriene er presentert i sin opprinnelige form i tabellen under.

Tabell 1

Vurderingselementer for Læringsinnhold

Unsatisfactory - 1	Needs Improvement - 2	Good - 3	Exemplary – 4
<ul style="list-style-type: none"> • Information is inaccurate, incomplete or outdated 	<ul style="list-style-type: none"> • Information is not always accurate, complete or current 	<ul style="list-style-type: none"> • Information is accurate and most is complete and current 	<ul style="list-style-type: none"> • Information is accurate, complete, and current
<ul style="list-style-type: none"> • Facts do not come from reliable sources or sources are not identified 	<ul style="list-style-type: none"> • Facts come from questionable sources 	<ul style="list-style-type: none"> • Facts usually come from reliable sources which are clearly identified 	<ul style="list-style-type: none"> • Facts come from reliable sources which are clearly identified
<ul style="list-style-type: none"> • Little or no overall context for information 	<ul style="list-style-type: none"> • Content is not related to larger context 	<ul style="list-style-type: none"> • Content is usually related to larger context 	<ul style="list-style-type: none"> • Content and context are consistent with the theme
<ul style="list-style-type: none"> • Purpose is unclear 	<ul style="list-style-type: none"> • Content lacks sense of purpose or central theme 	<ul style="list-style-type: none"> • General purpose is identified 	<ul style="list-style-type: none"> • All information relates to the stated purpose and learning goals
<ul style="list-style-type: none"> • Content focuses entirely on fundamental concepts, rote memory, or recitation of facts; no provision for moving students to higher levels of thinking by applying what is learned 	<ul style="list-style-type: none"> • Content focuses on fundamental concepts and rarely engages students in higher levels of thinking; students are rarely asked to apply what they learn 	<ul style="list-style-type: none"> • Content provides some activities which encourage higher levels of thinking; students are frequently asked to apply what they have learned 	<ul style="list-style-type: none"> • Content moves learners beyond the basics and encourages higher levels of thinking; students are engaged in applying what they learn

I både GeoGebra og Kikora er faglig innhold korrekt og oppdatert. I presentasjonen av programmene er det ingen tilfeller av at programmene har fremvist unøyaktig informasjon.

Ingen av programmene oppgir kilder for informasjon som blir brukt. I GeoGebra blir lite informasjon presentert eksplisitt, så programmet blir ikke like påvirket av mangelen. I Kikora derimot presenteres tidvis informasjon og faktuelle påstander for elevene gjennom filmer som introduserer og gjennomgår nye emner.

GeoGebra setter ikke sitt innhold i noen kontekst. Det er opp til brukeren å bestemme hvilken funksjonalitet som skal benyttes og hvordan den skal anvendes. Kikora derimot fordeler sitt innhold i tematiserte oppgaveløp. Det mangler allikevel en tilknytning til den overordnede progresjonen i faget.

Ettersom GeoGebra ikke setter sitt innhold i kontekst blir også formålet med dets forskjellige innhold mer uklart. Kikoras tematiske inndeling av oppgavene på den annen side bidrar til å knytte innholdet til det formålet som er nærmest for hånden. Man vet at oppgavene man jobber med er ment for å øve på et spesifikt tema, selv om man kanskje ikke ser hvorfor man trenger å jobbe med akkurat det temaet.

Det siste kriteriet vurderer programmenes innhold i lys av konseptuell forståelse. GeoGebra kan benyttes til både repetisjon og automatisering av grunnleggende begreper, men kan også benyttes til utforskning og anvendelse av tidligere tilegnet kunnskap. Å benytte GeoGebra til videreutvikling av konsepter legger derimot ansvaret over på den som bruker programmet, eller den som lager undervisningsopplegget programmet blir brukt i. Mangelen av innhold i programmet som oppmuntrer elever til å utvide sine begreper trekker ned her. I Kikora er alt innholdet utviklet med det som hensikt at elevene skal kunne bli trygge på det grunnleggende og bygge videre på dette. Det kommer frem gjennom at det er flere forskjellige vanskelighetsnivåer innen hvert oppgavetema, og programmets mulighet til å gi nivåtilpassede oppgaver ut ifra oppgaver man har fullført tidligere.

På bakgrunn av vurderingene av hvert kriterie i kategorien får GeoGebra 2 poeng og Kikora 3 poeng.

Læreplanstilknytning (Curriculum connections)

For å få full uttelling i denne kategorien må programmet gi tilgang til og ha matematisk innhold utformet i tråd med den gjeldende læreplanen, fokuset i kategorien ligger på hvor knyttet programmene er til læreplanmålene. I tillegg må det være virkelighetsnære eksempler i instruksjonen gitt til elevene. Siden GeoGebra ikke er utviklet for bruk utelukkende i Norge

er det heller ikke lagt opp for å tilby funksjonalitet eller innhold spesifikt tilpasset den norske læreplanen. Kikora har derimot innhold som virker utvalgt for å dekke den norske læreplanen, men er inndelt etter faglige emner i stedet for kompetansemålene i læreplanen. Allikevel må det trekkes frem at begge har et bredt matematikkfaglig spekter i sitt innhold og dermed dekker alle læreplanmålene; GeoGebra ved sine mange forskjellige funksjonalitetsmoduler og Kikora gjennom sin rike oppgavebank. GeoGebra tilbyr ingen instruksjon i matematikkfaglige emner mens Kikora har noen repetisjons- og instruksjonsvideoer i starten av tematiserte oppgavesamlinger. Her får GeoGebra 1 poeng og Kikora 2 poeng.

Grafikk og multimedia (Graphics and multimedia)

Her ser evalueringsverktøyet på programmenes visuelle profil og hvor godt egnet denne er til å bidra i elevenes læring. Lettleselig tekst, samsvar mellom bakgrunn og interaksjonselementer og animasjoner og multimedia som er relatert til det gitte læringsmålet bidrar til å gi en høy uttelling i denne kategorien. GeoGebra har et enkelt, men intuitivt design, men benytter ingen multimedia i sin oppbygging, og funksjonalitet er ikke innebygget for å direkte støtte opp under læring. Kikora derimot er designet rundt å lede elevene til å danne eller forsterke en forståelse av matematiske emner gjennom arbeid med programmet og har et brukergrensesnitt som støtter oppom dette. Kikora gir oversikt over arbeidet man har gjort og bruker grafikk og farger for å indikere progresjon i arbeidet. Det er også inkludert læringsstøttende filmer i enkelte oppgaver. GeoGebra får 2 poeng og Kikora 3 poeng.

Oppsett (Layout)

Her settes programmenes brukervennlighet under lupen. For å få en høy vurdering av oppsettet må programmene ha et gjennomgående tydelig og intuitivt brukergrensesnitt hvor det er enkelt å finne frem den informasjon og funksjonalitet man ønsker adgang til. GeoGebra og Kikora har begge brukergrensesnitt som er enkle å bruke, med et konsekvent designet oppsett gjennom alle sine skjermer og funksjoner. GeoGebra derimot krever til tider forkunnskap om hvor man kan finne funksjonaliteten. GeoGebra får derfor 3 poeng mens Kikora 4 poeng.

Tekniske aspekter (Technical aspects)

Programmenes tekniske aspekter sikter til om det gjennom bruk vil hindre elevenes arbeid ved å ikke fungere optimalt på et operasjonelt nivå. Altså henspiller det på om elementer som lenker og multimedia ressurser gir riktig tilganger og lar seg spille av samt om det å anskaffe programmet er en oppgave av slik størrelse at det blir til en hindring for å begynne arbeidet med programmet. I dette tilfellet er begge programmer fullt fungerende, uten ødelagte lenker, sider eller funksjoner. I tillegg er begge programmer lette å installere. Programmene mottar oppdateringer over nettet dersom det skulle være behov for endringer eller å bedre bruksstabilitet eller innhold i programmet. Her får begge programmene 4 poeng.

Differensiering og tilgjengelighet (Adaptability and accessibility)

Med differensiering menes her tilpasning til nivå og læringsstiler mens tilgjengelighet tar for seg programmenes tilrettelegging for personer med bruksvansker som dårlig syn eller fargeblindhet. I tilgjengelighet inkluderes også hvor lett det er å navigere i informasjonen som blir presentert og programmenes kulturelle mangfold. GeoGebra har ikke innlagt mulighet for differensiering i programvaren mens det i Kikora er lagt inn muligheter for å benytte seg av nivåtilpassede oppgaveløp. Begge programmer bruker tydelige og lesbare skrifttyper med klare informasjonsgivende overskrifter. Ingen av programmene har tydelig tilrettelegging for elever med synshemming eller annen form for nedsatt funksjonsevne. Her får GeoGebra 2 poeng og Kikora 3 poeng.

Brukerengasjement (Learner engagement interactivity)

Med brukerengasjement menes graden av brukerens aktive engasjering i programmets operasjon. Det legges vekt på at tekst og dokumenter bruker multimedia som interaksjonselementer, og relevant tilbakemelding under arbeidet for å gjøre brukeren motivert til å fortsette arbeidet. Begge programmer krever stort sett at elevene er aktivt engasjerte i bruken av programmet: GeoGebras utforming krever at elevene gir programmet nøyaktige og relevant instruksjoner mens Kikoras stegvise tilbakemeldinger binder elevenes fokus til gjennomføringen av den aktuelle oppgaven. Kikora har en større grad av tilbakemeldinger til eleven og oppfordrer eleven til å fortsette med neste oppgave. Her får GeoGebra 2 poeng og Kikora 3 poeng.

Lærer- og elev-støttemateriale (Teacher and learner support materials)

Med støttemateriale menes både teknisk støtte for å kunne benytte seg av programmet til dets fulle potensial og faglig støtte og hjelp. Faglig støtte kan være i form av en innebygget hjelpefunksjon eller bibliotek, eller måter å få tilgang på ekstra ressurser med relevans for undervisningen. Lærerstøttemateriale blir målt ved lærerens (og elevens) evne til å spore elevens arbeid. GeoGebra har ingen mulighet til å gi støtte i oppgaveløsningen, men har en lett tilgjengelig brukerveiledning og funksjonalitetsdokumentasjon på nett. GeoGebra har ingen sporing av elevenes oppgaveløsning. Kikora tilbyr hint i oppgaveløsningen og gir lærer og elev mulighet til å spore hvilke oppgaver de har fullført. Kikora har også noe veiledning for bruk av funksjonaliteten i programmet og de matematiske emnene som eleven skal arbeide med. GeoGebra får 2 poeng og Kikora 3 poeng.

Vurdering (Assessment)

Programmenes vurderingsfunksjonalitet blir vurdert ut ifra hvor godt de passer elevenes nivå og gir utfordringer deretter, samt hvor godt vurderingsformen passer læringsmålene. Om denne funksjonaliteten lar læreren evaluere elevens fremgang eller bare bidrar til å gi et overflatemål på måloppnåelse er også tellende for vurderingen. Siden GeoGebra ikke har noen innebygget vurderingsfunksjonalitet er det opp til læreren å bestemme hvordan arbeid med programmet skal vurderes. I Kikora er det mulig å legge inn tester hvor læreren bestemmer om eleven skal få fortløpende tilbakemelding eller ikke. Kikora gir også mulighet til å se hvilke oppgaver elevene klarte og hvordan de forsøkte å løse den, samt hvilken funksjonalitet de benyttet seg av. På denne måten lar Kikora læreren undersøke hvilke områder elevene trenger å bruke mer tid på, eller om det er et problem i deres forståelse av et emne. I denne kategorien får GeoGebra 1 poeng og Kikora 4 poeng.

Alder- og nivåegnethet (Age/grade level)

Hvor godt programmene blir vurdert i denne kategorien er avhengig av programmenes utforming er tilpasset det aldersnivået de er tiltenkt, ikke det rent faglige innholdet. Vekten ligger på om tekst er på rett nivå og programmenes funksjoner og instruksjon er tydelige for de brukerne programmet er ment for. Begge programmene har tekst og funksjonalitet godt egnet til bruk på nivået i ungdoms- og videregående skole. Tekster er på et passelig nivå, men

fortsatt er GeoGebra til tider uklar på hvordan man skal benytte noe av funksjonaliteten. GeoGebra får 3 poeng og Kikora 4 poeng.

Fleksibilitet (Flexibility)

Fleksibilitet i programmene beskrives som programmenes evne til å ta brudd i arbeidet og fortsette der det slapp, samt mulighet for å bli benyttet i varierte situasjoner og læringskontekster. Begge programmene lar elevene lagre arbeidet sitt fortløpende og ta det opp igjen senere. Det er også lett å integrere programmene i klasseromsundervisning, dog på forskjellige måter; GeoGebra som et verktøy for oppgaveløsning og et demonstrasjonsverktøy for læreren, og Kikora som et mer frittstående læringselement i et undervisningsopplegg. Begge programmer får 4 poeng.

3.4 Diskusjon av vurdering

At verktøyet har en mulighet til å gi resultater som ikke er helt representative for den faktiske bruken av verktøyene i en klasseromssituasjon må tas høyde for i gjennomgangen av resultatet. Når dette hensynet er tatt og blir holdt i minnet er det derimot mulig å benytte vurderingsverktøyet for å få en mer inngående forståelse av programmenes bruk. Hadde det vært ønskelig å anvende rubrikken på flere digitale verktøy i fremtiden kan kategorier som vurderer flere fasetter ved digitale verktøy legges til i rubrikken. Ettersom det i denne oppgaven bare skal gjennomføres én vurdering ble det valgt å ikke endre på rubrikken, men heller ta hensyn til de faktorene ved rubrikken som kan påvirke vurderingen av et digitalt verktøy.

Totalt fikk Kikora 37 poeng av 44 mulige, mens GeoGebra fikk 26 poeng. I Tabell 1 er poengsummene per kategori gjengitt. Det er tydelig at Kikora jevnt over får høyere poenguttelling enn GeoGebra med denne typen vurdering, men dette var noe ventet da Kikora tilbyr mer funksjonalitet etter prinsippet om *Computer assisted learning*.

Tabell 2

Vurdering av GeoGebra og Kikora

	GeoGebra	Kikora
Læringsinnhold	3	4
Læreplanstilknytning	1	2
Grafikk og multimedia	2	3
Layout	3	4
Tekniske aspekter	4	4
Differensiering og tilgjengelighet	2	3
Brukerengasjement	2	3
Lærer- og elev-støttemateriale	2	3
Vurdering	1	4
Alder- og nivåegnethet	3	4
Fleksibilitet	4	4
Sum	27	38

Ut ifra måloppnåelseskategoriene satt av evalueringsrubrikken er GeoGebra *ikke egnet* til bruk i undervisningen mens Kikora er *godt* egnet. Bare i tekniske aspekter og på fleksibilitet gjorde GeoGebra det like bra som Kikora. Selv om GeoGebra gjorde det dårligere på evalueringen er det et verktøy som tilbyr mye funksjonalitet. Det brede bruksområdet kommer derimot i bytte mot inkluderingen av undervisningsrettet funksjonalitet som elev-/lærervurdering og oppgaveintegrering.

Etter gjennomgangen av Kikora og GeoGebra med vurderingskriteriene i *Software evaluation rubric* er Kikora i henhold til de rammene som ble satt for vurderingen bedre egnet til bruk i undervisningssammenheng. Generelt fikk Kikora ett poeng mer enn GeoGebra i hver vurderingskategori. Kun i *tekniske aspekter* og *fleksibilitet*, hvor begge programmene fikk full uttelling, samt i *vurdering*, ble kategorien ikke vurdert ett poeng i Kikoras favør. De tekniske aspektene ved programmene er svært solide som følge av kompetanse innen programvareutvikling hos utgiverne; bredt samarbeid gjennom arbeid med åpen kildekode hos GeoGebra og et solid faglig utspring fra Universitetet i Oslo hos Kikora. De tekniske aspektene påvirker bruken av programmene i stor grad, da programmenes evne til å operere problemfritt legger grunnlinjen for hvordan elevene kan interagere med programmene.

