

Rapport

Norsk matematikkråds forkunnskapstest 2011

**Guri A. Nortvedt
Universitetet i Oslo**

Norsk matematikkråd
<http://matematikkradet.no/>
styret@matematikkradet.no

ISBN: 978-82-90904-970
Oslo

© Norsk matematikkråd 2012

Materialet i denne publikasjonen er omfattet av åndsverklovens bestemmelser. Uten særskilt samtykke med matematikkrådet ved styret er eksemplarfremstilling og tilgjengeliggjøring kun tillatt i den utstrekning det er hjemlet i lov eller tillatt gjennom avtale med Kopinor, interesseorgan for rettighetshavere til åndsverk. Fremstilling til eget bruk er dog tillatt.

INNHold

1. Innledning.....	4
1.1 Gjennomføringen av 2011-undersøkelsen	5
1.2 Oppsummering av resultatene fra 2011	6
2. Metode.....	7
2.1 Utvalget	7
2.2 Testen	9
2.3 Gjennomføring	9
2.4 Prosedyrer.....	10
3. Resultater.....	11
3.1 Noen forbehold angående sammenligning over tid.....	11
3.2 Hvor dyktige var begynnerstudentene i 2011?.....	11
3.3 Sammenhenger mellom resultater og bakgrunn.....	13
3.4 Totalresultat og studievalg	14
3.4 Totalresultat og kjønn.....	16
3.5 Totalresultat og alder.....	21
3.6 Totalresultat og kalkulatorbruk	21
4. Resultater for grupper av oppgaver.....	25
4.1 Ankeroppgaver – oppgaver som har vært med siden 1984.....	25
4.2 Grupper av oppgaver.....	28
5. Lærerstudentene	29
5.1 Hvilken bakgrunn hadde lærerstudentene	29
6. Ingeniørstudentene	32
6.1 Sammenhenger mellom bakgrunn og dyktighet.....	33
7. Hvordan gikk det på «Dahl skole»?	34
8. Holdningsvariablene.....	36
8.1. Interesse for å lære matematikk	36
8.2 Sammenheng mellom holdninger til matematikk og resultater på forkunnskapstesten.....	37
9. Avsluttende kommentarer	38
Referanser.....	39

1. Innledning

Norsk matematikkråd gjennomførte i 1984 sin første test av begynnerstudenters forkunnskaper i matematikk. Siden har forkunnskapstesten jevnlig¹ vært gjennomført med begynnerstudenter ved norske universiteter og høyskoler.

Matematikkrådets test er ikke en generell matematikkundersøkelse. Testen måler basiskunnskaper og -ferdigheter som dekkes av den obligatoriske matematikkundervisningen i norsk grunnskole og gjennomføres uten bruk av lommeregner og andre hjelpemidler. Temaene som undersøkes er:

- regneferdighet
- tall- og figurforståelse
- algebraforståelse
- vurdering av tallstørrelser
- analytisk evne
- kombinasjonsevne

Undersøkelsen representerer ikke en test av den enkelte student og heller ikke en evaluering av de ulike høyskoler eller universiteter som deltar. Studentene har 40 minutter til rådighet til å løse oppgavene i testen og i tillegg noen minutter til å besvare spørsmålene om bakgrunn og holdninger. Det sier seg selv at med et slik begrenset omfang, er det bare deler av kunnskapsnivået hos dem som begynner på matematikkrevende studier som testes.

Testen som ble brukt i 1984, var mer omfattende enn den testen som har blitt brukt de siste årene. I 2001 reviderte Norsk matematikkråd testen, og siden 2001 har denne utgaven av testen vært brukt ved gjennomføring (annethvert år), det vil si med uendrede oppgaver. Et utvalg av disse oppgavene («ankertesten») har vært med siden den første gjennomføringen og gjør det mulig til en viss grad å sammenligne resultatene tilbake til 1980-tallet. Det finnes ingen annen undersøkelse som følger utviklingen av norske begynnerstudenters ferdigheter i matematikk over en tilsvarende periode. Sammenligning over tid og mellom ulike studentgrupper er imidlertid vanskelig, dels fordi testen ble revidert, men i hovedsak fordi utvalget som deltar endres fra år til år. I de første undersøkelsene var det en større andel studenter fra de virkelig ”matematikk-tunge” studiene (sivilingeniører og realister) enn det har vært ved senere gjennomføringer.

Siden Matematikkrådet med sin test konsentrerer seg om basiskunnskaper på ungdomsskolenivå og testen gis til begynnerstudenter i det øyeblikket de starter matematikkundervisningen i sine universitets- eller høgskolestudier, bør ikke faglige endringer i læreplaner og kursoppsett spille noen vesentlig rolle for resultatene. Samtidig har innføring av lommeregneren endret matematikkundervisningen siden 1984, og at det derfor ikke er overraskende at dagens studenter gjør det svakere på en lommeregnerfri-test enn det tilsvarende studentgrupper gjorde for nesten 30 år siden.

Likevel er det grunn til bekymring. Den sterkeste studentgruppen i 2011 skårte klart under gjennomsnittet fra 1984, og enkelte studentgrupper hadde resultater som er direkte foruroligende: Man forventer at lærere og økonomer skal ha et aktivt og trygt forhold til tall og talloperasjoner, men både studenter på Lærer 1 - 7 og økonomistudenter har i gjennomsnitt løst under 1/3 av oppgavene på testen korrekt.

¹ Testen ble en periode på 1990-tallet ikke gjennomført.

1.1 Gjennomføringen av 2011-undersøkelsen

Til sammen 6044 begynnerstudenter fra 23 institusjoner tok forkunnskapstesten studieåret 2011/2012. Fordi noen av lærerutdanningene har lagt matematikkundervisningen til vårsemesteret, tok noen av lærerstudentene testen ved oppstart av dette semesteret. Alle andre studenter tok testen ved semesterstart høsten 2011. Testen ble administrert og rettet av de tilsatte ved institusjonene som siden sendte dataene til matematikkrådet.

De samme bakgrunnsvariablene (parametrene) som er brukt ved tidligere gjennomføringer ble brukt ved gjennomføringen i 2011: kjønn, alder, utdanningsvei (se nedenfor), bakgrunn fra videregående skole og kalkulatorbruk. Med unntak av ved gjennomføringen i 2009 har studentene også svart på et spørsmål om holdning til matematikk. Dette er revidert før gjennomføringen i 2011: en gruppe spørsmål om studentenes holdninger til matematikk basert på spørsmål fra PISA-undersøkelsen² er tatt i bruk. Disse presenteres i et eget kapittel.

Mens det tidligere for mange fagfelt var klare skiller mellom de utdanningene som ble tilbudt ved universiteter og høyskoler, er dette skillet mindre tydelig i dag. Noen høyskoler har oppnådd universitetsstatus, et universitet og en høyskole er slått sammen, og i tillegg tilbyr mange institusjoner kurs de ikke har tilbudt tidligere. På grunn av disse endringene i studietilbud og utdanningsmønstre valgte matematikkrådet ved gjennomføringen av testen i 2009 å forenkle parameteren ”utdanningsvei” i forhold til tidligere undersøkelser. Denne inndelingen ble brukt også i 2011. Studentene ble delt i følgende grupper:

Brukerkurs: Dette er typisk innføringskurs ved universitetene for studenter som ønsker å spesialisere seg i de mindre matematikkrevende realfagene. Kursene bygger som regel på R1 eller kombinasjonen S1-S2 fra videregående skole.

Kalkulus: Dette er typisk innføringskurs ved universitetene for studenter som ønsker å spesialisere seg i de mer matematikkrevende realfagene. Kursene bygger som regel på R2 fra videregående skole.

Ingeniør: Begynnerkurs ved ingeniørhøgskolene.

Sivilingeniør: Begynnerkurs ved sivilingeniørutdanninger (vi har valgt å beholde den gamle betegnelsen).

Økonomi: Dette er typisk innføringskurs i matematikk ved bachelor-utdanninger i økonomi og administrasjon. Slike kurs har tradisjonelt vært gitt ved høyskolene.

Siviløkonom: Innføringskurs i matematikk ved siviløkonomutdanninger.

Lærer 1 – 7: Innføringskurs i matematikk ved grunnskolelærerutdanning for lærere som skal undervise på barneskolen. For disse studentene er kun 30 studiepoeng matematikk obligatorisk.

Lærer 5 – 10: Innføringskurs i matematikk ved grunnskolelærerutdanning for lærere som skal undervise på mellomtrinnet og ungdomsskolen. Studentene må gjennomføre minst 60 studiepoeng matematikk

² Programme for International Student Assessment, OECD: www.oecd.org/pisa

Annet: Som det er redegjort for i metodekapitlet, var det ved gjennomføringen i 2011 288 studenter som gikk på matematikkurs som ikke faller naturlig under et av tilbudene på forrige side.

1.2 Oppsummering av resultatene fra 2011

Hovedresultatet fra 2011-undersøkelsen er at forkunnskapene til begynnerstudentene lå på samme nivå som ved de siste gjennomføringene og dette nivået er stabilt – om enn noe lavere enn man kunne ønske seg.

Mange studenter vil kunne oppleve å streve med matematikkfaget i sine studier på grunn av svake forkunnskaper. Matematikkrådet er blant annet bekymret for nivået på forkunnskaper hos de studentene som skal bli lærere på barnetrinnet i grunnskolen og for økonomistudentene. Disse to gruppene hadde de svakeste resultatene på forkunnskapstesten.

Ved gjennomføringen i 2011 ble det observert at studentene i noe mindre grad bruker kalkulator når de gjør beregninger enn det studentene har rapportert ved tidligere gjennomføringer. Det er for tidlig å avgjøre om dette er en trend, men det vil være interessant å se om denne tendensen vedvarer. Studenter som har moderat bruk av lommeregner når de gjør beregninger, hadde ved gjennomføringen i 2011 høyere gjennomsnittlig poengsum på forkunnskapstesten enn studenter med mer hyppig kalkulatorbruk. Dette er samme mønster som ved tidligere gjennomføringer.

Begynnerstudenter med full fordypning³ i matematikk fra videregående opplæring hadde de beste resultatene på forkunnskapstesten. Disse studentene hadde signifikant bedre resultater enn andre studenter. På mange studietilbud har en høy andel av studentene slik fordypning, dette kan være en av årsakene til at studentene som begynner på disse studietilbudene har bedre gjennomsnittlig poengsum på forkunnskapstesten. Sivilingeniørstudentene har tradisjonelt hatt de høyeste poengsummene på forkunnskapstesten. Blant disse studentene har så godt som alle full fordypning i matematikk fra videregående skole.

Høsten 2011 ble begynnerstudentene bedt om å ta stilling til fem påstander om matematikk og det å lære matematikk. Resultatene viser at de aller fleste studentene (75 %) liker matematikk og at en enda høyere andel mener matematikk er et viktig fag. De studentene som er mest enige i påstandene, det vil si mest enige i at de liker matematikk og at matematikk er et viktig fag, hadde høyere resultater på testen enn studenter som var mindre enige i påstandene.

³ Studenter som har gjennomført begge fordypningskursene R1 og R2 eller, dersom det er eldre studenter, 2MX og 3MX.

2. Metode

Norsk matematikkråds forkunnskapstest er en undersøkelse der man vurderer studentenes forkunnskaper i matematikk. Før semesterstart høsten 2011 ble forespørsel om deltagelse i undersøkelsen sendt til samtlige høyskoler og universitet med ”matematikk-krevende studier”. Som et matematikk-krevende studium regnes utdanninger der studentene leser matematikk⁴ tilsvarende minst ett års studium. Typiske studietilbud med et slik matematikkomfang er lærer-, ingeniør-, og økonomiutdanninger samt realfagsutdanninger⁵.