Kategorien som viste det største spriket mellom de to programmene var den som tok hensyn til mulighetene for vurdering. Der Kikora gir elevene fortløpende tilbakemelding på arbeidet de utfører og gir lærer og elev mulighet til å vurdere arbeid i ettertid, har GeoGebra ingen form for tilbakemeldinger innebygd i sin funksjonalitet. Denne forskjellen gjør at elevene i større grad kan arbeide selvstendig med Kikora, altså med mindre grad av oppsyn fra læreren, da de kan bruke programmet til å automatisere kontroll av sitt eget arbeid, mens GeoGebra krever at elevene selv kontrollerer sitt arbeid ved å bruke matematiske grep som å sette prøve på svar og å være bevisste på behovet for å etterprøve løsninger og svar underveis. I undervisningsøyemed vil Kikora kunne passe bedre i et innlæringsopplegg, da elevene får mulighet til å på egenhånd gjennomføre et stort antall oppgaver innen feltet som det arbeides med, og vurdere hvorvidt de har nådd en tilstrekkelig kompetanse til å avansere til et nytt nivå eller tema. Mens GeoGebra kan passe bedre til elever på et høyt faglig nivå som er mer autonome/selvstyrte og trenger utfordringer på et høyere nivå.

Det må vurderes om GeoGebras lavere poengsum i vurderingen, i forhold til Kikora, er en effekt av at GeoGebra ikke er et program som er designet med funksjonalitet for å være del av et data-assistert undervisningsopplegg. Rubrikken har kriterier som inneholder vurdering av læringsfremmende funksjonalitet i stort sett alle sine kategorier, og disse kriteriene blir flere ganger operasjonalisert gjennom å *forbedre, supplere* og *optimalisere* den lærendes arbeid. GeoGebra tilbyr stor matematisk funksjonalitet men det er i stor grad opp til brukeren å integrere dette i sitt oppgavearbeid. At programmet legger ansvaret for å bruke dets funksjonalitet læringsfremmende over på brukeren bidrar dermed til at GeoGebra får en lavere totalvurdering ved bruk av rubrikken.

4 Metode

Oppgavens formål, problemstilling og teoretiske rammeverk bidrar til å konstruere forskningsdesignet for oppgaven. Både Robson (2002) og Maxwell (2012) fremhever viktigheten av å la de forskjellige elementene i forskningsdesignet påvirke hverandre. Å velge en fremgangsmåte som utfyller og komplimenterer oppgavens andre elementer vil kunne bidra til at oppgaven gir et godt svar på problemstillingen.

Denne oppgavens formål er å besvare problemstillingen «*Hvordan støtter GeoGebra og Kikora elevers kognitive prosesser i arbeid med parenteser i algebra?*» Problemstillingen sammen med forskningsspørsmålene krever at det gjøres en inngående undersøkelse av elever som arbeider med digitale verktøy og deres interaksjon med verktøyene. Det første forskningsspørsmålet ble behandlet i kapittel 3. Da gjenstår spørsmålene

2. Hvordan behandler elevene parenteser når de løser algebraoppgaver med digitale verktøy?
3. Hvordan bruker elevene GeoGebra og Kikora under løsningen av algebraoppgavene?

Rammene for oppgaven faller nært de retningslinjene Yin (2003) setter for et case-studie. I følge Yin er et case-studie en empirisk undersøkelse som undersøker fenomener i virkelige situasjoner, særlig når grensene mellom fenomener og kontekst ikke er tydelige. I denne oppgaven er fenomenet som skal undersøkes elevenes behandling av parenteser og situasjonen er oppgaveløsning med digitale verktøy. Case-studier kan gjøres når man vil undersøke mulige årsaker, faktorer og prosesser som medvirker til et utfall (Robson, 2002).

Forarbeidet for undersøkelsen, det teoretiske grunnarbeidet blir viktig for å styre utarbeidingen av innsamlingsmetode og resultatanalyse. Målet ved case-studier er ikke å generalisere fra utvalget til populasjonen men å tolke resultatene i lys av de teoretiske perspektivene som er blitt lagt til grunn for gjennomføringen, en *teoristyrte analyse* (Johannessen, Tufte, & Christoffersen, 2010).

Med bakgrunn i disse hensyn ble det valgt å gjøre en case-studie i denne oppgaven. Etter valget av case-studie som overordnet forskningsdesign må valget av metode være slik at den kan generere et rikt nok datamateriale til å dekke case-studiets detaljbehov.

Den empiriske undersøkelsen danner grunnlaget for en sammenligning av de digitale verktøyenes bidrag til elevenes kognitive prosesser under løsning av oppgaver med parenteser. For å kunne gjøre en slik kvalitativ vurdering trengs et innblikk i elevenes tankegang og interne argumentasjon under samhandling med de forskjellige digitale verktøyene. Yen og Bakken (2009) gjorde en undersøkelse hvor de satte ekspertvurderinger av dataprogrammer opp mot brukeres tilbakemeldinger. De så først på å benytte teori og erfaringer gjort av kvalifiserte fagkyndige fra feltene innen interaksjon mellom menneske og dataprogrammer, for deretter å benytte deres resultater til å danne en bricolage av heuristiske vurderingskategorier. Dette ble satt opp mot metoder mer “rett fra kilden”, i deres tilfelle høyttenkningsprotokoller, hvor man får tilbakemeldinger basert på brukeres behandling av verktøyet. Disse tilnærmingene skilte seg i at den ekspertdrevne tilnærmingen fant mer generelle grensesnittproblemer. Problemer som kunne hindre eller forstyrre interaksjonen mellom programmet og brukeren. Derimot fant brukerne mer brukbarhetsrelaterte problemer knyttet til programmenes funksjonalitet.

I denne oppgaven ligger fokuset på hvordan GeoGebra og Kikora støtter de kognitive prosessene hos elever under arbeid med algebraoppgaver som inneholder parenteser. En tilnærming som vektlegger elevenes egne tanker, erfaringer og oppfatninger av hvordan programmene fungerer i arbeidet med oppgavene vil anses som den beste fremgangsmåten for å belyse problemstillingen, og derfor ble høyttenkningsprotokoller valgt som undersøkelsesmetode.

4.2 Høyttenkningsprotokoll

Seks elevers høyttenkningsprotokoller ble samlet inn. Høyttenkningsprotokollene ble gjennomført mens elevene løste oppgaver med GeoGebra og Kikora. I en høyttenkningsprotokoll-undersøkelse skal deltagerne snakke høyt (eller «tenke høyt») om hvorfor de gjennomfører de handlingene de velger og «si» sine tanker rundt oppgavene de arbeider med. Undersøkelsesmetoden blir ofte brukt i brukervennlighetstesting av dataprogrammer og ble utviklet av Lewis og Mack (1982) i forbindelse med en undersøkelse av hvilke problemer uerfarne databrukere kunne oppleve når de skulle lære et tekstbehandlingsprogram, da kalt *think aloud protocols*. Metoden ble utviklet i et forsøk på å få innsikt i undersøkelsesdeltagernes mentale prosesser, som var et område av særs interesse på den tiden. Ericsson og Simon (1993) argumenterer for metoden som et mål på tankegang

basert på verbaliseringer som et produkt av kognitive prosesser, prosesser som er en undergruppe av de kognitive prosesser som genererer alle observerbare handlinger. Forskning har senere blitt gjort for å undersøke hvorvidt høyttenkningsprotokoller gir et godt bilde av faktisk tenkning. Under en studie som sammenlignet hjerneaktivitet under stille arbeid med oppgaver med hjerneaktivitet under høyttenkning fant man at en høyttenkningsprotokoll som metode var et rimelig godt mål på tenkning (Durning et al., 2013).

To forskjellige varianter for gjennomføringen av en høyttenkningsprotokoll blir presentert av Ericson og Simon (1993); samtidig høyttenkning og retrospektiv høyttenkning. I en samtidig høyttenkningsprotokoll blir deltagerens kognitive prosesser direkte verbalisert og vokalisert, mens i en retrospektiv høyttenkningsprotokoll henter deltagerne informasjon om de kognitive prosessene fra minnet. Rett etter gjennomføringen av oppgaven er sporene av disse kognitive prosessene tilgjengelig helt eller delvis i korttidsminnet, eller må hentes fra langtidsminnet før de kan verbaliseres. Ericson og Simon tar for seg utfordringer ved det å benytte høyttenkningsprotokoller for å komme til konklusjoner rundt underliggende kognitive prosesser. Hovedsakelig dreier dette seg om verbaliseringens mulighet til å påvirke de kognitive prosessene, hvorvidt verbaliseringene er representative for de kognitive prosessene, om de rapportene som genereres er for individuelle og påvirket av personlig erfaring til å brukes i teoretisk generalisering og om koding av disse rapportene kan gjøres objektivt, ettersom kodingskategorier er utarbeidet fra teorier med iboende antagelser (Ericsson & Simon, 1993). Ved å ta for seg forskning på verbale rapporter argumenterer de for høyttenkningsprotokollenes evne til å nøyaktig reflektere kognitive prosesser. Problemet med individuelle forskjeller peker de på som et problem i all forskning, som man ikke kan løse ved å velge en metode som skjuler forskjellene. På samme måte tar all forskning utgangspunkt i eller befinner seg i en teoretisk kontekst og kan ikke frigjøres fra teorien.

Van den Haak og De Jong (2003) sammenlignet de to typene høyttenkningsprotokoller som metoder for å undersøke brukervennligheten i et web-basert bibliotek, en brukermanual og en nettside. De fant at undersøkelsesdeltakerne oppdaget like mange og samme type problemer ved undersøkelsesobjektene. Derimot kom det frem at de som benyttet den retrospektive metoden viste bedre prestasjoner i antall gjennomførte oppgaver og i hvor mange de kom frem til korrekte løsninger. Van den Haak og De Jong foreslo at den lettede mentale byrden av det å jobbe i stillhet, i forhold til å konsentrere seg om å verbalisere det man gjør underveis, bidro til den høyere prestasjonen. Ettersom hvor godt elevene gjør det på

oppgavene ikke er hovedfokus for problemstillingen og begge tilnærminger viser seg å avdekke tilnærmet de samme problemområdene er det i denne oppgaven valgt å bruke en samtidig høyttenkningsprotokoll.

4.3 Utvalg

Undersøkelsen ble gjort på en ungdomsskole med elever fra niende klasse. Seks elever deltok i undersøkelsen. Utvalgets størrelse ble bestemt ut ifra ønsket om variasjon blant deltagerne og forskning som viser at allerede ved fem deltagere kan man få tilstrekkelig utbytte av informasjon om oppgaveløsning (Nielsen, 1994). Elevene hadde forskjellig grad av måloppnåelse i matematikk og en blandet kjønnsfordeling. Variablene måloppnåelse og kjønnsfordeling var speilet mellom brukerne av GeoGebra og Kikora (Tabell 2). Elevene ble plukket ut av faglærer i matematikk for klassen. Læreren gjorde et målrettet utvalg (*purposive sampling*) av elevene i sin klasse ut ifra ønsket om nivåvariasjon. De var også elever læreren mente ville være trygge nok i en ukjent situasjon til å verbalisere sine tanker med minst mulig påvirkning fra meg som tilstedeværende. En lik fordeling av elever med forskjellig grad av måloppnåelse bidrar til å sikre at resultatene av undersøkelsen ikke blir skjevt fordelt som følge av at elevgruppens utfordringer og styrker lå i de samme områdene. Målrettet utvalgsmetodikk blir av Robson (2002) omtalt som vanlig innen mange typer forskningsdesign og bygger opp utvalgsriterier for deltagerne avhengig av hva som ønskes for den spesifikke undersøkelsen.

Tabell 3

<i>Kjønnsfordeling og måloppnåelse hos elevene</i>					
	<u>GeoGebra</u>			<u>Kikora</u>	
Navn	Kjønn	Måloppnåelse	Måloppnåelse	Kjønn	Navn
Grete Høy	Jente	Høy	Høy	Jente	Kari Høy
Geir Middels	Gutt	Middels	Middels	Gutt	Knut Middels
Guttorm Lav	Gutt	Lav	Lav	Gutt	Karl Lav

Utvalget er gjort etter prinsippet om maksimal variasjon (Cohen, Manion, & Morrison, 2013, s. 115). Å velge deltakere for å danne en så bred populasjon som mulig bidrar til å sikre

rikheten og styrken i dataene som følger av undersøkelsen. Med et mangfoldig utvalg vil høyttenkningsprotokollene kunne brukes til å avdekke forskjellige sider av de digitale verktøyenes påvirkning på elevenes oppgaveløsning.

4.4 Utforming av oppgavesettet

Syv oppgaver ble utformet for elevenes høyttenkningsprotokoller. Oppgavene ble lagt inn i Kikora og skrevet ut på et oppgaveark for elevene som benyttet GeoGebra. Oppgavesettet ble utformet for å avdekke elevenes evne til å behandle parenteser, når parentesene opptrer i ulike situasjoner. Det ble lagt vekt på å skille mellom å benytte parenteser algebraisk eller aritmetisk i løsningen av oppgavene. Oppgavene ble utformet i tråd med Brekkes (1995) idéer om diagnostiske oppgaver, hvor det skal være vanskelig for eleven å få korrekt svar uten å inneha den nødvendige kompetansen. Brekke trekker frem at diagnostiske oppgaver gir læreren mulighet til blant annet å identifisere misoppfatninger og få informasjon om elevenes løsningsstrategier.

For å bestemme vanskelighetsgraden ble matematikkoppgavene fra TIMSS 95 for 13-åringer (International Association for the Evaluation of Educational Achievement, 1997) benyttet som inspirasjon for hva som kunne forventes at elevene skulle klare å gjennomføre.

Oppgave 1

Regn ut:

$$3 + (4 + 5)$$

Den første oppgaven i oppgavesettet er utformet for å gi elevene en opplevelse av mestring. Oppgaven har til hensikt å gi elevene selvtillit og gjøre dem kjent med situasjonen. Oppgaven inneholder parenteser i en aritmetisk rolle og formålet er å se hvordan elevene behandler aritmetiske parenteser i hvert av programmene.

Oppgave 2

Regn ut:

$$5 + 3 * (5 + 3)$$

Neste oppgave legger opp til at elevene kan velge mellom en aritmetisk og algebraisk tilnærming til å løse opp parentesene. Oppgaven prøver å avdekke av hvilken tilnærming elevene velger avhengig av programmene og egen preferanse.

Oppgave 3

Løs likningen:

$$10 = 1 + (0,5x + 4) * 2$$

Denne oppgaven gir i likhet med oppgave 2 muligheten til å behandle parentesene på både en aritmetisk og algebraisk måte. I tillegg er det flere elementer involvert i løsningen av oppgaven; det er flere ledd i utregningen og man må løse likningen for den ukjente. Ved å se på løsning av en mer avansert oppgave enn den foregående er håpet at elevenes bruk av programmene enten i et utvidende eller støttende henseende blir tydeliggjort.

Oppgave 4

Regn ut:

$$(4x + 8)(x + 2)$$

Denne oppgaven inneholder en ren algebraisk bruk av parenteser, ettersom parentesen indikerer en distribusjon av addisjon. Her blir formålet med oppgaven ikke bare å se på hvordan elevene behandler parentesen, men også hvordan elevene takler oppgavens utfordringer avhengig av muligheter og funksjonalitet i programmene de benytter.

Oppgave 5

Løs likningen:

$$3(x + 1) = 15$$

I denne oppgaven legges det opp til at elevene skal benytte seg av sin tankegangskompetanse, gjennom å identifisere hvilken rolle parentesene har i likningen. Er de i stand til å se at parentesene avgrensner en enhet vil dette indikere bruk av informasjon som er implisitt gitt i oppgaven. Denne forståelsen av strukturen i oppgaven vil også sannsynliggjøre en algebraisk forståelse av parentesene.

Oppgave 6

Sett opp en likning som beskriver situasjonen:

"Summen av et tall x og tallet som er tre større enn x er 27."

Denne oppgaven er ment å se hvordan elevenes forståelse for og bruk av parenteser og reglene for deres bruk kommer frem gjennom bruken av de digitale verktøyene. Det er mulig å løse oppgaven uten å bruke parenteser, men konstruksjon av likningen kan vise hvordan elevenes strukturelle forståelse blir eksternalisert gjennom interaksjon med programmene. Oppgaven har en åpen struktur, i motsetning til de andre oppgavene, for å se om elevene innehar den nødvendige tankegangskompetansen til å kunne eksplisitt formulere det matematiske innholdet i oppgaven.

Oppgave 7

Regn ut:

$$(-3)^2 + 2 * 4 - (-3)$$

Denne oppgaven presenterer flere parenteser i en hierarkisk, aritmetisk struktur. Oppgaven er utformet for å se om elevene klarer å organisere og strukturere løsningen av oppgaven når det er flere ledd i løsningen, og om elevene integrerer de digitale verktøyenes funksjonalitet i sine løsninger.

4.5 Gjennomføring av undersøkelsen

Undersøkelsen ble gjennomført på elevenes skole, på et grupperom hvor det var satt opp en datamaskin med det programmet elevene skulle benytte. Elevene gjennomførte undersøkelsen enkeltvis. Før elevene startet på arbeidet med oppgavesettet fikk de en forklaring av hva de skulle gjøre. De skulle løse oppgavene mens de fortalte hva de tenker, hva de gjør og hvorfor. Deretter fulgte en gjennomgang av samtykkebrevet (Vedlegg 1) og hva det innebærer å delta i undersøkelsen. Elevene som skulle benytte Kikora er godt vant med dette fra tidligere og logget seg inn med sine respektive brukerprofiler hvor oppgavesettet lå klart. De som skulle bruke GeoGebra hadde ikke benyttet seg av CAS-funksjonaliteten tidligere og fikk en gjennomgang av hvordan denne fungerer. Disse elevene ble vist hvordan man kan bruke GeoGebras CAS-modul til å regne ut aritmetikkstykker, eksemplifisert ved $8/2$, hvordan

GeoGebra forenkler uttrykk, vist ved $3*(x+5)$, og hvordan løs-funksjonen løser likninger ved å skrive « $\text{løs}[x+1=3]$ ». Elevene som jobbet med Kikora fikk tilgang til alle oppgavene elektronisk og skrev alle svarene i programmet, mens de som jobbet med GeoGebra fikk utdelt et oppgaveark. Elevenes tale og arbeid på datamaskinen ble tatt opp med skjermopptaksprogramvaren *Smart Notebook Recorder*, en del av *SmartNotebook*-programvarepakken (Smart®, 2016). Opptaket ble gjort for å senere kunne gå igjennom seansen og gjøre grundig koding og analyse av det innsamlede datamaterialet.

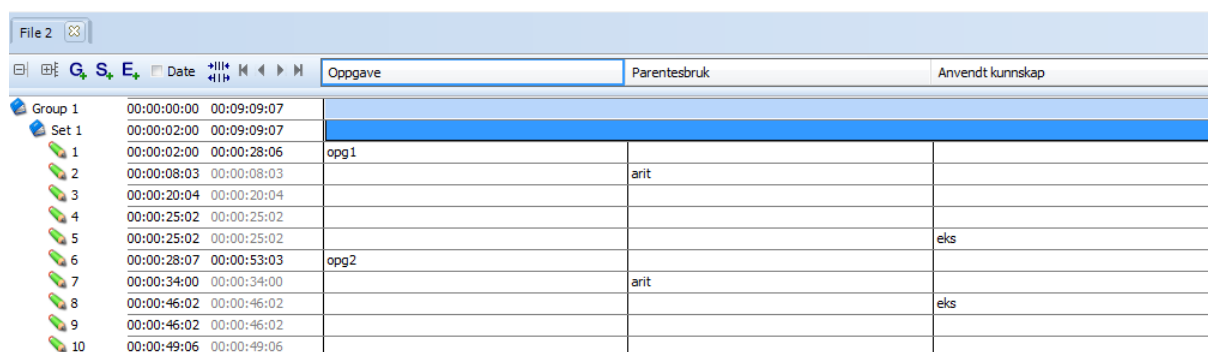
Under elevenes arbeid satt jeg i samme rom, til siden for elevene, for å kunne gjøre ekstra observasjoner om gjennomføringen. Elevene ble minnet på å snakke høyt dersom de ikke sa noe på 15 sekunder. Utover dette etterstrebet jeg å gjøre så få inngrep som mulig, for at situasjonen skulle bli mest mulig lik hvordan elevene samhandler med verktøyet under en vanlig arbeidsøkt. Dersom elevene ikke fikk til en oppgave ble de på forhånd oppfordret til å si hvorfor de ikke klarte å fullføre oppgaven og så gå videre til neste oppgave. Etter at elevene var ferdige fikk de tilbud om å gå gjennom oppgavene eller stille spørsmål angående oppgavene.

I oppgavearket til GeoGebra-elevene var det en skrivefeil i oppgave 7, der det skulle stått «ett tall, x , og tallet som er ...» men stod «et tall og tallet som er ...» Geir Middels løste problemet ved å tilskrive variabelen y til det første tallet. Grete Høy og Guttorm Lav ble opplyst om skrivefeilen under arbeidet med oppgavene.

Kari Høy og Karl Lav hadde påbegynt oppgavesettets to første oppgaver før de kom inn til grupperommet hvor undersøkelsen fant sted. Oppgavene ble lagt inn som gjøremål for de elevene som skulle benytte Kikora og kom dermed opp på deres Kikora-startside. De gjentok løsningen av oppgavene mens de forklarte hva de hadde gjort og hvordan de løste oppgavene. Ericsson og Simon (1993) trekker frem problemer rundt det å rapportere i etterkant, men disse dreier i stor grad rundt de assosiative prosessene som finner sted under tilbakekalling av minner. Videre poengterer de at nærhet i tid mellom da oppgaven ble utført og eleven forteller om hvordan oppgaven ble løst minsker effekten av denne mulige feilkilden. Selv om elevene gjorde en retrospektiv høyttenkning på disse oppgavene blir derfor resultatene fra disse oppgavene inkludert i datamaterialet.

4.6 Analyse

Høyttenkingsprotokollene ble kodet i etterkant av gjennomføringen. Kodeguiden ble utformet etter sammenknyttingen av kompetansebeskrivelsene og de didaktiske elementene som ble gjort i andre kapitler. I tillegg ble det registrert hvor lang tid elevene brukte, hvorvidt de svarte og riktigheten av svaret. Kodingen av datamaterialet ble gjort med *Interact*, et program for å gjennomføre videoanalyse i etterkant av gjennomført observasjon (Mangold, 2016).



	Oppgave	Parentesbruk	Anvendt kunnskap
Group 1	00:00:00:00 00:09:09:07		
Set 1	00:00:02:00 00:09:09:07		
1	00:00:02:00 00:00:28:06	opp1	
2	00:00:08:03 00:00:08:03		arit
3	00:00:20:04 00:00:20:04		
4	00:00:25:02 00:00:25:02		
5	00:00:25:02 00:00:25:02		eks
6	00:00:28:07 00:00:53:03	opp2	
7	00:00:34:00 00:00:34:00		arit
8	00:00:46:02 00:00:46:02		eks
9	00:00:46:02 00:00:46:02		
10	00:00:49:06 00:00:49:06		

Figur 12: Skjermdump fra koding med Interact®

Videoene med lydopptak fra høyttenkingsprotokollene ble lastet inn i *Interact*, som gir deg muligheten til å styre avspillingen av videofilen mens du legger inn koder. Kodene blir så automatisk tidsstemplet (se Figur 12). Etter kodingen var fullført ble resultatene ført inn i et regneark for bearbeiding og oppstilling til bruk i oppgaven.

4.7 Kodingskategorier

Den første kodegruppen (Tabell 4) er utformet for å måle problemløsningskompetanse og symbol- og formalismekompetanse sammen med delingen av parentesbruk i en algebraisk og en aritmetisk dimensjon (kapittel 2.5.2). Ettersom en algebraisk forståelse trekker på mer avansert kognitiv bruk av begrepene involvert er koden for aritmetisk bruk av parenteser, *Arit*, gjensidig ekskluderende med koden for en algebraisk bruk av parenteser, *Alge*.

Tabell 4

Koding av aritmetisk og algebraisk bruk av parenteser

Kode	Beskrivelse	Klasse	Eksempel
Arit	Eleven bruker parentes som en indikator for rekkefølge av operasjoner	Parentesbruk	Regner $3(2+1) = 3*3$
Alge	Eleven bruker parentes som en operator eller enhet	Parentesbruk	Bruker at $3(2+1) = 3*2+3*1$

Neste kodegruppe (Tabell 5) registrerer bruken av implisitt eller eksplisitt kunnskap som det er beskrevet i sammenknytting til tankegangskompetanse (kapittel 2.5.1). Om elevene arbeider med oppgavene ut ifra en prosessorientert tilnærming, hvor elevene anvender kjente teknikker for å komme videre til neste steg i oppgaveløsningen blir dette sett på som en eksplisitt forståelse av den informasjonen som er gitt i oppgaven. Dette blir kjent igjen ved at eleven regner oppgaven steg for steg til et svar blir oppnådd. Benytter derimot eleven seg av refleksjon rundt den informasjonen som er gitt i oppgaven og er i stand til å se fremover i løsningen for å gjøre arbeidet mer effektivt jobber eleven med den implisitte kunnskapen som er gitt og jobber på et høyere kompetansenivå. De to kodene for implisitt og eksplisitt bruk av informasjon og kunnskapen som eleven har tilgjengelig, henholdsvis *Imp* og *Eks*, er gjensidig utelukkende. Dersom ingen tegn på implisitt bruk av kunnskap forekommer blir oppgaven kodet *Eks*.

Tabell 5

Koding av bruk av implisitt og eksplisitt kunnskap

Kode	Beskrivelse	Klasse	Eksempel
Imp	Eleven bruker kunnskap om informasjon som ikke er direkte gitt, men en del av å kunne løse oppgaven	Anvendt kunnskap	Ser at $(x+1) = 5$ i likningen $3(x+1) = 15$
Eks	Eleven bruker benytter bare den informasjonen som er eksplisitt gitt i oppgaven	Anvendt kunnskap	Når det ikke er brukt implisitt kunnskap

Den siste kodegruppen (Tabell 6) tar for seg kjennetegnene på forskjellig bruk av digitale

verktøy, som de ble beskrevet i sammenknyttingen av hjelpemiddelskompetanse og det digitale verktøyets rolle i oppgaveløsningen til eleven. Bruker en elev det digitale verktøyet til å støtte sin valgte løsningsmetode i løpet av en oppgave kodes oppgaven som *Støt*, mens fravær av støttende bruk blir kodet som *Utvi*. Det vil si at dersom eleven benytter det digitale verktøyet som et verktøy for å gjennomføre oppgaver eleven kunne ha gjennomført like godt uten, eller med et annet verktøy, eller om eleven bruker verktøyet til å gjennomføre en oppgave ut ifra kjennskap til verktøyets evne til å utføre slike oppgaver blir regnet som en mindre kompetent bruk av verktøyet. Elevenes bruk av spesifikke funksjoner i de digitale verktøyene blir også registrert, som enkelthendelser for hver gang eleven benytter en slik funksjon. Det er altså mulig at koden *Funk* for bruk av en spesifikk funksjon kan opptre flere ganger under arbeid med én oppgave. Funksjonalitet som er en hoveddel av programmets innbakte funksjonalitet, som Kikoras ekvivalenssjekk mellom hver linje regnes ikke som en spesifikk funksjon, selv om den bare er å finne i Kikora av de to digitale verktøyene.

Tabell 6

<i>Koding av bruk av digitale verktøy</i>			
Kode	Beskrivelse	Klasse	Eksempel
Støt	Det digitale verktøyet bidrar i elevens valgte løsningsmetode	Funksjonalitetsbidrag	«Så hvis jeg gjør ... Okai, da må jeg ...»
Utvi	Det digitale verktøyet lar eleven fullføre oppgaver eleven gir uttrykk for å ikke få til	Funksjonalitetsbidrag	«Denne skjønner jeg ikke, men jeg skriver inn og ser hva som skjer», «Det er sikkert riktig»
Funk	Eleven benytter en spesifikk funksjonalitet ved det digitale verktøyet	Funksjonalitet	Bruker hint i Kikora, «løs»-funksjonen i GeoGebra, etc. Ikke egenskaper som er en hoveddel av utformingen til programmet.

Kodene ble lagt inn som hendelser («event» i kodeguiden) for å kunne sammenligne frekvenser av enkeltelementer på tvers av og innad i elevgruppene. Tiden brukt på hver av oppgavene ble kodet som intervaller, mens score ble lagt inn som hendelser, avhengig av

hvorvidt eleven ga et svar på oppgaven og om det gitte svaret var korrekt eller ikke. Fullstendig kodeguide er å finne som vedlegg (Vedlegg 2).

4.8 Pålitelighet

Undersøkelsens pålitelighet omhandler de resultatene som blir produsert. Cohen, Manion og Morrison (2013) bruker Bogdan og Biklens (1992) beskrivelse av pålitelighet (oversatt fra reliability) som et mål på datamaterialets nøyaktighet og dekningsgrad (s. 149). Videre trekker de frem én intern og én ekstern dimensjon som kilder til diskusjon rundt resultatenes pålitelighet (2013, s. 158). Den eksterne dimensjonen omhandler spørsmålet om overførbarhet, mens den interne tar for seg hvorvidt de produserte resultatene faktisk gjenspeiler det som fant sted. Et uttrykk for høy pålitelighet i resultatene av en undersøkelse vil være at forskjellige forskere vil trekke ut de samme resultatene fra datamaterialet. For å sikre denne påliteligheten blir det blant annet viktig å basere kodingsguiden på tydelige teoretiske konstrukt slik at det ikke blir tvil rundt hva som menes med de forskjellige kodingskategoriene. Denne sikringen er i tråd med Cohen et al (2013) vektlegging av intra- og inter-rater pålitelighet (s. 159) gjennom konsekvent og nøyaktig koding. Cohen et al trekker også frem tilbakemeldinger fra deltakere for å sikre at det som er blitt registrert stemmer overens med det de opplevde (s. 149), men da dette ligger utenfor oppgavens omfang på grunn av begrensninger med tid og ressurser ble det valgt å ikke gjennomføre en slik oppfølging. Det er likevel rimelig å anta at siden det er elevenes høyttenkning sammen med deres faktiske oppgaveløsningsprosedyrer (skjerm-aktivitet) som danner datagrunnlaget for analysene er det i stor grad samsvar mellom det som ble registrert og det elevene faktisk opplevde.

4.9 Validitet

Slutninger i forskning blir etterprøvd og hvorvidt slutningene er gyldige ut ifra det datagrunnlaget som presenteres diskuteres under validitet. I kvalitativ forskning er det flere faktorer som påvirker validiteten til de slutningene som blir gjort. Maxwell (2012, s. 124) trekker frem to hovedtrusler mot validitet; forskerens egen forutinntatthet og reaktivitet. Forskerens forutinntatthet kan føre til at resultater blir tolket på måter som passer det forskeren ønsker, eller tror, skal være den riktige slutningen. I arbeidet med oppgaven har jeg forsøkt å ikke la mine fordommer og forutinntatthet påvirke hva som har blitt valgt av teori

eller resultater. Det har blitt forsøkt å danne et fullstendig teoretisk grunnlag å basere undersøkelsens utforming og datainnsamlingen på. Med dette som utgangspunkt er forhåpentligvis resultatene og slutningene avledet disse så objektive og uplettede som mulig. Reaktivitet omhandler forskerens påvirkning på situasjonen eller personene som er med i undersøkelsen. Viktigheten av å motarbeide disse faktorene ligger i å skape en genuin forbindelse mellom de slutninger som blir tatt og virkeligheten (Maxwell, 2012, s. 121). For å minske min påvirkning på undersøkelsene som ble gjort i datainnsamlingsarbeidet etterstrebet jeg å involvere meg så lite som mulig i de deltagende elevenes arbeid og satt til siden, utenfor elevens arbeidsplass, for å observere. Situasjonen for elevene ble noe påvirket av min tilstedeværelse da de ble tatt ut av sin vanlige arbeidssituasjon og gjennomførte undersøkelsen på et grupperom. Dette var en nødvendighet for å gjennomføre undersøkelsene og hadde liten synlig påvirkning på elevene, de var konsentrerte på oppgavene og virket komfortable med situasjonen til tross for både den endrede fysiske konteksten og min tilstedeværelse. Man kan jobbe med flere forskjellige typer validitet og Cohen et al (2013) tar for seg former som intern og ekstern validitet, innholdsvaliditet, konstruktvaliditet, kulturell validitet, med flere (s. 133-141). Ved å forsøke å maksimere alle disse typene vil vi kunne danne en grad av validitet, selv om hundre prosent gyldighet vil være umulig å oppnå (s. 133).