Hver institusjon fikk tilsendt testen, instruks for gjennomføring og rapportering samt et regneark for rapportering av resultater. Institusjonene har selv mangfoldiggjort og gjennomført testen samt sørget for å skåre og rapportere besvarelser for sine studenter. Frist for rapportering var satt til 15. september, men ble siden forlenget til medio oktober.

Institusjonene gjennomførte undersøkelsen i en av de første undervisningstimene studentene hadde i høstsemesteret 2009. Undersøkelsen er gjort med studenter i første studieår. Ved noen utdanninger starter matematikkursene i et annet studieår enn første studieår. Testen tas da det året studentene starter sine matematikkurs. Ved enkelte institusjoner starter lærerstudentene sine matematikkurs i vårsemesteret. Et lite utvalg høyskoler gjennomførte derfor forkunnskapstesten ved semesterstart våren 2012. Resultatene til disse studentene er tatt med i analysene sammen med resultatene til studentene som startet sine matematikkurs og gjennomførte testen ved semesterstart høsten 2011.

2.1 Utvalget

Totalt har 23 institusjoner sendt inn resultater for 6044 studenter (se tabell 1) fordelt på 49 % universitets- og 48 % høyskolestudenter⁶. Det er en overvekt av mannlige studenter i utvalget, med 3791 menn og 2234 kvinner. Antall studenter ved den enkelte institusjon varierte sterkt, fra 14 deltagende studenter ved den minste enheten til nærmere 1600 ved den største, i snitt deltok 263 studenter fra hver institusjon.

Andelen kvinner og menn på de enkelte institusjonene varierte også, med en overvekt av menn på de fleste institusjonene. Kun ved syv av de deltagende institusjonene var det en overvekt av kvinner som har deltok i undersøkelsen. Fem av disse institusjonene deltok med små utvalg, det vil si færre enn 100 studenter.

Antall institusjoner som sender inn data for sine studenter, varierer fra gjennomføring til gjennomføring. I tillegg er det variasjon med hensyn til hvor mange høyskoler og universiteter som tilbyr en studieretning. Svært mange høyskoler tilbyr lærer- og ingeniørutdanning, få tilbyr sivilingeniør- eller siviløkonomiutdanning. Dette gjenspeiles også i hvor mange som faktisk kan delta i matematikkrådsundersøkelsen. Antall institusjoner som sendte inn data for sine begynnerstudenter for hver utdanningsvei og fordelingen av studenter på de ulike tilbudene, fremgår av tabell 2. Tabell 2 viser for eksempel at elleve institusjoner gjennomførte undersøkelsen med sine ingeniørstudenter, til sammen 1537 studenter. Samtidig sendte syv institusjoner inn data for studenter ved Lærer 1 – 7, til sammen 356 studenter. Dette betyr at resultatene for lærerstudentene er mindre pålitelige siden dette er en mindre andel av

⁴ Med matematikk forstås her også matematikdidaktikk.

⁵ Med unntak av studentene på lærerutdanning 1 – 7. For disse studentene er det obligatorisk med 30 studiepoeng matematikk og matematikdidaktikk, det vil si et havt år.

⁶ For 167 studenter er type lærested ikke oppgitt.

populasjonen og færre institusjoner deltok. Det presisteres at når resultatene skal tolkes bør størrelsen på utvalget samt hvor mange institusjoner som deltok, tas i betraktning.

Tabell 1. Fordeling av begynnerstudenter på de ulike institusjonene

Institusjon	Menn	Kvinner	Totalt
1	346	188	534
2	21	45	66
3	52	19	71
4	1038	538	1581
5	146	164	310
6	229	250	479
7	223	53	278
8	132	102	234
9	132	66	199
10	23	39	62
11	46	24	70
12	258	44	304
13	303	104	408
14	3	11	14
15	4	28	33
16	55	47	106
17	122	42	164
18	25	3	28
19	198	134	332
20	238	232	470
21	177	67	246
22	14	7	21
23	6	27	33
N	3791	2234	6044

Note: 19 studenter oppga ikke kjønn, totalt antall studenter er derfor høyere enn summen av mannlige og kvinnelige studenter ved noen institusjoner.

Tabell 2. Fordeling av studenter på de ulike begynnerkurs/utdanningsveier

Utdanningsvei	Antall institusjoner	Laveste antall studenter	Høyeste antall studenter	Antall studenter	Mann	Kvinne	% av utvalget
Brukerkurs	5	7	177	419	204	213	7
Kalkulus	6	14	358	626	439	187	10
Ingeniør	11	28	270	1537	1298	236	25
Siv.ing	3	19	1259	1327	895	428	22
Økonomi	6	23	267	686	318	364	11
Siv.øk	3	14	332	489	283	204	8
Lærer 1 – 7	7	5	160	356	63	293	6
Lærer 5 – 10	8	14	114	316	127	189	5
Annet	5	6	113	288	164	120	5
N				6044	3791	2234	100

Note 1: Ved flere institusjoner var studenter fra flere linjer/kurs samlet i samme matematikkurs.

Note 2: Enkelte institusjoner rapporterte færre enn fem studenter på en utdanningsvei. I disse tilfellene er institusjonen ikke tatt med i denne tabellen. Totalt finnes 13 tilfeller der en institusjon rapporterte å ha 1, 2, eller 3 studenter på et tilbud. Mange av disse kan være feilregistreringer.

Ikke alle begynnerstudenter kommer rett fra videregående utdanning, men den største andelen av studenter i utvalget var i alderen 17 – 20 ved gjennomføringen (se tabell 3). Studentene i denne aldersgruppen begynner i høyere utdanning direkte eller kort tid etter fullført videregående opplæring. Dersom studentene var eldre, var det svært sannsynlig at de var mellom 21 og 25 år. Kun en liten andel av studentene var eldre enn 25 år, færre enn 10 % av utvalget var 26 år eller eldre. I alle gruppene var en hovedvekt av menn.

Tabell 3. Aldersfordeling i utvalget

Aldersgruppe	Mann	Kvinne	Totalt	%
17 – 20	1991	1353	3344	55
21 – 25	1371	665	2036	34
26 – 35	343	147	490	8
36 eller eldre	82	52	135	2
N	3791	2234	6025	100

Note: 19 studenter unnlot å oppgi enten alder og/eller kjønn

2.2 Testen

Testen som ble brukt i 2011 er identisk med den testen som er brukt ved gjennomføringene av matematikkrådets forkunnskapstest i perioden 2001 til 2011. Alle studentene ble bedt om å oppgi bakgrunnsdata som kjønn, alder og nivå på forutdanning. I tillegg ble studentene bedt om å besvare spørsmål om kalkulatorbruk og holdninger til matematikk før de løste oppgavene i selve testen.

Testkonstruktet for matematikkrådstesten er ”forkunnskaper”. Selve testen bestod av 22 delspørsmål (items) fordelt på 16 oppgaver. Oppgavene er laget for å måle studentenes forkunnskaper i form av grunnleggende tallbegreper og regneferdigheter, algebraforståelse og analytisk evne. Oppgavene er hentet fra kunnskapsområdet som vanligvis dekkes av ungdomsskolens fagplan i matematikk, og studentene ble for eksempel bedt om å regne oppgaver i brøk, prosent og volum. Flere av oppgavene måler begrepsforståelse. I og med at testen kun inneholder 22 delspørsmål vil resultater innenfor hvert emneområde være mindre pålitelig enn samlede resultater. Samlet har testen en reliabilitet⁷, målt med Cronbach’s alpha, på .834. Dette er tilstrekkelig høyt til at man kan gjøre sammenligninger basert på totalskår (Cohen, Cohen, West, & Aiken, 2003). Dette sammen med verdiene for enkeltoppgavene gjør at vi kan si at matematikkrådstesten er en både reliabel og valid test av forkunnskaper⁸.

2.3 Gjennomføring

Hver institusjon har utpekt en ansvarlig person for gjennomføring og rapportering av resultater. Vedkommende har enten stått for alt arbeidet selv, eller tilrettelagt for at tilsatte ved institusjonen gjennomførte og rapporterte resultater for sine studenter. Ved gjennomføring av testen ble studentene gjort oppmerksomme på at undersøkelsen er anonym og at resultater ikke kan tilbakeføres til den enkelte student eller institusjon⁹. Det ble presisert at hensikten med testen er å gi et bilde av nivået på forkunnskaper hos begynnerstudenter på matematikkrevende studier, på et nasjonalt nivå.

⁷ Reliabilitet kan oversettes løst som «pålitelighet» og er et mål på hvor konsistent testen måler. Cronbachs’s alpha coefficient er beregnet ved å ta gjennomsnittet av alle mulige en split-half korrelasjoner (Ho, 2006).

⁸ For ytterligere drøfting av testens kvaliteter henvises til rapporten fra matematikkrådets forkunnskapstest 2009: Nortvedt, Elvebakk og Lindstrøm, 2010.

⁹ Enkelte utdanningstilbud gis kun ved noen få institusjoner. Institusjonen er da i mindre grad anonym, men studentenes anonymitet samt hvilken institusjon de tilhører, er ivaretatt.

Hvert delspørsmål er vektet med to poeng. Maksimal poengsum er 44 poeng. For enkelte oppgaver er delskår, ett poeng, gitt for enkelte på forhånd definerte feilsvar på tilvarende måte som ved tidligere gjennomføringer. Retting (skåring) av delspørsmål er utført av institusjonene i henhold til en utlevert skåringsguide. Institusjonene har rapportert svar på hver enkelt deloppgave for hver student i et regneark.

Resultatene ble sendt per e-post til matematikkrådets leder. Rådet har samlet resultatene fra alle institusjonene i en database. Ved gjennomgang av det innsendte materialet er noen ytterst få feilrapporteringer oppdaget. Ved ett tilfelle er en student gitt 1 poeng for en oppgave som gir 0 eller 2 poeng. I dette tilfellet ble delskår rettet til 0 poeng.

For syv studenter ble det oppdaget at det i de rapporterte dataene var gitt en ugyldig kode for «utdanningsvei». Disse ble endret til missing. Av note 2 til tabell 2 fremgår det at det sannsynligvis også er enkelte andre feilrapporteringer på variablelen «studievei»¹⁰.

2.4 Prosedyrer

Styret i matematikkrådet har på bakgrunn av diskusjoner på Norsk matematikkråds årsmøte i september 2011, valgt ut enkelte spørsmål som man ønsker besvart. Disse spørsmålene har bidratt til å gi retning til analysene som er gjennomført.

Analysene som er gjennomført på dataene fra 2011-testen er i hovedsak sammenligninger av gjennomsnitt for ulike grupper. Gjennomsnitt oppgis med to desimaler og med standardavviket i parentes slik at man enkelt kan sammenligne spredningen i de ulike gruppene. Sammenligninger av to grupper signifikantestest ved hjelp av t-test, mellom flere enn to grupper gjøres sammenligner ved hjelp av enveis ANOVA (F-test). Multiple sammenligninger (parvise sammenligninger mellom alle gruppene) gjøres ved hjelp av Scheffès post hoc test med 5 % signifikansnivå. Resultater rapporteres med signifikansnivå i teksten eller ved at grupperinger fremstilles i en egen kolonne i frekvenstabeller der resultater fremstilles. I noen få tilfeller er kji-kvadrat-test brukt for å undersøke om fordelinger er signifikant annerledes enn det man kunne forvente (se for eksempel side 23).

Det er lagt vekt på å lage så mange grafiske fremstillinger som mulig fremfor å fremstille alle data i frekvenstabeller. Histogram og "box-and-whiskers" brukes for å fremstille forskjeller mellom grupper, linjediagram for å vise utvikling over tid. Linjediagram er også brukt for å illustrere likheter og forskjeller mellom preferanser hos grupper på flervalgsoppgaver der studentene blir spurt om kalkulatorbruk og holdninger til matematikk.

De samlekategoriene som er benyttet i tidligere rapporter er også brukt i denne rapporten, for å kunne sammenligne med resultater fra tidligere gjennomføringer. Dog bør slike sammenligninger gjøres med varsomhet da sammensetningen av utvalget varierer fra gjennomføring til gjennomføring. Sammenligninger for samlet utvalg ansees som lite problematisk. De 288 studentene som studerte "andre" matematikkurs enn de åtte utdanningsveiene som er oppgitt som egen kategori, er tatt med i alle sammenligninger der man ser på det samlede utvalget, og der sammenligninger gjøres på bakgrunn av andre variabler enn utdanningsvei. Når sammenligninger er gjort på grunnlag av utdanningsvei, er disse studentene holdt utenom.

¹⁰ I enkelte datasett ble det rapportert at noen få studenter hørte til på et annet utdanningsløp enn majoriteten av gruppen. På enkelte institusjoner gis det felleskurs, men sannsynligvis er flere av disse tilfellene rett og slett en «tastefeil», det vil si gal kode er valgt ved registrering av data.

3. Resultater

I denne delen av rapporten presenteres resultatene fra forkunnskapstesten. Med utgangspunkt i poengsum på testen, diskuteres resultatene for 2011-utvalget og noen sammenligninger gjøres med resultatene fra tidligere gjennomføringer. Resultatene fra 2011 brytes så ned på bakgrunn fra videregående skole, studievalg, kjønn og alder ved studiestart. Som nevnt i innledningen vies spesiell oppmerksomhet til mulige sammenhenger mellom kalkulatorbruk og resultater på forkunnskapstesten. Også dette drøftes med utgangspunkt i hele utvalget før utvalget brytes ned i undergrupper. Studentenes holdninger til matematikk drøftes i et eget kapittel.

3.1 Noen forbehold angående sammenligning over tid

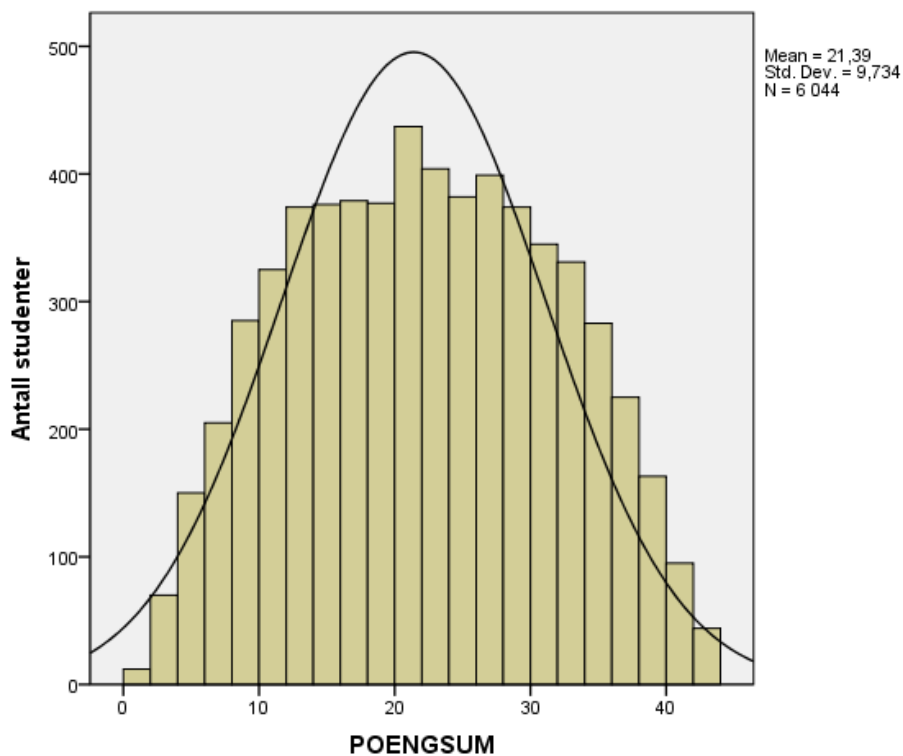
Variasjon i resultater for enkeltgrupper kan i stor grad skyldes endringer i sammensetningen av utvalget fra gjennomføring til gjennomføring. Spesielt gjelder det grupper der utvalget ved gjennomføringen i 2011 avvek i stor grad fra tidligere utvalg. Det er stor variasjon for en rekke av utdanningsveiene fra gjennomføring til gjennomføring, med hensyn til hvor mange læresteder som sender inn data for sine studenter. Dette medfører variasjon i størrelsen av utvalget i tillegg til variasjon i resultatene som kan skyldes at studenter som søker til ulike læresteder varierer systematisk snarere enn tilfeldig med hensyn til forkunnskaper.

I tillegg har læreplanendringer i løpet av perioden forkunnskapstesten har vært i bruk, ført til en del endringer i gruppen elever som har to år med matematikk fra videregående skole: Med innføringen av LK06 (Læreplan Kunnskapsløftet) ble matematikk obligatorisk i både første og andre år i videregående opplæring. En rekke ulike kurs med ulikt omfang og innhold ble utviklet¹¹. Det betyr at studenter som oppgir at de har to år med matematikkundervisning fra videregående skole i realiteten har gjennomført svært ulike opplæringsløp. De som har «mest» matematikk har gjennomført kurs som tilsvarer den matematikken elevene tidligere hadde etter to år når de valgte full fordypning (10 uketimer). De som har «minst» matematikk har gjennomført fem uketimer med praktisk rettet matematikk i første skoleår og tre uketimer med praktisk rettet matematikk på andre skoleår i videregående skole. Dette vil gi helt annen matematisk innsikt og forståelse (se 3.3). Ved tidligere gjennomføringer har man sammenlignet studenter med henholdsvis ett, to og tre års matematikkundervisning i videregående opplæring. I denne rapporten gjøres rapportering i stedet på bakgrunn av hvilket matematikk-kurs studentene oppgir som «høyeste» kurs.

3.2 Hvor dyktige var begynnerstudentene i 2011?

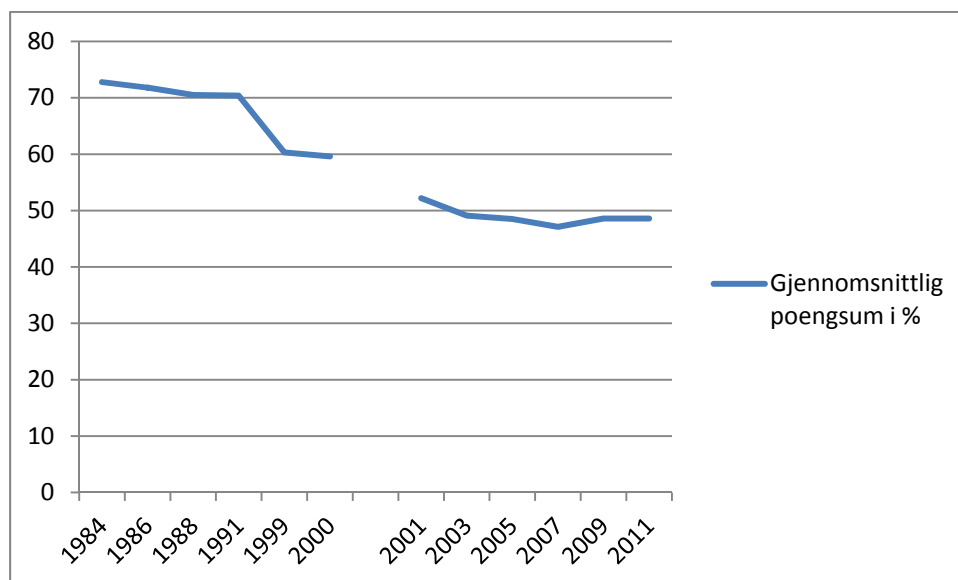
I gjennomsnitt fikk begynnerstudentene i 2011 21,39 poeng (9,73) av 44 mulige mens studentene i 2009 fikk 21,37 poeng (9,55). Gjennomsnittsskåren er 48,6 %. Det er med andre ord ingen endringer å se i forkunnskapene til studentene som samlet gruppe: Gjennomsnittstudenten i 2011 viste prestasjoner på forkunnskapstesten som ligger på samme nivå som gjennomsnittsstudenten har ligget på ved de siste gjennomføringene av testen. Vi kan si at nivået på studentenes forkunnskaper, slik de fremkommer på forkunnskapstesten, er stabile og at den nedadgående kurven man tidligere har observert, har flatet ut. Det må imidlertid tas forebehold om at sammensetningen av utvalget varierer en del fra undersøkelse til undersøkelse, det er derfor ikke helt samme utvalg som sammenlignes over tid. Figur 1 viser fordelingen av studentenes skår.

¹¹ Læreplanene for grunnskole og videregående skole finnes på www.udir.no/lareplaner/.



Figur 1. Poengsum på forkunnskapstesten for alle studentene

Matematikkrådet gjennomførte den første forkunnskapstesten i 1984. Siden har testen vært gjennomført en rekke ganger. I figur 2 fremstilles resultatene til norske begynnerstudenter fra 1984 og frem til og med 2011. Det er lagt inn et «brudd» i grafen i 2001, siden testen da ble endret.



Figur 2. Utvikling av forkunnskaper i matematikk fra 1984 til 2011

Note: Testen ble revidert før gjennomføring i 2001. Revideringen bestod dels i å redusere antall oppgaver og dels i at noen nye oppgaver ble utviklet.

Tilsynelatende har begynnerstudentene på 2000-tallet svakere forkunnskaper enn studentene hadde i 1984 (se også 4.1). Etter en markant nedgang har kurven altså flatet ut de siste årene. Det skal imidlertid bemerkes at studentkullet varierer fra år til år, både med hensyn til hvor mange studenter som begynner i høyere utdanning og med hensyn til hvilke studieveier som er attraktive førstevalg for begynnerstudentene. Det har også, som tidligere omtalt, vært store variasjoner i utvalget som har besvart matematikkrådets forkunnskapstest de ulike årene. Allikevel vil vi holde frem at nivået de siste årene mest sannsynlig er lavere enn det var på åttitallet, dette viste også analysene av forkunnskapstesten i 2009 (Nortvedt, Elvebakk og Lindstrøm, 2010). Samtidig har nivået vært stabilt de siste årene.

3.3 Sammenhenger mellom resultater og bakgrunn

Høsten 2009 begynte det første kullet som hadde fullført videregående skole etter LK06¹² på universitet og høyskole. Resultatene på forkunnskapstesten fra 2009 og 2011 tyder på at man ikke kan se noen umiddelbar effekt av den nye læreplanen. Selv om studentene som har tatt R2 hadde noe høyere poengsum enn studentene som tok 3MX, og studentene som hadde tatt R1 oppnådde såvidt høyere poengsum enn dem som tok 2MX, er disse forskjellene ikke signifikante (se tabell 4). Denne forskjellen kan også skyldes andre forhold, som at det har gått lengre tid siden studentene gikk på videregående skole. Samtidig kan være at eventuelle endringer ikke fanges opp av oppgaveutvalget i testen. Effekter av ny læreplan kan dermed ikke utelukkes på grunnlag av resultatene av forkunnskapstesten.