4.10 Etske betraktninger

For å gjennomføre utdanningsforskning kommer man nødvendigvis i kontakt med mennesker, og store deler av tiden unge mennesker som er i en utdanningsituasjon. Det blir derfor viktig å vurdere virkningen vi har på menneskene som kommer i kontakt med den forskningen vi gjennomfører. Elevene som deltar i oppgavens undersøkelse blir utsatt for en påkjenning ved å delta og det er viktig å minske påvirkningen av denne. Johannessen, Tufte og Christoffersen (2010) trekker frem de etiske implikasjonene i samfunnsforskning som følge av påvirkning på de som deltar i forskningen. Spesielt relevant for undersøkelsen som ble gjennomført i forbindelse med denne oppgaven er hensynet til at elevene ikke blir utsatt for ubehag og ikke å skade elevenes selvoppfatning. Undersøkelsens oppgavesett ble utformet med inspirasjon fra TIMSS-oppgaver for elever på samme alderstrinn som elevene som deltok for å legge nivået i oppgavene til et hvor elevene ikke skulle miste motet under gjennomføringen. Det ble også lagt vekt på at undersøkelsen ikke la vekt på elevenes prestasjoner under gjennomgangen av hva det vil si å delta i undersøkelsen. Det digitale verktøyet elevene skulle benytte hadde de

kjennskap til fra før av i Kikoras tilfelle mens elevene som benyttet GeoGebra fikk en gjennomgang av den funksjonaliteten de hadde behov for på forhånd og fikk muligheten til å stille oppfølgingsspørsmål rundt bruken av programmet. Videre trekker Johannessen et al (2010) frem viktigheten av samtykkende deltagelse hvor deltagerne er informert om hva som blir testet og hvordan testingen foregår. At deltagerne er klar over hva som undersøkes peker de på som en mulighet for feilrapportering å melde seg i dataene som samles inn, da det kan påvirke hvordan deltagerne responderer under undersøkelsen. Elevenes samtykke til deltakelse ble innhentet skriftlig i forkant av gjennomføringen og det ble gjort klart at all informasjon som ble gitt ville bli behandlet konfidensielt og anonymt i tråd med Personvernombudets retningslinjer (2016b). Etersom elevene ikke er var av myndig alder ved undersøkelsens gjennomføring ble også samtykke fra foresatte hentet inn. Undersøkelsen behandlet ikke personidentifiserende informasjon og ble således ikke vurdert som meldepliktig av meldepliktstesten tilgjengelig på nettsidene til Norsk senter for forskningsdata (2016a). Resultatet av meldepliktstesten er å finne som Vedlegg 3. (2003)

5 Resultater og diskusjon

Her vil deltagerne i undersøkelsen bli presentert før resultatene som kom av høyttenkningsprotokollen legges frem og diskuteres. Resultatene vil skille mellom elevene som brukte GeoGebra og Kikora for å tydeliggjøre forskjeller og likheter mellom hvordan programmene ble brukt i elevens arbeid. Etersom relativt få elever deltok i undersøkelsen vil resultatene bli detaljert presentert for å gi et klart bilde av de faktiske hendelser som fant sted. Forhåpentligvis vil dette bidra til å gi en best mulig helhetlig oppfatning av resultatene. De enkelte kategoriene i resultatene vil bli diskutert før neste kategori blir behandlet, for å gjøre diskusjonen tettere knyttet til resultatene. Resultatene fra høyttenkningsprotokollene har til hensikt å avdekke hvordan elevene behandler parenteser når de løser algebraoppgaver med digitale verktøy og hvordan de bruker GeoGebra og Kikora under løsningen av disse algebraoppgavene.

5.1 Presentasjon av deltakerne og gjennomføring av oppgavene

Elevene som deltok i undersøkelsen kom fra samme klasse på niende trinn på en ren ungdomsskole. De tre første elevene skulle benytte GeoGebra og de tre siste skulle benytte Kikora.

Grete Høy

Denne eleven benyttet GeoGebra for å jobbe seg gjennom oppgavesettet. Hun var opptatt av å finne riktig svar mens hun arbeidet med oppgavene. Hun trengte ingen påminnelse om å tenke høyt underveis. På oppgave 6 ble hun stående fast og trengte påminnelser for å fortsette høyttenkningen. Grete lå på et høyt karakternivå i matematikk og tok lett til seg instruksjonen om bruk av GeoGebra.

Geir Middels

Geir var den første til å gjennomføre undersøkelsen og benyttet også GeoGebra for å løse oppgavene. Han jobbet effektivt med oppgavene og svarte på alle. Han var meget samarbeidsvillig og virket komfortabel i situasjonen og var god til å verbalisere tankene sine

mens han jobbet. Etter Geir startet arbeidet med oppgavene trengte han ingen påminnelser underveis om å fortsette å tenke høyt.

Guttorm Lav

Guttorm var den siste eleven som benyttet GeoGebra. Han hadde lav måloppnåelse i matematikk. Han forsøkte å løse alle oppgavene og klarte de fleste selv om det til tider kom frem at han ikke hadde kontroll på fremgangen i arbeidet, da han nølte og prøvde seg frem underveis. Han snakket godt under gjennomføringen av undersøkelsen.

Kari Høy

Dette var den første eleven som benyttet Kikora for å jobbe gjennom oppgavesettet. Under arbeidet med oppgavene jobbet hun distansert fra det digitale hjelpemiddelet. Hun gjorde det meste av arbeidet «i hodet» og brukte verktøyet for å skrive inn sitt endelige svar oftere enn hun brukte verktøyet som en del av løsningen. Hun hadde ikke tilgang på andre hjelpemidler enn Kikora (som for eksempel blyant eller papir). På oppgave 3 og oppgave 4 valgte hun å ikke avgi svar etter litt betenkningstid og hoppet videre til neste oppgave. Kari forklarte at det var lenge siden sist de hadde regnet på likninger og med ukjente når hun gikk videre. Hun hadde påbegynt oppgave 1 og 2 før undersøkelsen og gjentok fremgangsmåten når hun begynte arbeidet.

Knut Middels

Knut brukte også Kikora. Han hadde middels karakterer i matematikk og forklarte sine tanker godt underveis med arbeidet. Han avga ikke svar på oppgave 2 og 3, i likhet med Kari Høy, eller oppgave 6 og 7. Som begrunnelse for å ikke forsøke på oppgave 3, 4 og 6 oppga han at han ikke husket hvordan man løser likninger. På oppgave 7 gjorde han et kort forsøk men ga opp før han kom med noe forslag til en løsning.

Karl Lav

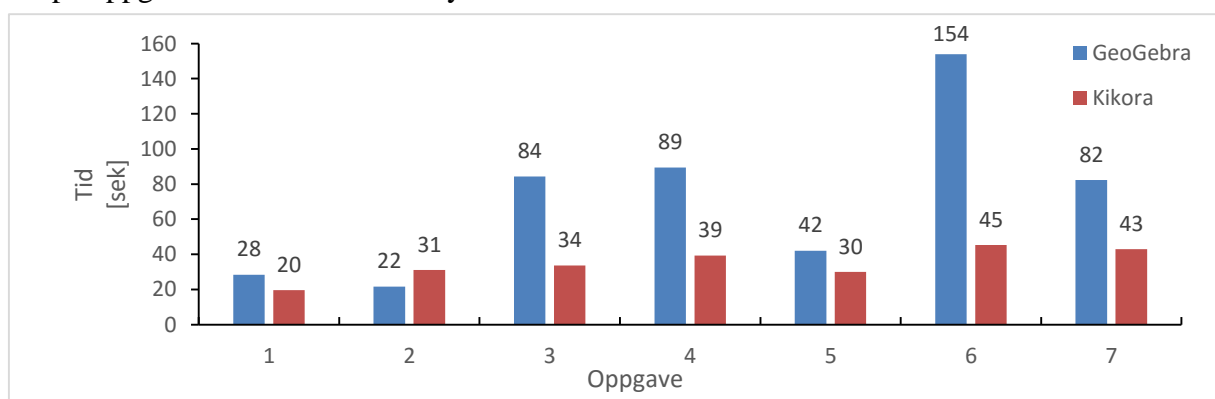
Karl var den siste deltakeren i undersøkelsen og benyttet Kikora for å løse oppgavene. Han hadde lav måloppnåelse i matematikk og han verbaliserte tydelig under arbeidet med oppgavene. Karl valgte å ikke avgi noe svar på oppgave 3, 4, 5 og 6, og forklarte det med at han “ikke var noe flink på likninger og ukjente”.

Elevenes oppgaveløsning ble noe påvirket av deres faglige trygghet, ettersom alle elevene poengterte at det var lenge siden de hadde jobbet med likninger og ukjente. Elevenes usikkerhet rundt enkelte faglige momenter ved oppgaven kan ha bidratt til at de andre elementene ved elevenes arbeid ikke kom like tydelig frem, særlig på oppgaver som da inneholdt likninger og ukjente. Allikevel var det bare de elevene som benyttet Kikora som ikke gjorde et forsøk på alle oppgavene. Elevenes gjennomføringsevne blir på grunn av dets forskjellige utslag mellom de to programmene sett på som en egen faktor i diskusjonen rundt hvordan de to programmene bidro i elevenes arbeid.

5.1.1 Tidsbruk og prestasjoner

Elevenes tidsbruk og prestasjoner blir trukket frem som en del av gjennomføringen for å vise tydeligere de umiddelbart klare resultatene av elevenes arbeid. Hvor lang tid de brukte på oppgavene kan gi oss innsikt i hvorvidt de digitale verktøyene bidro til å effektivisere elevenes arbeid i tråd med Jarrett (1998) og Ruthven og Hennesseys (2002) resultater om at digitale verktøy kan ta over de manuelle utregningene i oppgaveløsningen. Elevenes prestasjoner peker på om verktøyene kan ha hatt en utvidende eller støttende rolle i oppgavearbeidet, jamfør Gorayska et al (2001).

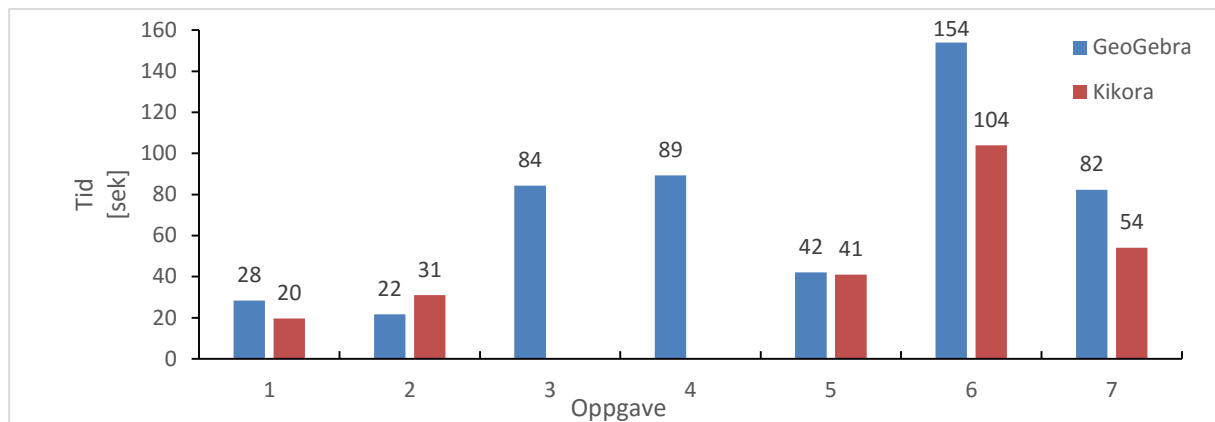
I gjennomsnitt brukte elevene som benyttet Kikora betydelig kortere tid på oppgave 3, 4, 6 og 7 i forhold til elevene som benyttet GeoGebra (se Figur 13). På oppgave 1 og oppgave 2 derimot er tidsbruken jevnere og elevene som brukte GeoGebra brukte i gjennomsnitt kortere tid på oppgaven 2 enn de som benyttet Kikora.



Figur 13: Gjennomsnittlig tid brukt for GeoGebra og Kikora.

Ettersom elevene som benyttet Kikora ikke avga svar på alle oppgavene blir noen av gjennomsnittstidene kunstig lave. Ser vi bort i fra tidene til elevene som enten hoppet rett videre eller ga opp uten å avgi svar ser vi at tidene ligger mye tettere, mens elevene som

benyttet GeoGebra i snitt brukte 50 og 28 sekunder lenger tid på henholdsvis oppgave 6 og 7 (se Figur 14).



Figur 14: Gjennomsnittlig tid brukt for avgitt svar med GeoGebra og Kikora.

Elevene som benyttet GeoGebra gjorde et forsøk på flere av oppgavene enn elevene som benyttet Kikora. GeoGebra-elevene ga et løsningsforslag til samtlige av oppgavene mens ingen av elevene som benyttet Kikora kom frem til et svar på oppgave 3 og 4. Av Tabell 7 kommer det frem at de elevene som benyttet GeoGebra fikk korrekt svar på disse to oppgavene i 5 av 6 tilfeller.

Tabell 7

Elevenes prestasjoner på oppgavesettet

Oppgave	Grete Høy	Geir Middels	Guttorm Lav	Kari Høy	Knut Middels	Karl Lav
1	1	1	1	1	1	1
2	1	0	1	1	1	0
3	1	1	1			
4	1	1	0			
5	1	1	1	1	1	
6	0	1	0	0		
7	1	1	1	1		
Sum	6	6	5	4	3	2

Notat. 1 tilsvarer korrekt svar på oppgave, 0 er ikke korrekte eller delvis løste oppgaver, mens fylte felter indikerer oppgaver hvor eleven ikke har avgitt svar som følge av å ha gitt opp eller valgt å gå videre uten å forsøke å løse oppgaven.

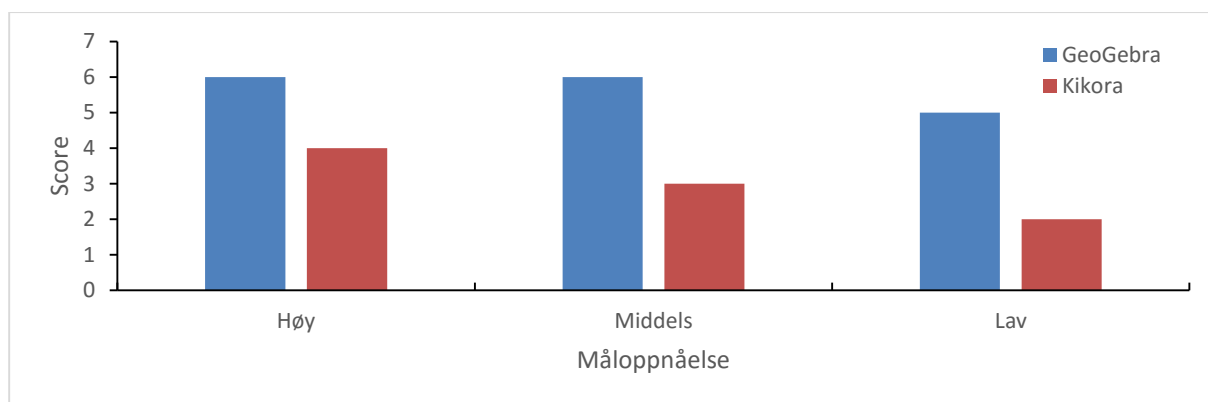
Geir Middels var den eneste som klarte å komme frem til et korrekt svar på oppgave 6. Oppgaven lød

Skriv en likning som beskriver situasjonen:

Summen av et tall x og tallet som er tre større enn x er 27.