Tabell 4. Gjennomsnittlig poengsum gruppert etter kurs i videregående skole.

Bakgrunn/ høyeste fullførte kurs	N	Gjennomsnitt	Standard- avvik	Subset for alpha = 0,05	
2P	533	13,02	7,01	1	
S1	92	13,61	6,90	1	
2MY/MZ	79	15,37	7,30	1	2
2MX	226	18,00	9,15		2
2T	60	18,42	7,60		2
S2	407	18,65	9,52		2
3MY/MZ	99	18,93	8,96		2
R1	261	18,93	8,85		2
3MX	489	23,34	8,64		3
R2	2483	26,76	8,96		3
Sig.				.694	.092 .131

Note 1: Post hoc signifikanstestet med Scheffe post hoc. Homogene undergrupper er vist i de tre kolonnene til høyre (Harmonic Mean Sample Size = 153,063).

Med innføring av LK06 ble det obligatorisk med to års matematikkundervisning i videregående skole. Elever som kun ønsker å gjennomføre obligatoriske kurs, velger mellom å fullføre kombinasjonen¹³ 1P og 2P («praktisk matematikk») eller 1T og 2T («teoretisk matematikk»)¹⁴. For enkelte studier er dette tilstrekkelig bakgrunn for å søke opptak, for eksempel lærerutdanningen. Studenter som ønsker større matematisk fordypning i videregående skole som fordypning til studier som krever mer matematisk kompetanse, kan velge mellom kurs rettet mot realfagene, R1 og R2, eller mot samfunnsfagene, S1 og S2. En elev som velger 1T

¹² Læreplan Kunnskapsløftet 2006, se www.udir.no/Lareplaner.

¹³ Det er også mulig å velge 1T i første år og så veksle til P2. Dette vil ikke fanges opp av spørreskjemaet.

¹⁴ For mer informasjon om innholdet i matematikkursene i videregående skole henvises det til

Utdanningsdirektoratets nettsider der siste versjon av alle læreplaner kan finnes:

<http://www.udir.no/Lareplaner/Grep/>.

for så å fortsette med R1 og R2 vil få femten uketimer med matematikk fordelt over tre år. Dette tilsvarer den tradisjonelle realistmatematikken.

Det er naturlig å tenke seg at elever som velger fordypning i matematikk på videregående skole også har større forkunnskaper i matematikk. Dels fordi disse elevene sannsynligvis er mer interessert i matematikk og dels fordi de har gjennomført en lengre forutdanning. Dette fremgår også av tabell 4 nedenfor.

Nærmere 80 % av studentene oppga hvilket kurs fra videregående opplæring de har tatt som høyeste kurs. Som det fremgår av tabell 4, delte disse studentene seg i tre grupper ($F(4719,9) = 205,908, p < .001$) med hensyn til resultsater på forkunnskapstesten. For nesten halvparten av utvalget tilsvarer alternativet de krysset av for den lengste og mest matematikkunge kombinasjonen av kurs som blir/har blitt tilbudt (det vil si at studentene valgte kombinasjonen 1T, R1 og R2 eller 1MA, 2MX og 3MX). Disse begynnerstudentene skårte som man kan forvente signifikant bedre enn alle andre begynnerstudenter. Selv om studentene som oppga å ha 3MX, skårte noe lavere enn studentene som hadde tatt R2, er denne forskjellen ikke signifikant. Det er også mulig at forskjellen som her observeres har sammenheng med at det er et lengre tidsrom fra elevene avsluttet sin videregående opplæring til de startet i høyere utdanning.

Studenter som oppga at de har fullført 2P og S1 hadde de svakeste resultatene på forkunnskapstesten. Disse studentene løste mindre enn en tredel av oppgavene korrekt. Det er trolig at de vil oppleve matematikkursene de skal starte på som krevende, og at de vil streve med å forstå lærestoffet.

3.4 Totalresultat og studievalg

Studentene søker seg inn på de ulike studieveiene på bakgrunn av interesser og karakterer fra videregående skole. Av resultatene ser vi at vi kan finne store forskjeller i forkunnskaper mellom studenter som har valgt ulike studieveier. Dersom vi sammenlikner resultatene til studentene ut i fra hvilken studievei de har begynt på, viser en variansanalyse at det finnes signifikante forskjeller mellom noen grupper, $F(8,6035) = 362,027 (p < 0,001)$.

De studentgruppene som hadde best resultater var sivilingeniør-, kalkulus- og siviløkonomstudenter. Disse gruppene skårte alle høyere enn gjennomsnittet. De svakeste resultatene hadde begynnerstudentene på Lærer 1 – 7 og økonomistudier. Som det fremgår fra tabell 5, hadde Lærer 5 – 10-studentene som deltok i undersøkelsen, signifikant høyere skåre enn Lærer 1 – 7-studentene. Med tanke på hvor få lærerstudenter som er inkludert i undersøkelsen skal man være svært varsom med å trekke slutninger fra disse resultatene til lærerstudenter generelt.

Fra tidligere forkunnskapstester vet vi at studentene som begynner på brukerkurs har svakere forkunnskaper enn kalkulusstudentene, at ingeniørstudentene har svakere forkunnskaper enn studentene som begynner på et sivilingeniørstudium, og at økonomistudentene har svakere forkunnskaper enn siviløkonomstudentene. Disse mønstrene er tydelige også i resultatene fra 2011-testen.

Tabell 5. Gjennomsnittskår for de ulike studieveiene

Utdanningsvei	Antall	Gjennomsnitt (standardavvik)	Grupperinger				
			Subset for alpha = 0,05				
Lærer 1 - 7	356	11,57 (6,64)	1				
Økonomi	686	13,45 (7,36)	1				
Lærer 5 – 10	316	18,19 (7,98)		2			
Brukerkurs	419	19,72 (8,88)		2	3		
Ingeniør	1537	20,44 (8,49)			3		
Siviløkonom	489	23,88 (8,47)			4		
Kalkulus	626	26,46 (8,61)			5		
Sivilingeniør	1237	28,68 (7,24)				6	
Sig.			.096	.350	.981	1.000	1.000

Note: Gjennomsnitt for grupper i homogene subset er vist. Gruppene er av ulik størrelse, og harmonisk gjennomsnitt for gruppestørrelse er brukt. Harmonic means sample size = 490,817.

I analysene som ble gjort ved gjennomføringen i 2009, kom det frem at dersom man deler studentene opp etter valgt studievei, ser man et relativt stabilt mønster fra 2001. Det er en sterk gruppe med sivilingeniør-, siviløkonom- og kalkulusstudenter, en litt svakere gruppe med ingeniør- og brukerkursstudenter og en enda svakere gruppe med lærer- og økonomistudenter (Nortvedt, Elvebakk og Lindstrøm, 2010). Tilsvarende mønstre kan observeres i resultatene fra 2011.

Endringer som kan observeres ved gjennomføringen i 2011 kan skyldes endringer i utvalget, det vil si at utvalgene varierer over tid og at det derfor er vanskelig å gjennomføre sammenlikninger. Læreutdanningen ble høsten 2009 delt i to løp. Resultatene for lærerstudentene lar seg derfor ikke sammenlikne direkte med tidligere års resultater. I tillegg er det få lærerstudenter med i undersøkelsen.

Endringer i studietilbudene ved flere høyskoler og universiteter bidrar til å svekke muligheten til sammenlikninger. Fag som tidligere har vært gitt ved noen få institusjoner gis nå ved flere institusjoner som kanskje ikke har samme studenttilfang. Dette kan bidra til utvalgsproblematikken fordi gruppene som sammenlignes ikke lenger er «de samme». Ett unntak er gruppen sivilingeniør. Ved alle gjennomføringer har en stor gruppe begynnerstudenter fra dette studiet deltatt. Denne gruppen har mer stabil deltagelse enn de andre gruppene, og følgelig er det sannsynlig at den utviklingen man ser for denne gruppen gir et realistisk bilde på utviklingen med hensyn til forkunnskaper. Sivilingeniørstudentene fikk i 2011 i gjennomsnitt 28,86 poeng mot 27,75 i 2009. Samtidig er oppgangen 0,13 standardavvik, og begge resultatene ligger innenfor det intervallet resultatene til denne studentgruppen har holdt seg i det siste tiåret, det vil si mellom 27,5 og 28,8 poeng. Vi kan dermed anta at resultatene til sivilingeniørene er stabile i denne perioden.

Tabell 6 viser hvor stor andel av studentene som har minst og mest fordypning i matematikk fra videregående skole. Andelen begynnerstudenter som kun har den obligatoriske komponenten som gir minst fordypning ut over grunnskolens matematikkundervisning, var høyest hos økonomi- og lærerstudentene. Svært få av begynnerstudentene som ønsker å bli barnetrinns-lærere hadde høyeste fordypning i matematikk, kun 13 % av studentene i dette utvalget. Til sammenlikning hadde så godt som alle begynnerstudentene ved sivilingeniørutdanningen høyeste fordypning. Det er rimelig å anta at disse studentene også er mer interessert i matematikk. Dette kommer vi tilbake til i kap. 8.

Tabell 6. Andel begynnerstudenter med 2P, 3MX og R2 ved de ulike studieveiene.

	2P	3MX	R2
	%	%	%
Sivilingeniør	0	6	92
Ingeniør	8	16	54
Kalkulus	1	17	67
Brukerkurs	2	10	35
Siviløkonom	1	12	41
Økonom	35	7	10
Lærer 5 – 10	37	10	18
Lærer 1 – 7	53	5	8
Annet	26	7	20
Totalt	11	10	53

Note 1: 2P er «laveste» obligatoriske komponent i matematikk etter innføringen av Kunnskapsløftet. 3MX er høyeste fordypning etter gammel ordning, R2 etter Kunnskapsløftet.

Note 2: En stor andel av ingeniørstudentene har bakgrunn fra yrkesfaglige studier. Ingeniørstudene behandles separat i kapittel 6. Tallene i tabell 6 betyr for eksempel at 54 % av ingeniørstudentene oppgir å ha tatt R2 som høyeste kurs. Noen av disse studentene oppgir også å ha yrkesfaglig bakgrunn.

For alle de ulike studieveiene ser man det samme mønsteret: Studentene som valgte den veien som er mest «matematikkrevende» rent studiemessig, oppga å ha større fordypning fra videregående opplæring¹⁵. Studenter som valgte studieveier som krever mindre matematisk kunnskap for å kunne gjennomføres, hadde i mindre grad slik fordypning. Samtidig vil også disse studentene være avhengige av å ha gode matematiske begreper og kunne håndtere matematiske spørsmål og oppgaver på en hensiktsmessig måte i sitt kommende yrkesliv. Dette gjelder ikke minst økonomer og lærere på alle trinn.

3.4 Totalresultat og kjønn

De mannlige begynnerstudentene skårte signifikant bedre enn de kvinnelige studentene på matematikkrådets forkunnskapstest 2011, $t = 19,16$ ($p < 0,001$). Mens de mannlige studentene i utvalget i gjennomsnitt fikk 23,20 poeng (9,43) eller 53 %, fikk de kvinnelige studentene i gjennomsnitt 18,38 poeng (9,47) eller 42 %. Denne forskjellen er på størrelse med forskjellen mellom kvinner og menn ved gjennomføringen av forkunnskapstesten i 2007 og 2009 (se Nortvedt, Elvebakk og Lindstrøm, 2010), det vil si at forskjellen var omtrent et halv standardavvik (i forhold til spredningen i skårer i populasjonen). Dette er en relativt stor forskjell.

Noe av spredningen kan knyttes til bakgrunn: kvinnelige og mannlige studenter oppga å ha tatt ulike kurs i videregående skole. Mens 70 % av de mannlige studentene oppga å ha tatt enten R2 eller 3MX (full fordypning) var tilsvarende tall for de kvinnelige studentene 51 %. Det var også en større andel av de kvinnelige studentene, 29 %, som oppga å ha kun 2P eller S1 mot 14% av de mannlige studentene. Noe av kjønnsforskjellen gjenfinnes her, og er altså en effekt av ulike valg i videregående opplæring.

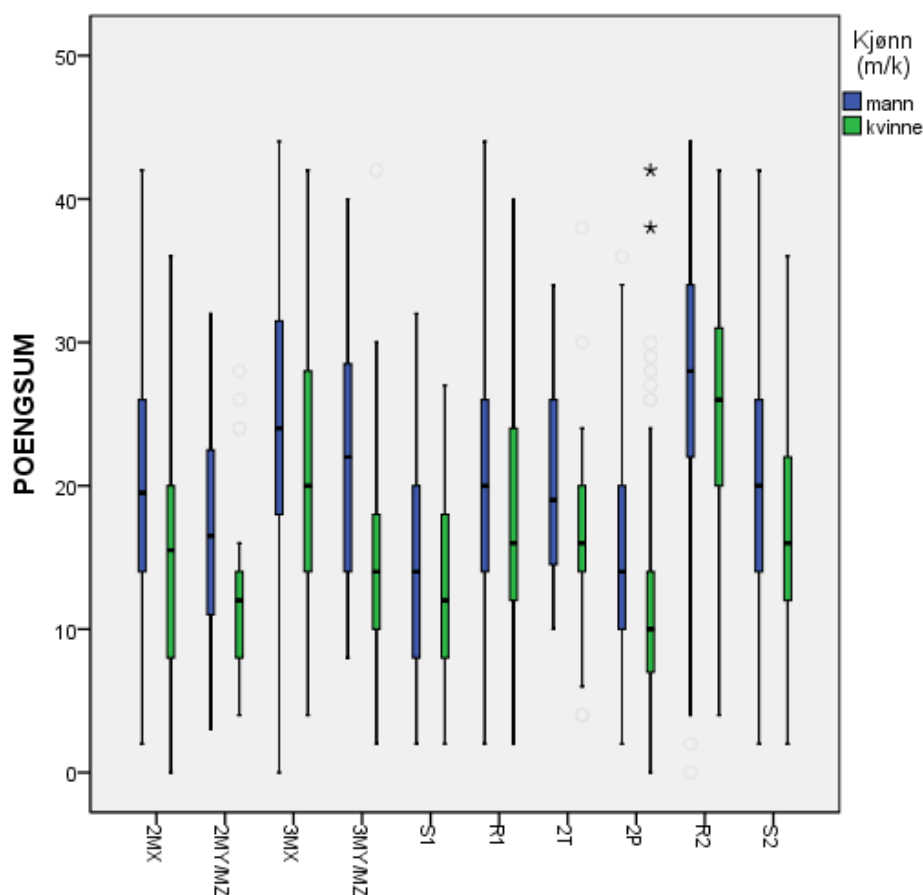
Samtidig kan det observeres at selv når kvinnelige og mannlige begynnerstudenter oppga å ha samme kurs som høyeste kompetanse fra videregående skole, hadde mannlige studenter i gjennomsnitt høyere poengsum på forkunnskapstesten (se figur 3). Denne kjønnsforskjellen gjenspeiles ikke i eksamens karakterene elevene får i videregående skole der jenter i snitt skårer høyere enn gutter. Bjørkeng (2011) finner at selv om gutter har større sannsynlighet for

¹⁵ Sivilingeniør vs ingeniør, siviløkonom vs økonom, lærer 5 – 10 vs lærer 1 – 7, kalkulus vs brukerkurs.

å velge høyeste fordypning i matematikk, får jentene mye høyere karakterer både i standpunkt og til eksamen. Forskjellene i resultater på forkunnskapstesten kan derfor skyldes andre forhold enn kunnskapsmengde fra videregående skole. Generelt følger ikke resultatene på kunnskapstester i matematikk noe entydig mønster i Norge med hensyn til kjønnsforskjeller:

- Gutter skårer bedre enn jenter på nasjonale prøver (Utdanningsdirektoratet, 2011)
- Jenter bedre enn gutter på eksamen (Bjørkeng, 2011)
- I PISA-undersøkelsen skårer norske gutter svakt (men ikke signifikant) høyere enn jenter (Olsen, 2010)
- Mannlige begynnerstudenter skårer høyere enn kvinnelige begynnerstudenter på matematikkrådets forkunnskapstest (Nortvedt, Elvabakk og Lindstrøm, 2009)

Det antas at disse forskjellene skyldes at de ulike testene måler ulike aspekter ved matematikkunnskaper.

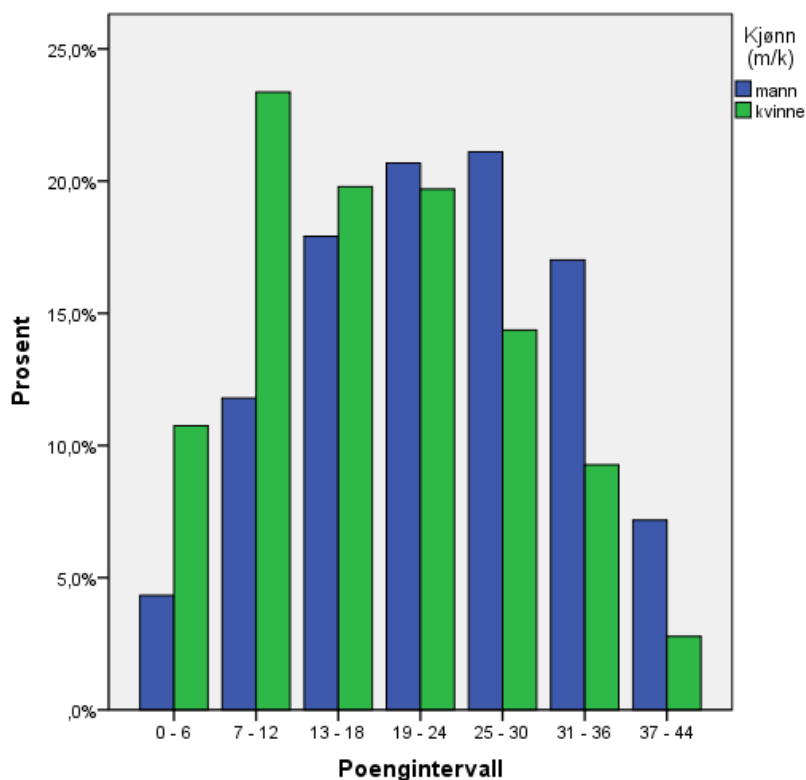


Figur 3. Resultater på forkunnskapstesten mannlige og kvinnelige begynnerstudenter i forhold til høyeste kurs fra videregående opplæring.

Note: Utliggere er slettet.¹⁶

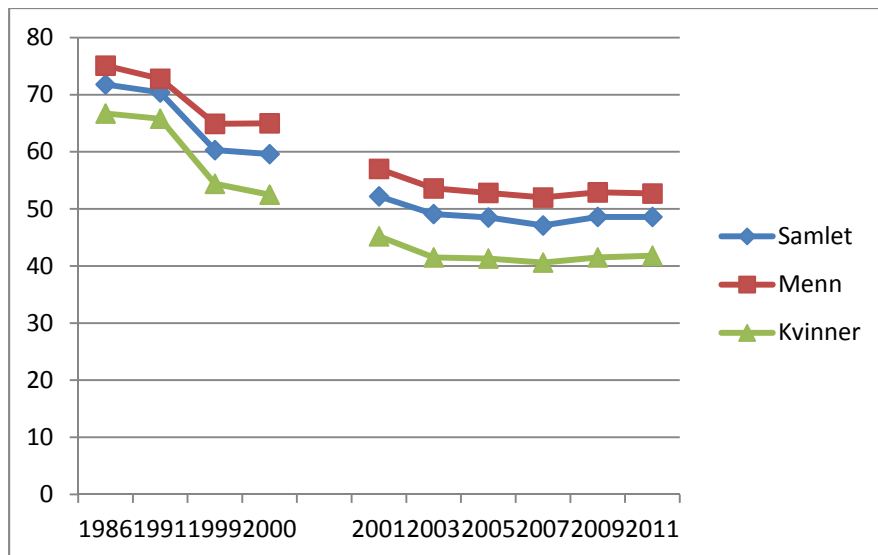
¹⁶ Figur 3 er et «box-plot», ofte kalt «box-and-whiskers». Slike figurer brukes til å vise forskjeller mellom ulike grupper i utvalget. Den vertikale, sorte markeringen på de fargede boksene viser gjennomsnittet til gruppen. Den nederste sorte, vertikale, streken (whisker) viser resultatene til de 25 % svakeste studentene i gruppen. Den fargede boksen viser resultatene for studentene ved 25 %, 50 % og 75 %. Den øverste vertikale streken (whisker) viser spredningen på resultatene til de beste 25 % av studentene i gruppen. Lengden på boksen og «whiskers» viser spredningen på resultatene til gruppen. De indikerer også skjevheter. Vanligvis vises også utliggere, men de er slettet i figurene i dette dokumentet fordi vi ønsker å illustrere hovedtendensene for hver gruppe.

Figur 4 viser spredningen på skårene til kvinner og menn. Vi kan se at fordelingen av studenter med hensyn på poengintervall er svært ulik for de to kjønnene. Mens ganske like store andeler av kjønnene fikk mellom 13 og 24 poeng, er det en større andel av de kvinnelige begynnerstudentene som oppnådde mellom 7 og 12 poeng. Dette er den største gruppen kvinnelige studenter. For de mannlige studentene var det ingen gruppe som skiller seg ut på samme måte. Det fremgår også av figur 4 at det var en større andel mannlige studenter som får de høyeste poengsummene.