Han klarte å dekode det matematiske språket i oppgaven til en slik grad at han identifiserte to elementer i oppgaven og ga svaret $x + (x + 3) = 27$, som er i tråd med oppgavens todelte oppbygging. De andre elevene kom med forslag som ikke inneholdt begge elementene eller klarte ikke å finne det rette forholdet mellom dem, eksempelvis $x + 3 = 27$ eller $3x + x = 27$.

Settes elevenes prestasjoner på undersøkelsen opp mot deres måloppnåelse i matematikk (Figur 15) ser vi at elevene med høyere måloppnåelse i faget gjorde det bedre også på undersøkelsen. Det kommer også frem at elevene som benyttet GeoGebra for å løse oppgavesettet fikk 2 til 3 poeng mer enn de på det samme faglige nivået som benyttet Kikora. Kikora-elevenes lavere poengsum kommer her i stor grad av at ingen av elevene avga svar på oppgave 3 og 4.



Figur 15: Prestasjon i forhold til måloppnåelse.

I tillegg kommer det frem at prestasjonen til elevene som benyttet GeoGebra er jevnere enn for elevene som benyttet Kikora. Elevene som benyttet GeoGebra klarte i stor grad de samme oppgavene. De som benyttet Kikora klarte forskjellige oppgaver, og bare på oppgave 1 fikk de alle til oppgaven.

Med utgangspunkt i tidene for de oppgavene som det ble avgitt svar på (Figur 14) så vi at elevene brukte kortere tid på oppgave én og to enn de andre oppgavene og at tidsbruken var noenlunde jevn mellom elevene som brukte GeoGebra og Kikora. De to første oppgavene la

opp til et lavere krav til matematisk kompetanse og det er naturlig at elevene brukte mindre tid her.

På oppgave tre og fire ser vi at tidsbruken går opp, selv om det bare er elevene med GeoGebra som har fullført disse. Elevene som brukte Kikora ga i gjennomsnitt opp etter 33 sekunder på oppgave tre og 39 sekunder på oppgave fire.

På oppgave fem bruker derimot elevene under halve tiden på å gjennomføre oppgaven i forhold til de to foregående oppgavene. Alle elevene som fullførte oppgave fem fikk også korrekt svar på oppgaven. Dette kan komme av den enklere oppstillingen i oppgaven, og at bare én ukjent og ett parentespar var inkludert i oppgaven.

I oppgave seks ble situasjonen snudd fra at elevene fikk oppgitt det matematiske uttrykket som skulle behandles til at de selv skulle trekke det matematiske innholdet ut av en tekst. Elevenes usikkerhet rundt behandlingen av likninger kan ha bidratt til at de brukte lenger tid på å gjennomføre denne oppgaven. Bare Geir Middels fikk korrekt svar på oppgaven til tross for at alle elevene som fullførte oppgaven tok seg god tid og gjorde et forsøk på å løse oppgaven.

Den siste oppgaven hadde ingen ukjente og var et uttrykk som skulle forenkles. Selv om operasjonene som skulle utføres ikke var vanskeligere enn i oppgave en og to var det flere ledd og elevene brukte også lenger tid på å fullføre oppgaven. Bare Knut Middels avga ikke svar på oppgaven mens de fem andre fikk korrekt svar på oppgaven. Elevene virket oppmuntret av oppgavens utelukking av ukjente og la muligens litt ekstra innsats og dermed tid i oppgaven for å avslutte med korrekt svar på en tilsynelatende enklere oppgave enn de foregående.

Det var større homogenitet i både tidsbruk og prestasjon blant de elevene som benyttet GeoGebra, enn hos dem som benyttet Kikora. Bare ett poeng skilte den høyest presterende eleven fra den lavest presterende blant de tre med GeoGebra, mens det var to poeng mellom den høyest og lavest presterende eleven av dem som benyttet Kikora. Selv om forskjellene er små ser vi muligens allerede tegn på at GeoGebra la opp til eller hadde lettere for å bli brukt i en utvidende rolle i elevenes arbeid, etter Gorayska et als (2001) kategorisering av digitale verktøy som utvidende om de lar elevene fullføre oppgaver de ikke nødvendigvis klarer på egenhånd.

5.2 Det digitale verktøyets interaktive funksjon

Elevenes interaksjon med de digitale verktøyene ble kategorisert etter hvorvidt det tjente en utvidende eller støttende funksjon i elevenes arbeid. Her var fokuset på elevenes evne til å manipulere det digitale verktøyet. Eleven kunne benytte verktøyet som en del av sin egen tilnærming til oppgaven eller eleven kunne benytte verktøyet som et mer effektivt middel for å utføre en oppgave eleven kunne gjennomført uten hjelpemiddelet. Det var også mulig å benytte verktøyet til å gjennomføre oppgaver han eller hun ikke ville klart på egenhånd.

På oppgave 3 benyttet Guttorm Lav seg av to forskjellige funksjoner i GeoGebra for å løse oppgaven. Figur 16 er et utklipp av skjermen til Guttorm Lav som viser hvordan han løste oppgaven.



6	$10=1+(0.5x+4)*2$ $\rightarrow 10 = x + 9$
7	Løs[10=x+9] $\rightarrow \{x = 1\}$
8	α

Figur 16: Skjermdump fra oppgave 3, Guttorm Lav (GeoGebra).

Etter å ha lest oppgaven satte han likningen rett inn i GeoGebras CAS-modul. GeoGebra forenklet uttrykket (linje 6 i Figur 16) for ham og det ble et par sekunders stillhet før han sa videre «... da må jeg bruke løs fordi det er likning», deretter satte han uttrykket inn i «Løs»-funksjonen (linje 7). Han tok seg ikke tid til å vurdere mulige fremgangsmåter men valgte den automatiserte funksjonaliteten. Derfor ble hans bruk av det digitale verktøyet vurdert til å være i en utvidende form for denne oppgaven.

Ser vi derimot på elevene som benyttet Kikora brukte de verktøyet ofte bare til å skrive ned det endelige resultatet og heller som en kladdebok under sitt arbeid med oppgavene. Elevene brukte Kikoras fortløpende tilbakemeldinger for å kontrollere gyldigheten av svaret de avga. Da blir det digitale verktøyet å regne som et tilskudd i elevenes arbeid, en reflektert bruk hvor verktøyet dekker et behov i elevenes fremgangsmåte fremfor å overta hele prosessen. Derfor ble disse elevenes bruk av Kikora vurdert til å ha en støttende funksjon i deres arbeid.

Tabell 8

Støttende og utvidende bruk av digitale verktøy

	<u>Grete Høy</u>		<u>Geir Middels</u>		<u>Guttorm Lav</u>	
	Støttende	Utvidende	Støttende	Utvidende	Støttende	Utvidende
Oppgave 1	1		1		1	
Oppgave 2		1	1			1
Oppgave 3		1		1		1
Oppgave 4		1		1		1
Oppgave 5	1		1			1
Oppgave 6	1		1			1
Oppgave 7		1		1		1
Sum	3	4	4	3	1	6
Andel støttende		0,43		0,57		0,14

	<u>Kari Høy</u>		<u>Knut Middels</u>		<u>Karl Lav</u>	
	Støttende	Utvidende	Støttende	Utvidende	Støttende	Utvidende
Oppgave 1	1		1		1	
Oppgave 2	1		1		1	
Oppgave 3						
Oppgave 4						
Oppgave 5	1		1			
Oppgave 6	1					
Oppgave 7	1				1	
Sum	5	0	3	0	3	0
Andel støttende		1,00		1,00		1,00

Hvilken rolle det digitale verktøyet tok i elevenes gjennomføring av oppgavene varierte veldig fra elev til elev og mellom de to programmene. Det var tydelig fra resultatene av datainnsamlingen at elevene med GeoGebra hadde en større tilbøyelighet til å bruke programmet i en utvidende rolle. Elevene som benyttet GeoGebra brukte programmet både i en utvidende og støttende rolle. Grete Høy og Geir Middels skiftet mellom de to rollene mens eleven med lav måloppnåelse, Guttorm, oftere benyttet GeoGebra som et verktøy for å utvide sin faglige rekkevidde. I forhold til elevene som benyttet Kikora, hvor de utelukkende benyttet programmet i en støttende rolle, er det et markant skille i programmene bruksroller. Dette skillet kom også frem mens elevene jobbet med oppgavene, der elevene som jobbet med GeoGebra oftere gikk til programmet for å få svaret i stedet for å finne svaret ved å innlemme programmet i sin løsning. Denne forskjellen i bruk kan være en virkning av faktorer tilstede allerede i oppbygningen av programmene. Kikoras brukergrensesnitt legger mye vekt på at elevene skal gjøres bevisst sitt arbeid under oppgaveløsning. Beskrivelsen av

programmet i kapittel 3 viser at Kikora gjør elevens arbeid til en fremtredende del av sidevisningen, med få distraksjoner eller andre elementer som trekker oppmerksomheten bort fra arbeidet de utfører til enhver tid. Dette proaktive forholdet til læringsarbeid bidrar også til at Kikora får en høyere poengsum i vurderingen av programmenes egnethet til bruk i undervisning. GeoGebra derimot er designet for å kunne gi mest mulig informasjon til eleven. GeoGebra har gjerne flere aktivitetsområder tilgjengelig samtidig og eleven må aktivt velge å benytte seg av den funksjonaliteten som er mest passende for å gjennomføre arbeidet sitt.

Det relativt høyere kravet til å kunne bruke GeoGebra i en støttende rolle, sett ut ifra programmenes utforming, kan muligens også kobles til elevenes prestasjoner på oppgavene. Grete Høy og Geir Middels fikk korrekt svar på seks av de syv oppgavene og benyttet programmet som en støtte i sin løsning på henholdsvis tre og fire av oppgavene. Guttorm Lav hadde lav måloppnåelse i matematikk og fikk korrekt svar på fem av oppgavene. Til tross for tilsynelatende betydelig lavere matematiske ferdigheter presterte han på nivå med de to andre elevene som benyttet det samme digitale verktøyet. Den iøynefallende forbedringen i prestasjon hos Guttorm Lav kan umiddelbart virke som en effekt av at GeoGebra lar ham fokusere på fremgangsmåten for å finne løsningen under arbeidet med oppgavene, i stedet for å bli sittende fast i vanskelige utregninger. Guttorms hjelpemiddelskompetanse (Niss & Jensen, 2002) kan ha satt ham i stand til å gjenkjenne mulighetene som ligger i det digitale verktøyet og anvende dette. Da vil verktøyet virke i en utvidende forstand slik Gorayska et al (2001) beskriver det. Dermed skiller gjennomføringen til Guttorm Lav seg fra de to andres ved at han brukte det digitale verktøyet på en nesten utelukkende utvidende måte. Kun på oppgave 1 brukte han verktøyet som en støtte i sitt arbeid med å finne løsningen. Det virker altså som hans bruk av det digitale verktøyet ga ham en kunstig utvidet matematikkfaglig rekkevidde enn det som ville vært naturlig å tilskrive ham, ut ifra hans måloppnåelse i faget. Dette faller sammen med den siste observasjonskategorien for bruk av de digitale verktøyene; bruk av spesifikk funksjonalitet. Guttorm Lav benyttet seg av spesifikk funksjonalitet ved GeoGebra på fire av oppgavene, mens slik funksjonalitet ble benyttet én gang av Grete Høy og ikke i det hele tatt av Geir Middels. Dette kan bidra til å peke på at den sterke prestasjonen fremvist av Guttorm Lav kan komme av at han i stedet for å fokusere på å finne den korrekte løsningsstrategien for oppgavene rettet blikket mot det digitale verktøyets muligheter og benyttet dem for å gjennomføre så stor del av oppgavene som mulig. Hans tilnærming til bruken av det digitale verktøyet faller inn under det Drijvers et al (2010) kategoriserte som en

bruker-tilnærming hvor den brukende ønsker å få verktøyet til å gjennomføre algebraiske operasjoner.

Hos Elevene som benyttet Kikora var bruken av programmet i en rent støttende form, men vi finner en større variasjon i elevenes gjennomføring av og prestasjoner på oppgavesettet. Forskjellen i antall korrekt løste oppgaver hos disse elevene er i tråd med det som er forventet med utgangspunkt i deres måloppnåelse i matematikk. Kari Høy og Knut Middels benyttet seg heller ikke av funksjonalitet som var spesifikk for programmet, mens Karl Lav derimot benyttet seg av slik funksjonalitet på fem av de syv oppgavene. Her kan vi igjen se antydninger til at matematikkoppgaver som oppfattes om å være på for høyt nivå for eleven kan gjøre at eleven skifter fokus bort fra det faglige og over på selve verktøyet. I likhet med fokuset på bruk av hjelpemiddelskompetanse hos Geir Lav. I motsetning til GeoGebra er Kikoras ekstrafunksjonalitet ikke av en utførende art, men er hint som er ment å hjelpe eleven i å finne en løsningsstrategi. Selv om hint-funksjonaliteten i Kikora skal kunne gi elevene et springbrett på oppgaver de synes er vanskelige var Karl Lav ikke i stand til å skifte fokuset tilbake på den matematiske oppgaven etter å ha begynt å bruke hintene, og brukte hintene helt frem til oppgavens løsning når han først hadde begynt å benytte dem. Hint-funksjonaliteten ble brukt på samme måte som «løs»-funksjonen i GeoGebra.

5.3 Aritmetisk og algebraisk bruk av parenteser

I Tabell 9 presenteres elevenes bruk av parenteser. Som rekkefølgeindikatorer eller som tegn på at det skal gjennomføres en operasjon. Faktoren som skiller oppgaver som ble kodet som aritmetisk og oppgaver som ble kodet som algebraisk er hvordan elevene løste opp parentesene. På oppgave 2 fordelte Kari Høy multiplikasjon over parentesen i uttrykket $5 + 3 * (5 + 3)$ så stykket ble $5 + (15 + 9)$. Hun gjorde det uten å benytte det digitale verktøyet i stor grad, men forståelsen av parentesen i oppgaven er det som ble vurdert under kodingen av denne kategorien og oppgaven ble vurdert til å falle under en algebraisk forståelse og bruk av parenteser.

Tabell 9

Aritmetisk og algebraisk bruk av parenteser

	<u>Grete Høy</u>		<u>Geir Middels</u>		<u>Guttorm Lav</u>	
	Aritmetisk	Algebraisk	Aritmetisk	Algebraisk	Aritmetisk	Algebraisk
Oppgave 1	1		1		1	
Oppgave 2	1		1		1	
Oppgave 3	1		1		1	
Oppgave 4	1		1		1	
Oppgave 5	1			1	1	
Oppgave 6	1			1	1	
Oppgave 7	1		1		1	
Sum	7	0	5	2	7	0
Andel Algebraisk		0,00		0,29		0,00

	<u>Kari Høy</u>		<u>Knut Middels</u>		<u>Karl Lav</u>	
	Aritmetisk	Algebraisk	Aritmetisk	Algebraisk	Aritmetisk	Algebraisk
Oppgave 1	1		1		1	
Oppgave 2		1	1		1	
Oppgave 3						
Oppgave 4						
Oppgave 5		1		1		
Oppgave 6	1					
Oppgave 7	1				1	
Sum	3	2	2	1	3	0
Andel Algebraisk		0,40		0,33		0,00

Forekomsten av en algebraisk forståelse og bruk av parenteser var noe høyere hos elevene som benyttet Kikora for å løse oppgavene enn hos elevene som benyttet GeoGebra. Bare Geir Middels av elevene som jobbet med GeoGebra viste en algebraisk forståelse på noen av oppgavene. Han viste dette blant annet i oppgave 6 hvor han kom frem til svaret $x + (x + 3) = 27$. Han viste da en strukturell forståelse av parentesen og oppgaven ble vurdert til å vise en algebraisk forståelse for bruk av parenteser. Bortsett fra i oppgave 2, 5 og 6 viste ingen av elevene tegn til at de tok hensyn til inklusjonen av parenteser, utover at de var klar over parentesenes presedens over visse andre operasjoner. Elevene behandlet da parentesene rent aritmetisk, som et steg i en utregning.