Figur 4. Fordeling av mannlige og kvinnelige studenter ut fra poengsum

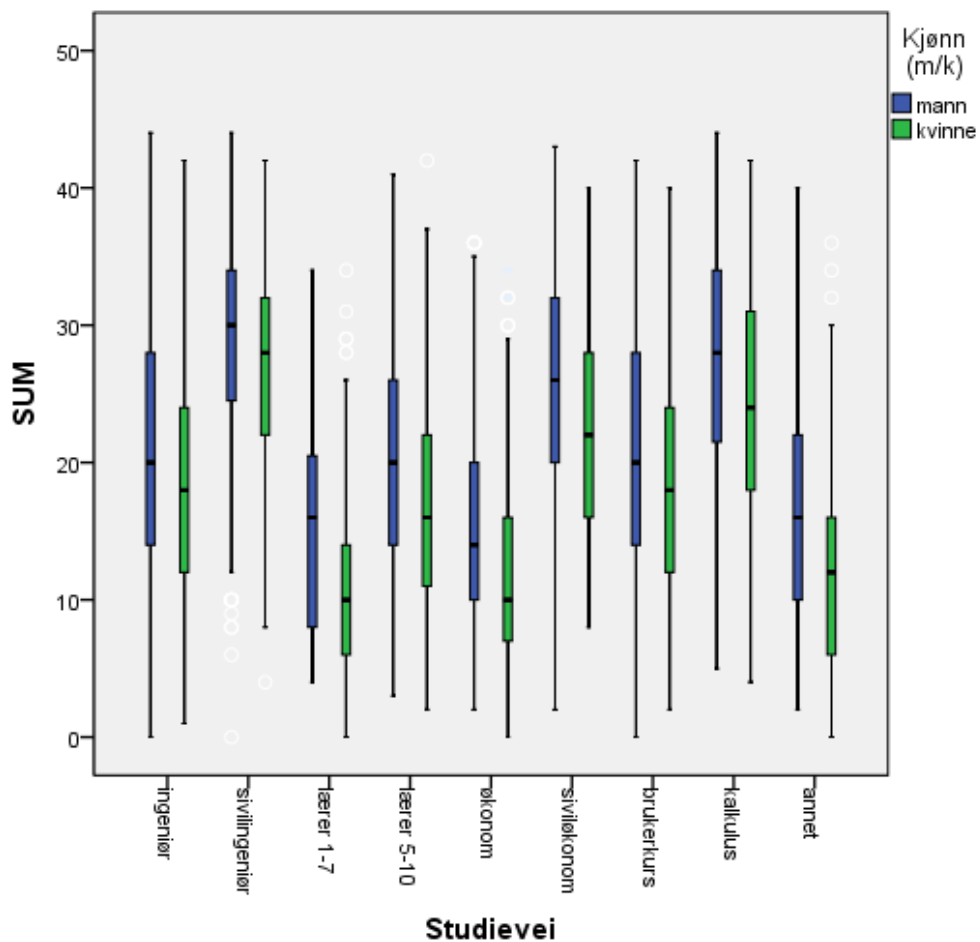
Forskjellen i forkunnskaper slik de måles med matematikkrådets test har vært relativt stabil i hele perioden fra 1984 og frem til og med 2011 (Nortvedt, Elvebakk og Lindstrøm, 2010). Mannlige studenter har i hele perioden hatt høyere gjennomsnittsskår enn de kvinnelige. Utviklingen over tid er vist i figur 5. Det fremgår av grafen at nivået de siste årene har vært stabilt, både for mannlige og kvinnelige begynnerstudenter.



Figur 5. Utvikling av forkunnskaper for mannlige og kvinnelige studenter i perioden 1986 til 2011.

Note: Data mangler fra 1984 og 1988. Testen ble revidert før gjennomføring i 2001. Revideringen bestod dels i å redusere antall oppgaver og dels i at noen nye oppgaver ble utviklet.

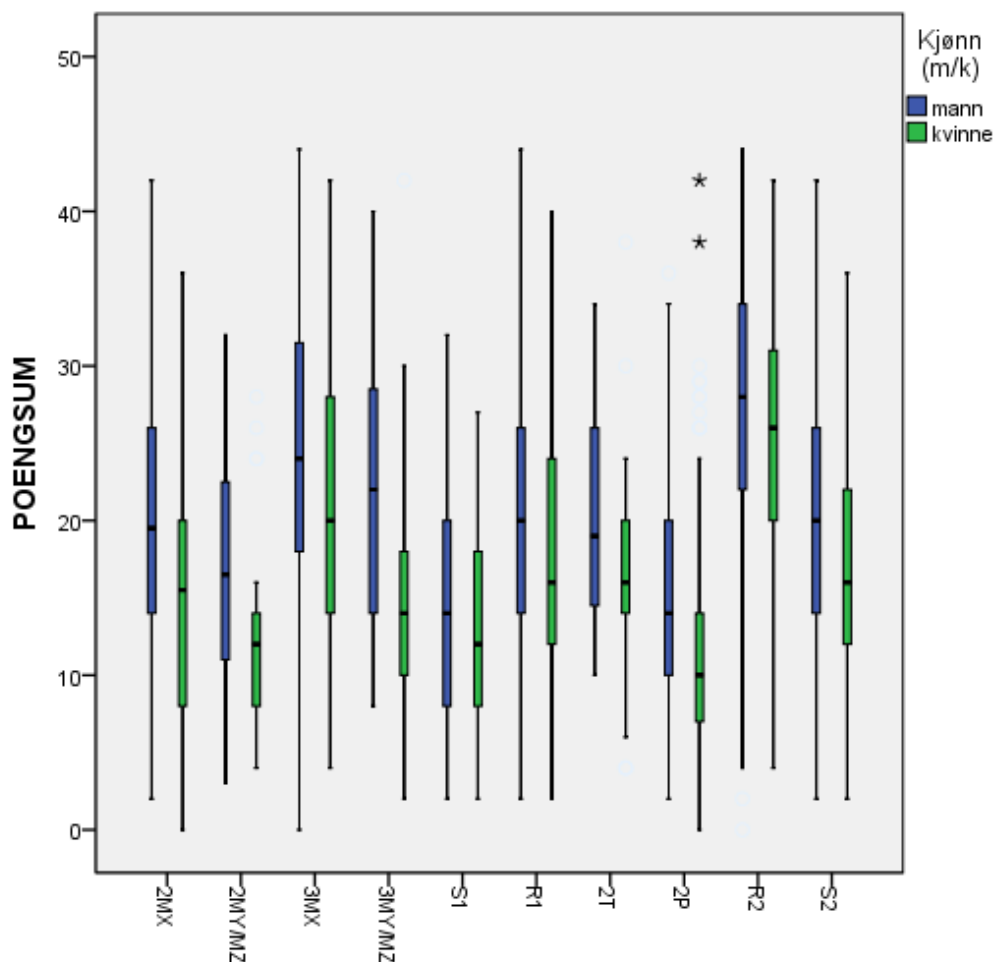
Kjønnsforskjellen som finnes for utvalget, finnes igjen innenfor studieveiene (se figur 6).



Figur 6. Kjønnsforskjeller på de ulike studieveiene

Note: Utliggere er fjernet fra figuren

Forskjellene var minst for de to store kursen ingeniør og sivilingeniør der dataene også er mest pålitelige. Tilsvarende forskjeller ble observert for brukerkurs-studentene. Størst forskjeller ble observert for Lærer 1 – 7.



Figur 7. Gjennomsnittelig poengsum for kvinnelige og mannlige studenter fordelt på kurs fra videregående opplæring.

Note: Utliggere er fjernet fra figuren.

Bjørkeng (2011) viser at jenter får høyere karakterer i matematikk i videregående skole enn gutter. Dette gjenspeiles altså ikke i resultatene på forkunnskapstesten. Samtidig var kjønnsforskjellene mindre for enkelte forkurs enn for andre (se figur 7). Forskjellene var størst for de «gamle» kursene 2MX, 3MY/MZ og 3MY. Minst var forskjellene for S1 og S2. Det kan sies at det var en tendens til større kjønnsforskjeller på «gamle» kurs. Det er mulig at tredjevariabelen «alder ved studiestart» har betydning for dette resultatet, se kap 3.5.

3.5 Totalresultat og alder

Dersom vi sammenligner de ulike aldersgruppene, ser vi at de yngre studentene skårer høyere enn de eldre (se tabell 7). Sammenligning av gruppene viser signifikante forskjeller, $F(3,6014) = 82.62$ ($p < .001$) mellom aldersgruppene: Studentene i aldersgruppen 17 til 20 er signifikant bedre enn alle de tre andre aldersgruppene. Ingen signifikante forskjeller finnes mellom de andre gruppene. Vi kan derfor si at yngre begynnerstudenter presterte bedre med hensyn til forkunnskaper enn eldre begynnerstudenter. Denne forskjellen kan skyldes bakenforliggende variabler, som at det er lengre tid siden studentene tok sine matematikkurs, og at de eldre studentene har «glemt» mer matematikk.

Tabell 7. Gjennomsnittelig poengsum for ulike aldersgrupper

Alder	N	Gjennomsnitt	Standard- avvik	Grupperinger		
17 - 20	3347	23,09	9,74	1		
21 - 25	2041	19,66	9,23		2	
26 – 35	493	18,35	9,45		2	3
> 36	137	17,36	9,56			3
Totalt	6018	21,40	9,73	Sig. .553	.293	1.000

3.6 Totalresultat og kalkulatorbruk

Sammenheng mellom kalkulatorbruk og grunnleggende ferdigheter i regning debatteres med jevne mellomrom. I den offentlige debatten hevdes det at mange unge mennesker bruker kalkulatoren som krykke og at de ikke behersker grunnleggende ferdigheter i regning. Ved tidligere gjennomføringer av matematikkrådets forkunnskapstest har man sett at det er sammenheng mellom hvor ofte begynnerstudentene oppgir å bruke kalkulator og hvor gode resultater de har på forkunnskapstesten (se for eksempel Nortvedt, Elvebakk og Lindstrøm, 2010). Grønmo (Grønmo og Bergen 2009; Grønmo, Ostad og Pedersen, 2009), for eksempel, setter den markante tilbakegangen i matematikkferdigheter i videregående skole i sammenheng med hyppig kalkulatorbruk.

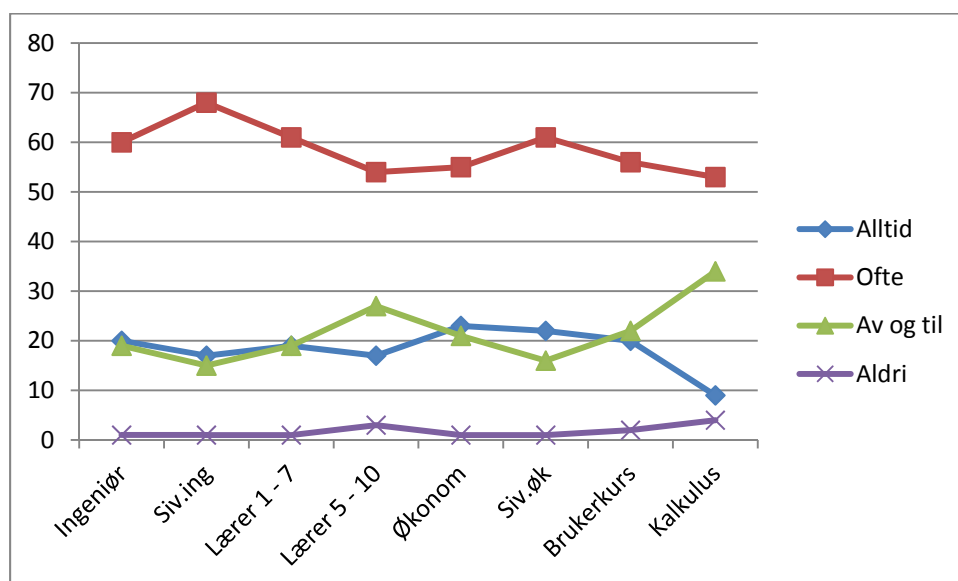
Studentene ble spurt om hvor ofte de bruker kalkulator til å gjøre beregninger. Tabell 8 fremstiller studentenes svar som kan sees som en indikasjon på studentenes holdning til kalkulatorbruk. Av tallene kan vi slutte at begynnerstudenten fortsatt bruker kalkulatoren mye. Samtidig er det en endring i fordelingen sammenlignet med 2009. Andelen begynnerstudenter som oppga å bruke kalkulator alltid har sunket med vel åtte prosent.

Tabell 8. Svar på spørsmålet «Hvor ofte bruker du kalkulator i matematiske beregninger?» i 2009 og 2011.

	2009 %	2011 %
Alltid	26	18
Oft	57	59
Av og til	15	19
Aldri	1	2
Ubesvart	1	2
Totalt	100	100

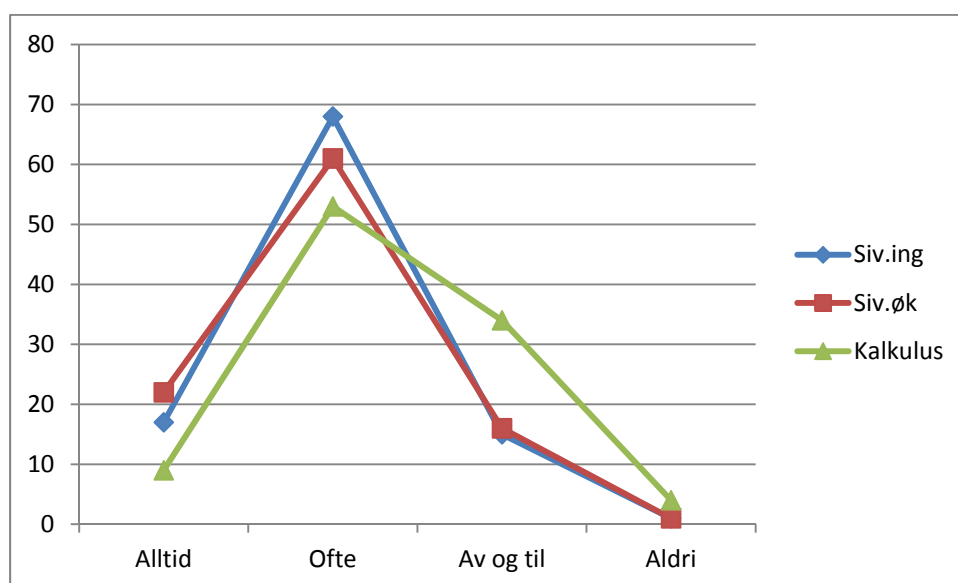
For alle studieveiene er det slik at det mest vanlige er å oppgi at man bruker kalkulatoren ofte (se figur 8). Det er imidlertid forskjeller mellom kalkulatorbruken til de ulike student-

gruppene. Kalkulusstudentene er den gruppen som hadde mest avvikende mønster: Omtrent en tredel av studentene oppga å bruke kalkulatoren bare av og til.



Figur 8. Hvor ofte bruker studentene kalkulator til beregninger?

Om man sammenlikner de tre gruppene med begynnerstudenter som hadde høyest gjennomsnittsskår på forkunnskapstesten (sivilingeniør, kalkulus og siviløkonom) er det igjen tydelig at kalkulus-studentene hadde en noe annen profil (se figur 9). For alle gruppene var det mest vanlig å bruke kalkulator ofte når man gjør beregninger. Sammenlignet med sivilingeniør og siviløkonomstudentene oppga nesten dobbelt så stor andel kalkulus-studenter at de bare av og til bruker kalkulator til beregninger.



Figur 9. Kalkulator bruk hos sivilingeniør, siviløkonom og kalkulusstudenter.

Tabell 9 viser hvor høy gjennomsnittsskåre grupper av studenter som bruker kalkulator alltid, ofte, av og aldri har. Ved tidligere gjennomføringer av forkunnskapstesten har man observert at

«de (relativt) få som bruker kalkulatoren lite, får forholdsvis mye høyere skårer. Forskjellene er statistisk signifikante, $F(3,5501)=57,41$ ($p < 0,001$) (Her er gruppa

”ubesvart” ikke tatt med i analysen). Med en test for multiple sammenligninger kan en på 5%-nivå ikke skille mellom gruppene som svarer aldri eller av og til, men ellers er forskjellen i gjennomsnittsskår for alle de andre gruppene signifikante»

(s 26, Nortvedt, Elvebakk og Lindstrøm, 2010).

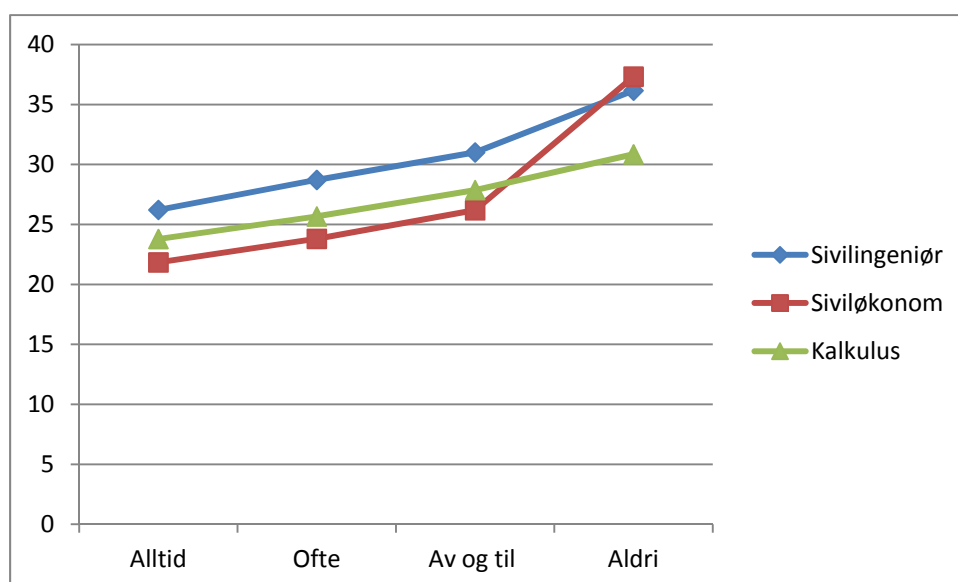
Også ved gjennomføringen i 2011 fant man signifikante forskjeller mellom studentgruppene avhengig av hvor ofte de oppga å bruke kalkulator ved utføring av beregninger ($F = (3, 5947) = 61,940, p < .001$). Som i de tidligere gjennomføringene var det studentene som oppga å bruke kalkulator minst hyggig, som har de høyeste gjennomsnittelige poengsummene.

Tabell 9. Gjennomsnittsskår og kalkulatorbruk

Kalkulatorbruk	N	Gjennomsnitt	Standard- avvik	Gruppering		
Alltid	1087	18,36	9,29	1		
Ofte	3568	21,54	9,59		2	
Av og til	1197	23,70	9,60			3
Aldri	99	23,66	11,27			3
Sig.				1,000	1,000	0,997

Note. Gjennomsnitt for grupper i homogene subset er vist. Gruppene era v ulik størrelse og harmonisk gjennomsnitt for gruppestørrelse er brukt. Harmonic Mean Sample Size = 329,580.

En sammenligning av de tre studentgruppene som hadde de beste resultatene på forkunnskapstesten viser den samme tendensen (se figur 10). Jo mindre grad av kalkulatorbruk studentene rapporterte, jo høyere poengsum. Mønsteret er aller tydeligst for siviløkonomstudentene.



Figur 10. Sammenheng mellom kalkulatorbruk og poengsum

En kji-kvadrat test, $\chi^2(3, N = 5851) = 92,16, p < .001$, viser at det kan observeres signifikante kjønnsforskjeller i hvor hyppig mannlige og kvinnelige studenter oppga å bruke kalkulator til beregninger. Flere kvinner enn forventet oppga at de alltid bruker kalkulator mens flere menn enn forventet oppga å bruke den av og til (se tabell 10).

Tabell 10. Andel mannlige og kvinnelige studenter som bruker kalkulator alltid, ofte, av og til eller aldri.

	Mann %	Kvinne %	Totalt %
Alltid	16	22	18
Ofte	59	62	60
Av og til	23	15	20
Aldri	2	1	2

Hvor hyppig studentene oppga at de bruker kalkulator til beregninger har også til en viss grad sammenheng med bakgrunn fra videregående skole. Jo mer matematikk studentene oppga å ha, jo mer sannsynlig var det at de svarte «ofte». I tabell 11 vises svarmønstrene for studentene som hadde tatt 2P sammenlignet med studentene som hadde valgt største fordypning. Færre studenter med full fordypning oppga at de «alltid» bruker kalkulator.

Tabell 11. Andel studenter med bakgrunn fra 2P, 3MX og R2 som bruker kalkulator alltid, ofte, av og til eller aldri

	2P %	3MX %	R2 %
Alltid	23	19	14
Ofte	51	62	65
Av og til	24	18	20
Aldri	2	1	1

4. Resultater for grupper av oppgaver

Oppgavene på forkunnskapstesten kan deles i grupper etter matematisk emne: tallregning, praktisk regning, prosentregning, algebra og geometri¹⁷. I tillegg kan det identifiseres en «test i testen», det vil si en gruppe på seks oppgaver som har, med ett unntak, vært brukt ved alle gjennomføringer fra og med 1984. Disse oppgavene kalles «ankeroppgaver».

En oversikt over emnene på testen og antall oppgaver innenfor hvert emne er gjengitt i tabell 12. Det er stor variasjon i antall oppgaver innenfor et emne, fra kun to oppgaver (prosent og praktisk regning) til åtte (algebra). Noen av oppgavene inngår i flere grupper, antall poeng til sammen i tabell 12 overstiger derfor 44. Tabell 12 viser også hvor mange poeng studentene fikk i gjennomsnitt innenfor hvert skala.

Tabell 12. Resultater for grupper av oppgaver

Skala	Maksimum skår (antall oppgaver)	Gjennomsnitt %	Gjennomsnitt poengsum	Standardavvik
Ankeroppgaver	12 (6)	47	5,64	3,35
Tallregning	10 (5)	54	5,44	3,00
Praktisk regning	4 (2)	51	2,04	1,52
Prosent	4 (2)	23	0,90	1,13
Algebra	16 (8)	44	7,06	4,17
Geometri	6 (3)	54	3,24	2,03

Som det fremgår av tabell 12, var det variasjon fra emne til emne med hensyn til hvor stor andel av oppgavene gjennomsnittstudenten løser korrekt. Det har mest sannsynlig sammenheng med antall oppgaver totalt innenfor hver skala. Forskjeller kan skyldes sammenstillingen av oppgaver innenfor et emne i like stor grad som faktiske forskjeller med hensyn til forkunnskaper. Dersom det er gitt to krevende oppgaver innenfor et emne med kun to oppgaver til sammen, vil dette gi større utslag enn dersom det er gitt to krevende oppgaver innenfor et emne med åtte oppgaver til sammen.

Med forbehold om at dette området inneholder kun to oppgaver, kan det se ut som om prosent er et område der studentene skårer spesielt svakt. En av de to oppgavene er oppgaven ”Dahl skole” som omtales senere i dette kapitlet.

4.1 Ankeroppgaver – oppgaver som har vært med siden 1984

Tabell 13 viser begynnerstudentenes resultater på de seks oppgaver har vært brukt ved alle gjennomføringene. Det er kun minimale endringer de siste årene. Samtidig er forskjellen stor fra 1984 og til i dag. Selv om utvalget av studenter som tar testen varierer fra gjennomføring til gjennomføring, og man derfor skal være varsom med å trekke slutninger, vil vi allikevel hevde at begynnerstudentene på matematikktunge fag i 1984 hadde bedre forkunnskaper i det som kan regnes som grunnleggende regneferdigheter. Vi gjør oppmerksom på at resultatene på samlet prøve følger tendensene til ankeroppgavene.