Det er av interesse at Grete Høy ikke benyttet en algebraisk tilnærming en eneste gang, men jobbet utelukkende aritmetisk med sitt oppgavesett. Hun er forventet å være på et høyt matematisk kompetansenivå ut ifra hennes måloppnåelse i faget, men benytter hovedsakelig den aritmetiske formen for forståelse av parenteser likevel. Når hun arbeidet med oppgavene

jobbet hun veldig målrettet og hadde fokus på å få det korrekte svaret. Dermed ble hun mer fokusert på å utføre de algebraiske operasjonene enn å bruke oppgaven til å utvide sin egen forståelse. Hennes tilnærming til det digitale verktøyet som et miljø for å gjøre algebra (Drijvers et al., 2010), kan ha kommet som et resultat av at oppgavene ikke var engasjerende for henne. Kanskje ville mer utfordrende oppgaver ha bidratt til at Grete tilnærmet seg løsningen av oppgaven med et annet perspektiv, og dermed benyttet verktøyet i en annen rolle. Det er også mulig at hennes fokus på matematisk korrekthet hindret henne i å se de større sammenhengene som parentesene tok del i. Ved å benytte en rent operasjonell tilnærming til parentesene kan hun ha følt seg tryggere på at løsningen hun kom frem til ville være korrekt. Hun benyttet også «løs»-funksjonen, som den eneste eleven uten lav måloppnåelse til å benytte seg av spesifikk funksjonalitet i programmene. At hun brukte programmet til å utføre regningen i oppgave 3 kan vise til det samme fokuset på prosess fremfor forståelse i behandlingen av parenteser. At en elev med høy måloppnåelse i matematikk ikke benytter seg av en algebraisk forståelse på noen av oppgavene under sin gjennomføring kan tyde på at programmet hun benyttet, GeoGebra, ikke aktiverer elevenes forståelse mens de arbeider. Dette vil plassere GeoGebra i kategorien *digitale verktøy for å gjøre algebra*, etter Drijvers et al. (2010) kategorisering av digitale verktøy, der eleven ønsker å benytte det digitale verktøyet til å gjøre algebraiske operasjoner.

I kontrast til Grete Høy og hennes fokus på prosess og korrekthet som kan ha bidratt til en aritmetisk tilnærming til oppgavene viste Geir Middels i to tilfeller en algebraisk bruk av parenteser. Spesielt i oppgave 6, hvor han som eneste elev fikk korrekt svar, var det tydelig at han klarte å se på parentesene som en del av en større struktur. Hans løsning viste at han hadde kjennskap til hvordan man setter opp og formulerer matematiske spørsmål. Det vil si at han gjennom en algebraisk forståelse av parenteser var i stand til å demonstrere sin problemløsningskompetanse (Niss & Jensen, 2002). Oppgaven gikk ut på at elevene skulle sette opp en likning ut ifra en tekst som beskrev forholdet mellom to tall. Geir Middels klarte å oppfatte de to elementene i teksten og benyttet parenteser til å adskille elementene i sitt uttrykk, selv om det ikke ville vært nødvendig for å få et korrekt svar. Selv om Geir Middels hadde lavere måloppnåelse i faget enn Grete Høy klarte han å skaffe seg et bedre overblikk over de matematiske elementene i oppgavene. Hans forståelse av parenteser i en algebraisk forstand og evne til å ikke bli oppslukt av de rent prosessuelle aspektene ved oppgavene kan ha kommet som en følge av, eller ha bidratt til, at han også klarte å bruke det digitale verktøyet i en støttende rolle i større grad enn Grete Høy.

Blant elevene som benyttet Kikora var antallet tilfeller av algebraisk bruk av parenteser også lav, men i forhold til antall fullførte oppgaver ble det benyttet i en større grad enn hos elevene som benyttet GeoGebra. Både Kari Høy og Knut Middels viste tilfeller av en algebraisk bruk, begge på oppgave 5, som la opp til en algebraisk bruk av parenteser ved å ikke legge denne fasetten av oppgaven sammen med eller som en del av andre strukturelle elementer. De to elevene klarte å identifisere parentesens rolle som en enhet i stykket og løste oppgaven deretter. De viste det strukturelle fokuset som ifølge Sutherland (1995) kjennetegner den algebraiske forståelsen og bruken. Etersom Kikora er utformet for å fokusere elevenes innsats på arbeidet med oppgaven kan det være at den økte interaktiviteten i programmet bidrar til den marginalt høyere andelen av oppgaver løst med en algebraisk bruk av parenteser. Karl Lav på den annen side viste ikke tegn til en algebraisk forståelse eller bruk av parenteser i noen av oppgavene han løste, selv om han brukte det tilsynelatende mer engasjerende verktøyet. Skjønt sammenfaller dette med at han også benyttet hint-funksjonaliteten i Kikora i stor grad. I tillegg ga han fort opp eller hoppet over flere av oppgavene. Den algebraiske bruken av parenteser tar hensyn til flere sider ved parenteser som et matematisk objekt, og kan dermed kreve større innsats for å benyttes. kan ha bidratt til at eleven valgte å ikke fullføre oppgavene som la opp til en slik bruk av parenteser.

5.4 Anvendt kunnskap

Bruken av implisitt og eksplisitt gitt informasjon og elevenes kunnskap om anvendelse av disse ble undersøkt ved hjelp av oppgave 5. Her var ønsket å se hvordan de to programmene forskjellige funksjonalitet bidro mens elevene behandlet oppgaven. Bare Geir Middels og Knut Middels viste tegn på kunnskap om anvendelse av den implisitt gitte informasjonen i oppgaven. Oppgave 5 lød $3(x + 1) = 15$ og elevene resonnererte at de måtte finne noe som ganget med tre ble 15. De fant da at $(x + 1)$ måtte være lik 5 og kom frem til $x = 4$ som svar. I sitt løsningsarbeid behandlet de parentesene som en enhet, eller et element, i en strukturell sammenheng og viste at de kunne avkode den underliggende informasjonen som var gitt i likningen.

Selv om fem av de deltagende elevene fullførte og fikk korrekt svar på oppgave 5 var det bare to av dem, Geir Middels og Knut Middels, som utviste noen form for bruk av den implisitt gitte informasjonen som lå i oppgaven. At de klarte å trekke ut denne informasjonen, slik Chevallard (2007) beskriver bruken av implisitt kunnskap, av oppgaven falt også sammen

med at de brukte en algebraisk forståelse av parenteser. Bruken av implisitt gitt kunnskap kan virke som å være en indikator på at elevene er i stand til å benytte en algebraisk forståelse av parenteser da dette krever at eleven klarer å analysere oppgavens struktur og se de matematiske sammenhengene i dens oppbygning. Evnen til å ta dette overblikket er svært lik beskrivelsen av å benytte seg av tankegangskompetansen i rammeverket til Niss og Jensen (2002), hvor kjennskap til og behersket bruk av begreper i oppgaven blir trukket frem. Tankegangskompetanse kan tenkes å være et bidrag, og en del av grunnlaget, i en overgang fra en aritmetisk til en algebraisk bruk av parenteser hos elevene.

5.5 IKT-funksjonalitet

Forekomster av bruk av spesifikk funksjonalitet var nesten utelukkende begrenset til elevene med lav måloppnåelse i matematikk, Guttorm Lav og Karl Lav. Utover disse var det bare Grete Høy som benyttet seg av «løs»-funksjonen i GeoGebra, én gang.

Tabell 9

Elevenes bruk av spesifikk funksjonalitet i programmene

	Grete Høy	Geir Middels	Guttorm Lav	Kari Høy	Knut Middels	Karl Lav
Oppgave 1						
Oppgave 2						1
Oppgave 3	1		1			1
Oppgave 4			1			1
Oppgave 5			1			1
Oppgave 6			1			1
Oppgave 7						
Sum	1	0	4	0	0	5

Guttorm Lav benyttet den ekstra funksjonaliteten i det digitale verktøyet på samme måte som det ble vist i eksempelet i kapittel 5.2. Han brukte «løs»-funksjonen uten å vurdere alternative tilnærminger til oppgavene, og benyttet funksjonaliteten på oppgaver hvor det ikke var nødvendig. På oppgave 4 kom han frem til riktig svar ved bruk av GeoGebras CAS-modul men fortsatte å jobbe videre med oppgaven (se Figur 17).

8	$(4x+2)(x+2)$
<input type="radio"/>	$\rightarrow 4x^2 + 10x + 4$
9	Løs[$4x^2+10x+4$]
<input type="radio"/>	$\rightarrow \left\{ x = -2, x = -\frac{1}{2} \right\}$
10	α

Figur 17: Skjermdump fra Guttorm Lav, oppgave 4

Etter å ha skrevet inn oppgavens uttrykk i linje åtte i Figur 17 sa han «da skal jeg først skrive løs» før han nølte litt mens han kom frem til at han skulle sette inn svaret fra linje åtte som inndata for «løs»-funksjonen. Det er mulig Guttorm ikke gjenkjente svaret i linje åtte som et gyldig svar for oppgaven, selv om oppgaven ba han om å regne ut parentesene, ikke løse for den ukjente.

Karl Lav benyttet muligheten i Kikora til å få et hint om løsningen av oppgaven. Hint-funksjonen avslører for eleven hva det neste løsningssteget er.

The screenshot shows a math application interface. On the left, there is a text input field with the prompt "Regn ut." and the expression $(4x + 8)(x + 2)$. Below the input field is a keyboard with a visible "x" key. On the right, there is a list of hints, each with a lock icon and a plus sign. The hints are: $(4x + 8)(x + 2)$, $4x \cdot x + 4x \cdot 2 + 8 \cdot x + 8 \cdot 2$, $4x^2 + 8x + 8x + 16$, $4x^2 + 16x + 16$, and $4x^2 + 16x + 16$. The last hint is highlighted in yellow and has a trophy icon next to it. At the bottom right, there is a navigation bar with a back arrow and a plus sign.

Figur 18: Skjermdump fra Karl Lav, oppgave 4.

På oppgave 4 (Figur 18) har han ikke kommet med noe eget løsningsforslag og har valgt å benytte seg av hintene for å se hvordan man skal gå frem for å løse en slik oppgave. På de oppgavene han valgte å benytte seg av hint hadde han ikke gjort noe forsøk på å løse oppgaven på egenhånd. Han stoppet heller ikke å bruke hint etter å ha fått se de første stegene i utregningene.

Både Guttorm Lav og Karl Lav brukte den ekstra funksjonaliteten tilbudt i de digitale verktøyene tilsynelatende ureflektert. De virket å anse funksjonaliteten som mer kompetent enn sin egen matematiske forståelse.

Elevenes bruk av spesifikke funksjoner ved de digitale verktøyene har blitt trukket frem i de foregående delkapitlene, men tas her frem som et eget punkt for å drøfte dets påvirkning på elevenes arbeid. Spesifikk funksjonalitet ble beskrevet som all funksjonalitet som gikk utover det digitale verktøyets innbakte og automatiske funksjonalitet, og i tillegg ikke er å regne som forventet å kunne bruke uten instruksjon. GeoGebras «løs»-funksjon og hint-funksjonen i Kikora er funksjoner som aktivt må benyttes av eleven og er verktøy som utvider programmenes virkeområde betydelig. Bruken av funksjonene, sammen med de øvrige kodekategoriene i undersøkelsen, vil kunne gi oss en indikasjon på hvordan elevene behandler de digitale verktøyene.

Det var Guttorm Lav og Karl Lav, elevene med lav måloppnåelse i matematikk, som aktivt benyttet seg av de spesifikke funksjonene. I tillegg viste de ingen tegn til å bruke en algebraisk forståelse av parentesene i oppgavene eller å benytte seg av den implisitt gitte informasjonen i oppgave 5. At de ikke benyttet disse fremgangsmåtene kan tenkes å ha en sammenheng med at elevene ikke hadde kontroll på de matematiske konseptene som ble presentert i oppgavene, og de ga uttrykk for usikkerhet rundt det matematikkfaglige under gjennomføringen av oppgavene. Usikkerheten kan ha speilet manglende ferdigheter i flere av de matematiske kompetanseområdene som ble undersøkt. Den hyppigere bruken av spesifikk funksjonalitet ved de digitale verktøyene hos de to elevene med lavere måloppnåelse kan være en følge av at de ikke føler de mestrer det faglige innholdet i oppgaven på egenhånd og søker til verktøyet for å finne løsning. I et slikt tilfelle kan det tenkes at de har en bedre utviklet hjelpemiddelskompetanse og lener seg på denne styrken under arbeidet med oppgavene.

Derimot var det stor forskjell i de to elevenes bruk av deres respektive digitale verktøy under arbeidet. Guttorm Lav som benyttet GeoGebra hadde en utelukkende utvidende bruk av sitt digitale verktøy, mens Karl Lav kun benyttet sitt verktøy i en støttende rolle. Denne forskjellen sammenfaller med forskjellen i prestasjon på de to elevene. Der Karl Lav ikke avga svar på oppgaver, benyttet Guttorm Lav seg av funksjonalitet ved GeoGebra som satte ham i stand til å fullføre alle de fire oppgavene og gi korrekt svar på to av dem. Dette kan indikere at GeoGebras funksjonalitetspakke, gjennom å gjøre det mulig å fullføre flere

oppgaver, sammenfaller med Gorayska et als (2001) beskrivelse av digitale verktøy i en utvidende rolle, og at GeoGebra kan tenkes å passe best som et miljø for å utføre algebra, for disse to elevene.

5.6 Oppsummerende diskusjon

Elevenes inkludering av det digitale verktøyet i sitt arbeid, enten i en utøvende eller en støttende rolle, som beskrevet av Gorayska et al (2001), samt bruk av spesifikk funksjonalitet i verktøyene virker å sammenfalle med elevenes evne til å se på oppgavene fra et strukturelt perspektiv, som kommer til syne gjennom behandlingen av parenteser i en algebraisk forstand (Naalsund, 2012; Sutherland, 1995). Bruk av verktøyene i en utvidende rolle viser til at eleven tar den strukturelle tilnærmingen, mens en hyppig bruk av spesifikk funksjonalitet peker på at elevene ikke er i stand til å se forbi de prosessuelle aspektene ved oppgavene og søker til verktøyet for å komme seg over hindringen. De gangene elevene benytter seg av verktøyet som en del av sin fremgangsmåte, uten bruk av hjelpende funksjonalitet ser vi at elevene oppnår høyere nivåer av forståelse for parentesene i oppgavene og det er her det inntreffer bruk av implisitt kunnskap slik det ble satt frem i sammenknyttingen av Chevallards (2007) fremstilling av implisitt kunnskap med Niss og Jensens (2003) beskrivelse av tankegangskompetanse.

Denne sammenslutningen av de forskjellige kategoriene og indikatorene tyder på at GeoGebra og Kikora kan tjene ulike formål. Der Kikora i større grad er avhengig av å bli integrert som en støtte til elevenes arbeid stod elevene som benyttet GeoGebra fritt i valget om de ønsket å benytte GeoGebra støttende eller utvidende. Kikoras hyppigere bruk i en støttende rolle kan ha virket stimulerende på elevenes bruk av høyere ordens tankegang og fremgangsmåter. På den annen side satte GeoGebra elevene i større grad i stand til å gjennomføre oppgavene. Selv om dette virker ønskelig; at elevene får flere rette svar, kommer det med en større bruk av GeoGebra som et utvidende verktøy, hvor elevene stoler på programmets behandling av matematikken fremfor å selv ha oversikt over hvilke elementer og operasjoner som er involvert.

6 Konklusjon

De to digitale verktøyene GeoGebra og Kikora ble vurdert til å ha forskjellige forutsetninger for bruk i undervisning. Men selv om GeoGebra ble vurdert til å være mindre egnet gjennomførte elevene som benyttet GeoGebra flere av oppgavene. De digitale verktøyene ble brukt i forskjellige roller av elevene. Denne ulikheten i bruksmåte kom også til uttrykk gjennom hvordan elevene arbeidet med det matematiske innholdet i oppgavene. Der GeoGebra hadde en mer utvidende funksjon gikk elevene mer metodisk til verks og jobbet prosessuelt og mer aritmetisk med oppgavene, mens elevene som benyttet Kikora hadde en større tendens til å se på oppgavens struktur i sitt arbeid.

Den sterke prestasjonen til elevene som benyttet GeoGebra kom tilsynelatende på bekostning av elevenes tilbøyelighet til å benytte seg av en algebraisk forståelse av parenteser og benytte GeoGebra i en støttende rolle. GeoGebra hadde flere likhetstrekk med digitale verktøy som blir beskrevet som *digitale verktøy for å gjøre algebra* (Drijvers et al., 2010) og satte tilsynelatende høyere krav til selvregulering av den matematiske forståelsen som ble anvendt under bruken av programmet. Spriket mellom den teoretiske vurderingen og de resultatene som ble avdekket om bruken av GeoGebra viser at vurderingsverktøyet for egnethet av digitale verktøy i undervisning må videreutvikles for å ta hensyn til flere dimensjoner ved verktøyene. GeoGebra vil muligens gjøre det svært godt i et læringsmiljø hvor fokuset er på anvendelser av matematiske begreper og objekter som allerede krever inngående forståelse og strukturell oversikt fra elevene, som for eksempel mekanikk og geometrisk bevisføring. Buchberger (1990) støtter denne tilnærmingen til bruk av det han kaller *black box*-implementasjoner av matematiske algoritmer i matematikkprogramvare. Han mener programmer som skjuler den aritmetiske metodikken fra brukeren av programvaren ikke passer i undervisningssekvenser hvor elevenes fokus er på innlæring av konsepter og ferdigheter. Derimot trekker han frem slike programmers inkludering når elevene har etter grundig gjennomgang av et tema har gjort enkle operasjoner til rutine. Da kan programmene ta over de kjente operasjonene og elevene kan fokusere på å studere det neste faglige området. Da vil kanskje GeoGebra's brede og utvidende funksjonalitet bidra til at elevene kan fokusere på sitt abstrakte, kognitive arbeid mens GeoGebra holder orden på og utfører basisoperasjoner.

Den teoretiske vurderingen av Kikora pekte på at Kikora ville være godt egnet til bruk i undervisningen og elevene som benyttet det under gjennomføringen av undersøkelsen viste at programmet ble brukt som en støttende del av elevenes arbeid mot å finne løsningen på oppgavene. Men elevene som benyttet Kikora arbeidet tregere og presterte samtidig svakere enn de som benyttet GeoGebra. Viktigheten av nivåtilpasning i oppgavene når elevene benyttet et program som var nærmere beskrivelsen av *digitale miljøer for å lære algebra* kom tydelig frem hos elevene, som lettere ga opp eller hoppet over oppgaver. Mulighetene for at programmet skal kunne integreres som en del av et undervisningsopplegg er til stede gjennom god vurdering- og tilbakemeldingsfunksjonalitet, men det virker som læreren må kunne vurdere når en slik inkludering i arbeidet skal finne sted, ut ifra hvilke egenskaper som ønskes fra et digitalt verktøy i den læringssituasjonen det blir vurdert å inkluderes i.

7 Litteraturliste

- Bogdan, R. G., & Biklen, S. K. (1992). *Qualitative research for education* (Andre utg.). Boston, MA: Allyn & Bacon.
- Brekke, G. (1995). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*: Nasjonalt læremiddelsenter.
- Bruner, J. S. (1972). Nature and uses of immaturity. *American Psychologist*, 27(8), 687.
- Buchberger, B. (1990). Should students learn integration rules? *SIGSAM Bull.*, 24(1), 10-17.
doi: 10.1145/382276.1095228
- Chevallard, Y. (2007). Implicit mathematics. I U. J. Gellert, E. (Red.), *Mathematisation and demathematisation. Social, philosophical and educational ramifications*. (s. 57-65). Rotterdam: Sense Publishers.
- Clements, D. H. (2000). From exercises and tasks to problems and projects: Unique contributions of computers to innovative mathematics education. *The Journal of Mathematical Behavior*, 19(1), 9-47.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2013). *Research methods in education*: Routledge.
- Davenport, J. H., Siret, Y., & Tournier, E. (1988). *Computer algebra* (Vol. 5): Academic Press London.
- Definition and Terminology Committee of the Association for Educational Communications and Technology. (2013). Definition. I A. Januszewski & M. Molenda (Red.), *Educational technology: A definition with commentary*: Routledge.
- Drijvers, P., Boon, P., & Van Reeuwijk, M. (2010). Algebra and technology. I P. Drijvers (Red.), *Secondary algebra education* (s. 179-202). Dordrecht: Sense Publishers.
- Drijvers, P., Goddijn, A., & Kindt, M. (2011). Algebra education: Exploring topics and themes *Secondary algebra education* (s. 5-26): Springer.
- Durning, S. J., Jr, A. R. A., Beckman, T. J., Graner, J., Vleuten, C. v. d., Holmboe, E., & Schuwirth, L. (2013). Does the think-aloud protocol reflect thinking? Exploring functional neuroimaging differences with thinking (answering multiple choice questions) versus thinking aloud. *Medical Teacher*, 35(9), 720-726.
- Ericsson, K. A., & Simon, H. A. (1993). *Protocol analysis. Verbal reports as data. Revised edition*. Cambridge, Ma: MIT Press.
- GeoGebra. (2016a). Geogebra. Hentet 01.04., 2016, fra <http://www.GeoGebra.org>

- GeoGebra. (2016b). Geogebra developer wiki. Hentet 22/5, 2016, fra <http://dev.geogebra.org/trac>
- GeoGebra. (2016c). Geogebra: Quickstart for desktop version. I I. G. Institute (Red.), <https://app.geogebra.org/help/geogebra-quickstart-en-desktop.pdf> (5.0 utg.). <http://www.geogebra.org/>: International GeoGebra Institute.
- Gorayska, B., Marsh, J., & Mey, J. (2001). Cognitive technology: Tool or instrument? *Cognitive Technology: Instruments of Mind*, 1-16.
- Gunnarsson, R., & Karlsson, A. (2014). *Brackets and the structure sense*. Paper presentert på MADIF 9-the Ninth Research Seminar of the Swedish Society for Research in Mathematics Education.
- Hattie, J. (2013). *Synlig læring* (1. utg.). Oslo: Cappelen Damm Akademisk.
- Hiebert, J. (1986). *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*: Routledge.
- Higgins, S., Xiao, Z., & Katsipataki, M. (2012). The impact of digital technology on learning: A summary for the education endowment foundation. *Durham, UK: Education Endowment Foundation and Durham University*.
- Hinde, R. (1971). Development of social behavior. *Behavior of nonhuman primates*, 3, 1-68.
- Hohenwarter, M., & Preiner, J. (2007). Dynamic mathematics with geogebra. *The Journal of Online Mathematics and Its Applications*, 7.
- IFI. (2015). Sanoma learning har inngått partnerskap med kikora: Institutt for informatikk.
- International Association for the Evaluation of Educational Achievement. (1997). Timss 1995 assessment. 2016, fra <http://timssandpirls.bc.edu/timss1995i/Items.html>
- Jarrett, D. (1998). Integrating technology into middle school mathematics: It's just good teaching: Northwest Regional Educational Laboratory.
- Johannessen, A., Tufte, P. A., & Christoffersen, L. (2010). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode. 4. Utgave*. Oslo: Abstrakt forlag.
- Jones, K. (2002). Research on the use of dynamic geometry software: Implications for the classroom. *MicroMath*, 18(3), 18-20.
- Kikora. (2016). [Http://www.Kikora.No/](http://www.Kikora.No/). Hentet 04.04, 2016
- Kunnskapsdepartementet. (2012). *Rammeverk for grunnleggende ferdigheter*. Utdanningsdirektoratet.
- Lagrange, J.-B., Artigue, M., Labrode, C. & Trouche, L. (2003). Technology and mathematics education: A multidimensional study of the evolution of research and innovation. I A.

- J. Bishop, Clements, M. A., Keitel, C., Kilpatrick, J. & Leung, F. K. S. (Red.), *Second international handbook of mathematics education. Part one.* (Vol. 10, s. 237-269).
Great Britain: Kluwer Academic Publishers.
- Lewis, C., & Mack, R. (1982). *Learning to use a text processing system: Evidence from thinking aloud protocols.* Paper presented at the Proceedings of the 1982 Conference on Human Factors in Computing Systems, Gaithersburg, Maryland, USA.
- Linchevski, L. (1995). Algebra with numbers and arithmetic with letters: A definition of pre-algebra. *Journal of Mathematical Behavior*, 14, 7.
- Lingefjård, T., & Holmquist, M. (2003). Datamaskinens rolle i utdanningen av matematikklærere. I B. Grevholm (Red.), *Matematikk for skolen* (s. 235-257). Bergen: Fagbokforlaget.
- Mangold. (2016). Interact®. Hentet 12.06, 2016, fra <https://www.mangold-international.com/en/software/interact>
- Markauskaite, L. (2006). Towards an integrated analytical framework of information and communications technology literacy: From intended to implemented and achieved dimensions. *Information research*, 11(3).
- Mattemaraton. (2015). 1. Mai går startskuddet -norges største matematikkonkurranse, mattemaraton 2015. <http://www.mattemaraton.no/presse/>.
- Maxwell, J. A. (2012). *Qualitative research design: An interactive approach: An interactive approach*: Sage.
- Moseley, D., Higgins, S., Bramald, R., Hardman, F., Miller, J., Mroz, M., . . . Williamson, J. (1999). Ways forward with ict: Effective pedagogy using information and communications technology for literacy and numeracy in primary schools.
- Naalsund, M. (2012). *Why is algebra so difficult?* PhD, University of Oslo, Oslo.
- Nielsen, J. (1994). Estimating the number of subjects needed for a thinking aloud test. *International journal of human-computer studies*, 41(3), 385-397.
- Niss, M. (2003). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: The danish kom project.* Paper presentert på 3rd Mediterranean conference on mathematical education.
- Niss, M., & Jensen, T. H. (2002). *Kompetencer og matematiklæring: Idéer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i danmark* (Vol. 18): Undervisningsministeriet.
- Norsk senter for forskningsdata. (2016a). Meldeplikttest. Hentet 31.05, 2016, fra <http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/meldeplikttest>

- Norsk senter for forskningsdata. (2016b). Personverombudet for forskning. Hentet 06.06, 2016, fra <http://www.nsd.uib.no/personvern/>
- OECD. (1999). *Measuring student knowledge and skills - a new framework for assessment*.
- Robson, C. (2002). *Real world research* (Second utg.). Oxford, UK: Blackwell Publishing.
- Ruthven, K., & Hennessy, S. (2002). A practitioner model of the use of computer-based tools and resources to support mathematics teaching and learning. *Educational studies in mathematics*, 49(1), 47-88.
- Rødnes, K. A., & Gilje, Ø. (2016). Grunnleggende ferdigheter *På tvers eller i fag?* Oslo: Universitetet i Oslo.
- SASCurriculumPathways. (2016). Sas curriculum pathways. <https://www.sascurriculumpathways.com/portal/#/about/who>: SAS Curriculum Pathways.
- SASinSchool. (2001). Software evaluation rubric. https://www.ncsu.edu/midlink/sw_eval_rubric.rtf.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational studies in mathematics*, 22(1), 1-36.
- Skolemagasinet. (2013). Kikora versjon 3 -programmet som garanterer elever bedre karakterer i matematikk lanseres i ny versjon. Skolemagasinet.no: Skolemagasinet.
- Smart®. (2016). [Http://education.Smarttech.Com/en/products/notebook/notebook-features](http://education.Smarttech.Com/en/products/notebook/notebook-features).
- Sutherland, R. (1995). Algebraic thinking: The role of the computer. *Technology in mathematics teaching - A bridge between teaching and learning*, 275-287.
- Säljö, R. (2010). Digital tools and challenges to institutional traditions of learning: Technologies, social memory and the performative nature of learning. *Journal of Computer Assisted Learning*, 26(1), 53-64.
- The Geometer's Sketchpad. (2016). The geometer's sketchpad. Hentet 12.06, 2016, fra <http://www.keycurriculum.com/>
- Utdanningsdirektoratet. (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag*. Hentet fra <http://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/>.
- Utdanningsdirektoratet. (2015). Revidert eksamensordning i matematikk. Hentet fra Udir.no website: <http://www.udir.no/Vurdering/Eksamen-videregaende/Endringer-og-overgangsordninger/Endringer/eksamensordning-skriftlig-eksamen-i-matematikk/>

- Van den Haak, M. J., & De Jong, M. D. (2003). *Exploring two methods of usability testing: Concurrent versus retrospective think-aloud protocols*. Paper presentert på Professional Communication Conference, 2003. IPCC 2003. Proceedings. IEEE International.
- Vavik, L., Andersland, S., Arnesen, T. E., Arnesen, T., Espeland, M., Flatøy, I., . . . Tuset, G. A. (2010). Skolefagsundersøkelsen 2009: Utdanning, skolefag og teknologi *HSH-rapport*.
- Welder, R. M. (2006). *Prerequisite knowledge for the learning of algebra*: Paper presented at the Hawaii International Conference on Statistics, mathematics and Related Fields.
- Welder, R. M. (2012). Improving algebra preparation: Implications from research on student misconceptions and difficulties. *School Science and Mathematics, 112*(4), 255-267.
- Wood, D., Bruner, J. S., & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving*. *Journal of child psychology and psychiatry, 17*(2), 89-100.
- Yen, P.-Y., & Bakken, S. (2009). *A comparison of usability evaluation methods: Heuristic evaluation versus end-user think-aloud protocol-an example from a web-based communication tool for nurse scheduling*. Paper presentert på AMIA.
- Yin, R. K. (2003). *Case study research: Design and methods* (Third utg.). USA: Sage publications.

8 Vedlegg

8.1 Vedlegg 1: Samtykkebrev

Informasjonsskriv om masteroppgave

” Hvordan støtter bruk av GeoGebra og Kikora læringsprosesser i undervisning av algebra?”

Du er invitert til å delta i denne undersøkelsen. I dette brevet er det informasjon til deg og dine foreldre om det å delta.

Bakgrunn og formål

Prosjektet er en del av en masteroppgave ved Instituttet for lærerutdanning og skoleforskning, Utdanningsvitenskapelig fakultet, Universitetet i Oslo. I studien vil jeg se på hvordan du tenker og begrunner det du gjør når du arbeider med digitale verktøy i algebraundervisning. Det vil delta seks elever i studiet.

Hva betyr deltakelse i studien?

Å delta i studien vil innebære å jobbe seg gjennom et oppgavesett med algebraoppgaver mens du forteller om og begrunner de valgene du tar for å løse oppgaven og hvordan du benytter det digitale verktøyet. Det du sier og gjør på skjermen vil bli tatt opp. Det er opptakene som blir analysert.

Hva skjer med informasjonen om deg?

All innsamlet data vil anonymiseres og bli behandlet konfidensielt. Det vil ikke samles inn personidentifiserende data utover hvilket faglig nivå du ligger på. Dersom det blir aktuelt å benytte sitater i oppgaven vil dette bli sendt til gjennomsyn før publikasjon av oppgaven. Prosjektet gjennomføres i henhold med Personvernombudets retningslinjer.

Frivillig deltakelse

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke tilbake samtykket ditt uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil alle opplysninger om deg bli slettet.

Dersom du ønsker å delta eller har spørsmål til studien, ta kontakt med meg, Torstein Mellem på tlf. 46898767 eller mail torsteme@student.uv.uio.no. Du kan også kontakte mine veiledere Fazilath Siddiq på f.s.ullah@ils.uio.no og Guri A. Nortvedt på g.a.nortvedt@ils.uio.no

Prosjektleder, dato

Samtykke til deltakelse i studien

Jeg har mottatt informasjon om studien og om at det er mulig å trekke tilbake samtykket mitt om jeg ombestemmer meg. Jeg er villig til å delta i studien "Hvordan støtter bruk av GeoGebra og Kikora læringsprosesser i undervisning av algebra?".

Navn i blokkbokstaver:

Signatur:

Prosjektdeltaker, dato

Signatur foresatt:

Prosjektdeltakers foresatte, dato

8.2 Vedlegg 2: Kodeguide

Kodeguide

Følgende koder er gjensidig utelukkende: Alge og Arit, Imp og Eks, Støt og Utvi. Det skal føres en av hver av de forannevnte, gjensidig utelukkende kodene for hver oppgave. Dersom kode Imp ikke blir benyttet, føres kode Eks.

Koden Funk er frekvensmålere og benyttes når deres hendelse opptrer.

Score0, Score1 og Score2 er også gjensidig utelukkende og tilskrives en oppgave avhengig av om den er henholdsvis ikke påbegynt, ukorrekt løst eller korrekt løst.

Opg1, Opg2, ..., Opg7 er gjensidig utelukkende og er intervall-målinger. Koden startes når eleven begynner med henholdsvis oppgave 1, oppgave 2, ... og oppgave 7. Koden avsluttes når neste oppgave påbegynnes.

Kode	Beskrivelse	Type	Klasse	Eksempel	Kategori
Arit	Eleven bruker parentes som en indikator for rekkefølge av operasjoner	Event	Parentesbruk	Regner $3(2+1) = 3*3$	Matematisk
Alge	Eleven bruker parentes som en operator	Event	Parentesbruk	At $3(2+1) = 3*2+3*1$	Matematisk
Imp	Eleven bruker kunnskap om informasjon som ikke er direkte gitt, men likevel nødvendig for å kunne løse den, i oppgaven	Event	Anvendt kunnskap	At $(x+1) = 5$ i likningen $3*(x+1) = 15$	Matematisk
Eks	Eleven bruker benytter bare den informasjonen som er eksplisitt gitt i oppgaven	Event	Anvendt kunnskap	Når det ikke er brukt implisitt kunnskap	Matematisk
Funk	Eleven benytter en spesifikk funksjonalitet ved det digitale verktøyet	Event	Funksjonalitet	Bruker hint i Kikora, «løs»-funksjonen i GeoGebra, etc. Ikke egenskaper som er en hoveddel av	IKT

				utformingen til programmet (f.eks. ekvivalenssjekk for linjer i Kikora).	
Støt	Det digitale verktøyet bidrar i elevens valgte løsningsmetode	Event	Funksjonalitetsbidrag	«Så hvis jeg gjør ... Okai, da må jeg ...»	IKT
Utv	Det digitale verktøyet gir eleven svaret uten at eleven gjør seg noen tanker rundt dette, eller lar eleven fullføre oppgaver eleven gir uttrykk for å ikke få til	Event	Funksjonalitetsbidrag	«Det er sikkert riktig», «Denne skjønner jeg ikke, men jeg skriver inn og ser hva som skjer»	IKT
Score0	Eleven gjør inget forsøk på oppgaven	Event	Score		Korrekthet
Score1	Eleven får feil svar på oppgaven	Event	Score		Korrekthet
Score2	Eleven får rett svar på oppgaven	Event	Score		Korrekthet
Opg1	Eleven jobber med oppgave 1	Intervall	Oppgave		Oppgave
Opg2	Eleven jobber med oppgave 2	Intervall	Oppgave		Oppgave
Opg3	Eleven jobber med oppgave 3	Intervall	Oppgave		Oppgave
Opg4	Eleven jobber med oppgave 4	Intervall	Oppgave		Oppgave
Opg5	Eleven jobber med oppgave 5	Intervall	Oppgave		Oppgave
Opg6	Eleven jobber med oppgave 6	Intervall	Oppgave		Oppgave
Opg7	Eleven jobber med oppgave 7	Intervall	Oppgave		Oppgave

8.3 Vedlegg 3: Meldeplikttest

Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS
NORWEGIAN SOCIAL SCIENCE DATA SERVICES



Harald Hørlags gate 29
N-5007 Bergen
Norway
Tel: +47-55 58 21 17
Fax: +47-55 58 96 50
nsd@nsd.uib.no
www.nsd.uib.no
Org.nr. 985 321 884

RESULTAT AV MELDEPLIKTTTEST: IKKE MELDEPLIKTIG

Du har oppgitt at hverken direkte eller indirekte personopplysninger skal registreres i forbindelse med prosjektet.

Når det ikke registreres personopplysninger, omfattes ikke prosjektet av meldeplikt, og du trenger ikke sende inn meldeskjema til oss.

Vi gjør oppmerksom på at dette er en veiledning basert på hvilke svar du selv har gitt i meldeplikttesten og ikke en formell vurdering.

Til info: For at prosjektet ikke skal være meldepliktig, forutsetter vi at alle opplysninger som registreres elektronisk i forbindelse med prosjektet er anonyme.

Med anonyme opplysninger forstås opplysninger som ikke på noe vis kan identifisere enkeltpersoner i et datamateriale, hverken:

- direkte via personentydige kjennetegn (som navn, personnummer, epostadresse el.)
- indirekte via kombinasjon av bakgrunnsvariabler (som bosted/institusjon, kjønn, alder osv.)
- via kode og koblingsnøkkel som viser til personopplysninger (f.eks. en navneliste)
- eller via gjenkjennelige ansikter e.l. på bilde eller videoopptak.

Vi forutsetter videre at navn/samtykkeerklæringer ikke knyttes til sensitive opplysninger.

Med vennlig hilsen,

NSD Personvern

8.4 Vedlegg 4: Software Evaluation Rubric

Software Evaluation Rubric Researched and Developed by Kristin Miller and Jacqueline Bach, SAS inSchool Interns, Summer, 2001 (May be reproduced for classroom use as long as no fee is charged and SAS inSchool http://www.SASinSchool.com is cited as the source.)				
	Unsatisfactory - 1	Needs Improvement - 2	Good - 3	Exemplary - 4
Instructional Content	<ul style="list-style-type: none"> Information is inaccurate, incomplete or outdated Facts do not come from reliable sources or sources are not identified Little or no overall context for information Purpose is unclear Content focuses entirely on fundamental concepts, rote memory, or recitation of facts; no provision for moving students to higher levels of thinking by applying what is learned 	<ul style="list-style-type: none"> Information is not always accurate, complete or current Facts come from questionable sources Content is not related to larger context Content lacks sense of purpose or central theme Content focuses on fundamental concepts and rarely engages students in higher levels of thinking; students are rarely asked to apply what they learn 	<ul style="list-style-type: none"> Information is accurate and most is complete and current Facts usually come from reliable sources which are clearly identified Content is usually related to larger context General purpose is identified Content provides some activities which encourage higher levels of thinking; students are frequently asked to apply what they have learned 	<ul style="list-style-type: none"> Information is accurate, complete, and current Facts come from reliable sources which are clearly identified Content and context are consistent with the theme All information relates to the stated purpose and learning goals Content moves learners beyond the basics and encourages higher levels of thinking; students are engaged in applying what they learn
Curriculum Connections	<ul style="list-style-type: none"> National and/or state standards are not accessible within the product and there are no apparent links to the learning activities No prerequisite knowledge requirements are given No real world examples are given 	<ul style="list-style-type: none"> National and/or state standards are not located within the product but some relation to standards is apparent Lists some prerequisite knowledge necessary for success Uses some real world examples to make the instruction relevant for the learner Complies with some subject based guidelines 	<ul style="list-style-type: none"> National and/or state standards are sometimes available and may be linked to lessons Outlines prerequisite knowledge necessary for success Uses many real world examples to make the instruction relevant for the learner Complies with most subject based guidelines 	<ul style="list-style-type: none"> National and state standards are accessible within the product and may be easily linked to lessons Lists all prerequisite skills Uses all real world examples to make the instruction relevant for the learner Complies with all subject based guidelines

Graphics and Multimedia	<ul style="list-style-type: none"> • Graphics are absent, poorly placed, or fail to assist learning • Background and text are not compatible and text is difficult to read • Graphics are inconsistent, inappropriate, and do not enhance learning • Poor use of color • Gratuitous animation with no relation to learning goals • Multimedia is superfluous and often gets in the way of purpose and learning goals 	<ul style="list-style-type: none"> • Graphics minimally support learning • Background and text are frequently incompatible and text is often difficult to read • Graphics are not always consistent or appropriate • Colors are used somewhat ineffectively • Animation rarely complements learning • Multimedia seems unrelated to purpose and learning goals 	<ul style="list-style-type: none"> • Graphics are intended to assist learning • Background and text are usually pleasing, compatible and legible • Most graphics are consistent and appropriate in design • Colors are used in a somewhat effective way • Animation often complements learning • Multimedia is sometimes unrelated to purpose and learning goals 	<ul style="list-style-type: none"> • Graphics are well designed and rendered to enhance learning • Background and text are pleasing, compatible and easy to read • Graphics are consistent, appropriate and designed to optimize learning • Colors are used in an effective way • Animation always complements learning • Multimedia appears to be directly related to stated purpose and learning goals
Lay-out	<ul style="list-style-type: none"> • Layout is confusing • Learners cannot navigate through the information to find what they need • Layout is illogical and unpredictable • Layout is inconsistent 	<ul style="list-style-type: none"> • Layout is not intuitive • Layout is difficult to navigate • Layout is frequently illogical • Layout is frequently inconsistent 	<ul style="list-style-type: none"> • Layout is clear but learners sometimes need help to find necessary features • learners can usually navigate through the information to find what they need • Layout is logical in most cases, but sometimes confusing • Layout is frequently consistent, but occasionally confusing 	<ul style="list-style-type: none"> • Layout is clear and intuitive; learners can always find what they need • It is easy to navigate through the information to find necessary features • Layout is logical • Layout is consistent on all pages
Technical Aspects	<ul style="list-style-type: none"> • Links do not work properly • Specific browser needed to view pages, but no directions are available for users to download appropriate browser • Multimedia resources do not work • Web site is often down or unreliable; software installation often results in aborted efforts or conflicts 	<ul style="list-style-type: none"> • Not all links work properly • Pages work in only one browser, but directions and links are provided so users can download appropriate browser • Multimedia resources work some of the time • Web site is unreliable or software is hard to install properly 	<ul style="list-style-type: none"> • Most links work properly • Most pages work in most browsers • Multimedia resources work most of the time • Users are able to access web site or install software with minimal effort 	<ul style="list-style-type: none"> • All links work properly • Pages work in most common browsers: Netscape and Internet Explorer • All multimedia resources work at all times • Users are able to access web site or install software with ease • Clear and complete directions are available for access or installation

Adaptability and Accessibility	<ul style="list-style-type: none"> • Pictures and icons do not have ALT tags • Paragraphs and sections have unclear and inaccurate informative headings • Clear and clean fonts are not used • Content is not culturally diverse • Content does not accommodate unique learning styles and various ability levels 	<ul style="list-style-type: none"> • Few pictures and icons have ALT tags • Some paragraphs and sections have clear and accurate informative headings • Clear and clean fonts are used consistently some of the time • Some content is culturally diverse • Some content accommodates unique learning styles and various ability levels 	<ul style="list-style-type: none"> • Most pictures and icons have ALT tags • Most paragraphs and sections have clear and accurate informative headings • Clear and clean fonts are used consistently most of the time • Content includes some culturally diverse features • Most content accommodates unique learning styles and various ability levels 	<ul style="list-style-type: none"> • Hyperlinks have ALT tags for rollover to assist sight-impaired learners • Paragraphs and sections have clear and accurate informative headings • Clear and clean fonts are used consistently • Content is culturally diverse • Product accommodates unique learning styles and various ability levels
Learner Engagement	<ul style="list-style-type: none"> • Does not require learners to become actively engaged • Text and documents do not employ multimedia enhancements to make learning interactive • Does not provide feedback throughout the instruction • Does not motivate the learner 	<ul style="list-style-type: none"> • Sometimes requires learners to become actively engaged • Text and documents sometimes employ multimedia enhancements to make learning interactive • Provides minimal feedback throughout the instruction • Rarely motivates learner to continue learning 	<ul style="list-style-type: none"> • Usually requires learners to become actively engaged • Text and documents usually employ multimedia enhancements to make learning interactive • Provides some feedback throughout the instruction • Often motivates the learner to continue learning and master concepts 	<ul style="list-style-type: none"> • Always requires learners to become actively engaged in order to learn • Text and documents always employ multimedia enhancements to make learning interactive • Provides appropriate feedback throughout the instruction • Keenly motivates the learner to continue learning and master concepts
Teacher and Learner Support Materials	<ul style="list-style-type: none"> • Program provides little or no help to the teacher or the student • Tech support is inadequate or unreliable • Program does not offer support materials or outside means of reinforcement • Teachers and students are not able to track progress 	<ul style="list-style-type: none"> • Program offers limited options for help • Program offers online support only • Student support materials are limited and do not relate directly to the lesson • Teachers and students can sometimes track a student's progress through feedback or other documentation 	<ul style="list-style-type: none"> • Program offers various forms of help for the student but may not be quickly accessible • Program often provides ways to reach tech support • Program provides student with additional websites which relate to the lesson • Teachers and students can frequently track a student's progress through feedback or other 	<ul style="list-style-type: none"> • Program offers help at any stage • Provides various ways to reach technical support • Program provides students with additional resources such as web sites, bibliographies, etc. which are suitable to lesson • Teachers and students can easily track a student's progress through feedback or other documentation

			documentation	
Assessment	<ul style="list-style-type: none"> Assessment is inappropriate or unavailable and does not produce an accurate account of student learning It is not clear how to assess the learning in this product 	<ul style="list-style-type: none"> Assessment is inappropriate or unrelated to learning goals and rarely engages learners Teachers must develop their own assessments 	<ul style="list-style-type: none"> Assessment is usually challenging and appropriate enough to engage learners Teachers can assess students' progress using established methods of assessment 	<ul style="list-style-type: none"> Assessment methods are challenging, appropriate, and suited to learning goals Teachers can easily assess students' progress by evaluating the outcomes provided within the product
Age/Grade Level	<ul style="list-style-type: none"> Reading level is not appropriate for target audience Product is not suitable for the age and grade level Directions are inadequate and incomplete 	<ul style="list-style-type: none"> Reading level is often too difficult or too easy for target audience Many features are unsuitable for the age and grade level Directions are sometimes unclear or ambiguous 	<ul style="list-style-type: none"> Reading level is appropriate for target audience, but some portions may be too easy or too difficult Most features are suitable for the age and grade level Most directions are clear, but some are ambiguous or confusing 	<ul style="list-style-type: none"> Reading level is appropriate for target audience Product is suitable for the age and grade level Directions are clear and complete enough for students to perform required tasks
Flexibility	<ul style="list-style-type: none"> Learners are unable to save at regular intervals Cannot be integrated into classroom activities It is unclear how this program would be used with students; contains no guidelines or suggestions for alternative classroom settings 	<ul style="list-style-type: none"> Learners can save at some point but can not re-enter the instruction without difficulty Some aspects of the software can be integrated into classroom activities Few lessons can be used in a variety of classroom settings; Includes few suggestions for altering instruction for whole class, individual, or group experiences 	<ul style="list-style-type: none"> Learners can save at some point and can usually re-enter the instruction easily Most aspects of the software can be integrated into classroom activities The program includes suggestions for use in whole class instruction, individual, or group learning experiences 	<ul style="list-style-type: none"> Learners can save at regular intervals and re-enter the instruction at any point All aspects of the software can be easily integrated into classroom activities The program features activities for use in whole class instruction, individual, or group learning experiences
<p>Scale: 40-44= Exemplary 35-39=Good 30-34=Satisfactory Below 30=Unacceptable for Classroom Use</p>				