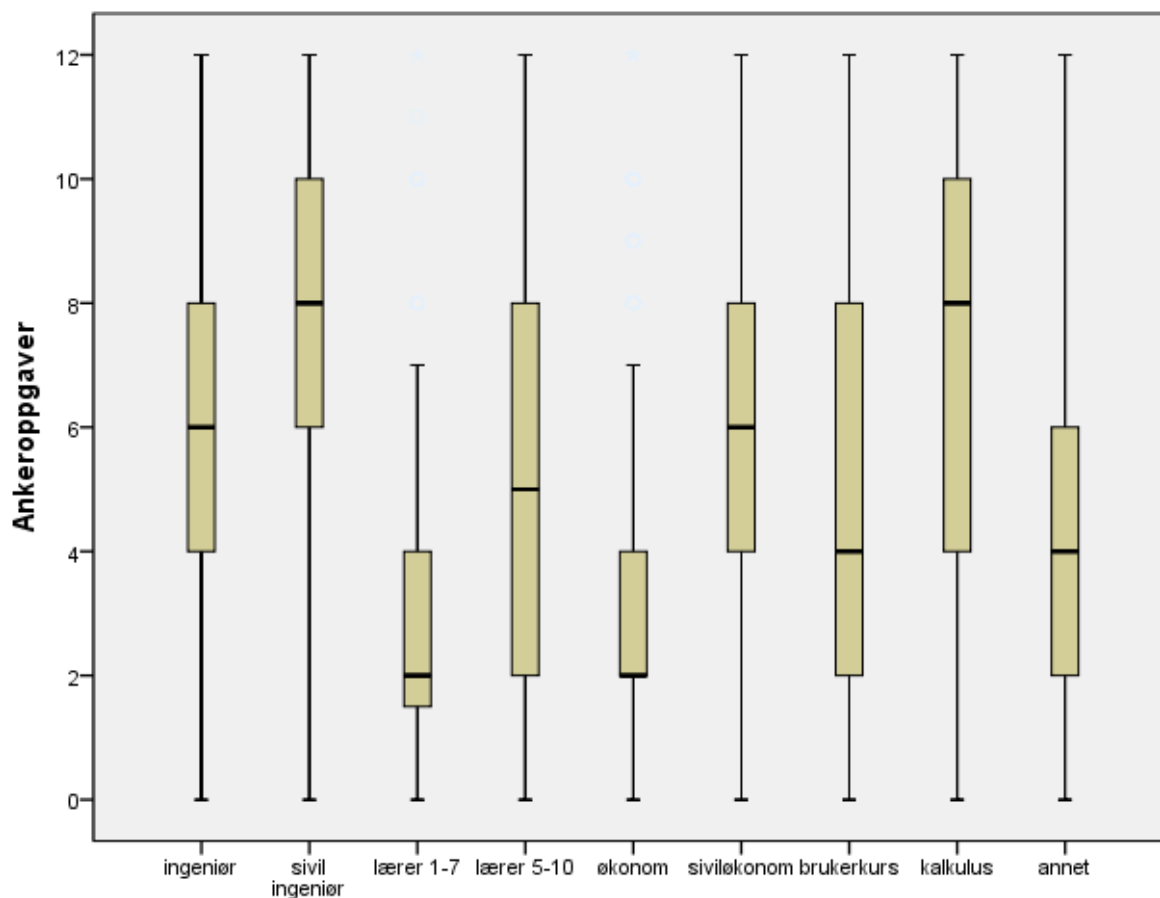
¹⁷ Ved gjennomføringen i 2011 ble det brukt samme kategorisering av oppgaver som ved tidligere gjennomføringer av forkunnskapstesten.

Tabell 13. Resultater på ankeroppgaver fra 1984 til 2011

Årstall/ oppgave	1984 %	1986 %	1999 %	2000 %	2001 %	2003 %	2005 %	2007 %	2009 %	2011 %
2a Enkel ligning	94	93	-	69	76	69	66	64	67	68
7 Prosentregning	84	82	67	55	52	47	41	38	40	40
6 Ordne brøker	82	78	65	56	56	55	53	49	54	54
1c Tallregning	78	75	-	53	44	39	36	32	34	36
14 Proporsjonalt resonnement (Beste kjøp)	74	71	58	53	50	48	51	51	48	51
3 Volum	57	56	37	22	41	35	32	31	33	31
Gjennomsnitt på ankeroppgavene	78	76	-	51	53	49	47	44	46	47

Note: Oppg. 1c og 2a var ikke med i oppgavesettet i 1999.

Figur 11 viser gjennomsnittlig poengsum for hver av studieveiene på ankeroppgavene. I hovedtrekk kan det samme mønsteret som for testen under ett, observeres. Sivilingeniør og kalkulusstudentene hadde de beste resultatene og skårte i gjennomsnitt over syv poeng. Begynnerstudentene på studiene Lærer 1 – 7 og økonomi hadde de svakeste resultatene (se også tabell 14).



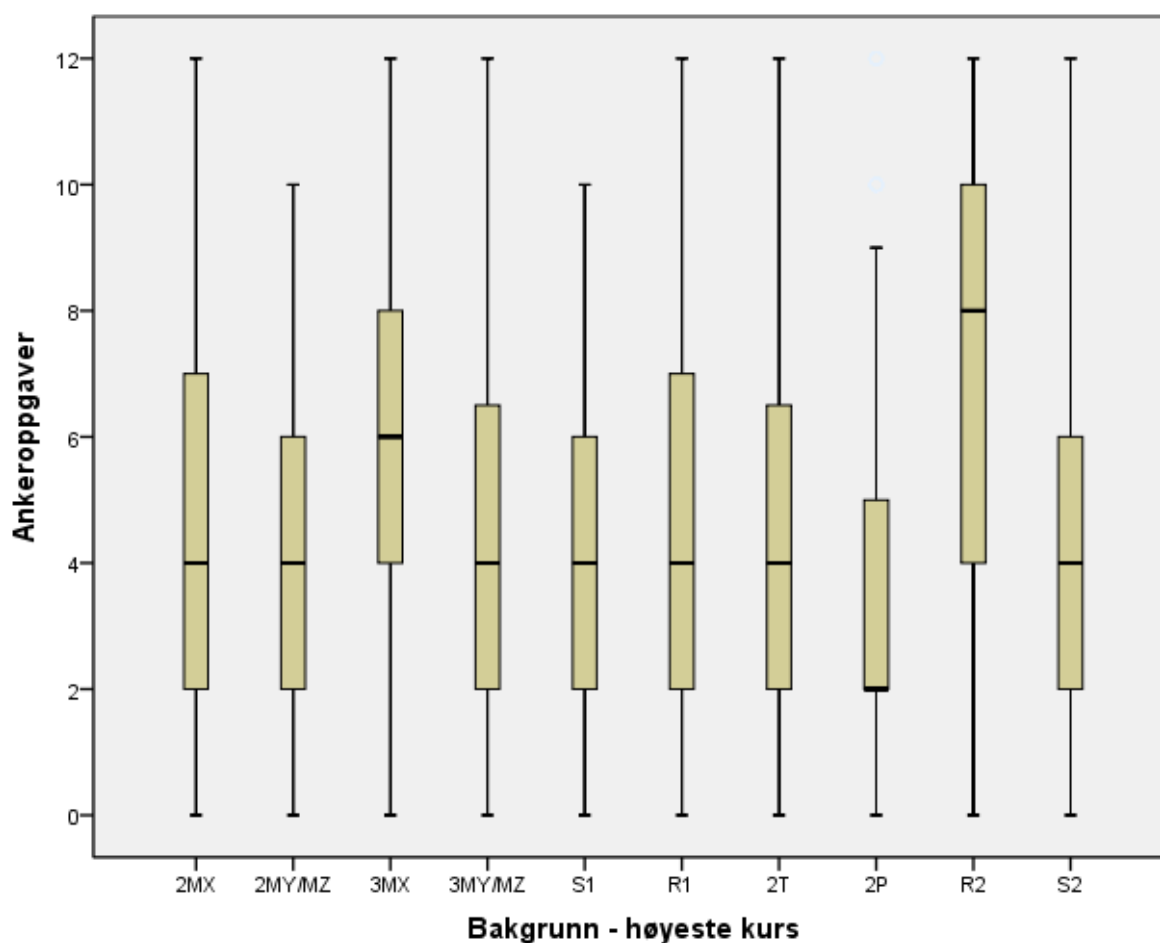
Figur 11. Resultater på ankeroppgavene for alle studieretningene.

Note: Utliggere er fjernet fra figuren.

Tabell 14. Gjennomsnittskår for de ulike studieveiene på ankeroppgavene

Utdanningsvei	Antall	Gjennomsnitt (standardavvik)	Grupperinger			
			Subset for alpha = 0,05			
Lærer 1 - 7	356	2,87 (2,49)	1			
Økonomi	686	3,29 (2,68)	1			
Brukerkurs	419	5,05 (3,21)		2		
Lærer 5 – 10	316	5,15 (3,24)		2		
Ingeniør	1537	5,49 (3,01)		2	3	
Siviløkonom	489	6,09 (3,05)			3	
Kalkulus	626	7,19 (3,19)				4
Sivilingeniør	1237	7,57 (2,93)				4
Sig.			.775	.724	.272	.857

Note: Gjennomsnitt for grupper i homogene subset er vist. Gruppene er av ulik størrelse, og harmonisk gjennomsnitt for gruppestørrelse er brukt. Harmonic means sample size = 490,817.



Figur 12. Sammenheng mellom resultater på ankeroppgaver og bakgrunnsunnskaper.

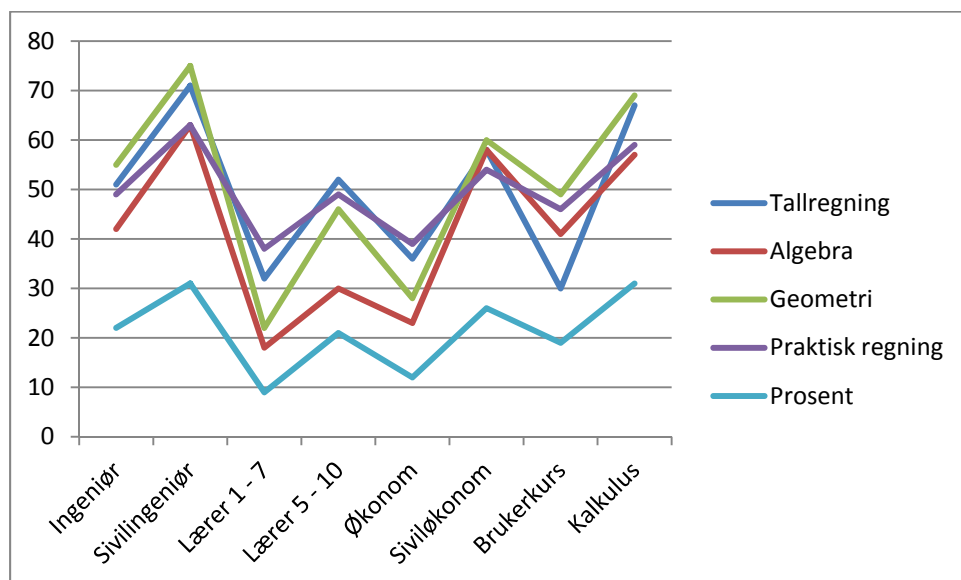
Figur 12 fremstiller sammenheng mellom bakgrunnsunnskaper fra videregående skole og resultater på ankeroppgavene. Studenter som hadde full fordypning fra videregående skole etter innføringen av LK06 hadde signifikant høyere resultater enn studenter med andre kurskombinasjoner fra videregående opplæring.

4.2 Grupper av oppgaver

I rapportene for de tidligere gjennomføringene av forkunnskapstesten har resultater vært rapportert for gruppene av oppgaver (skalaene) som ble listet opp i tabell 12. Resultatene fra gjennomføringen i 2011 er vist i figur 12. Som det fremgår av figuren, ligner profilene til de ulike studentgruppene svært på hverandre, selv om noen grupper har mye høyere skårer enn andre.

Som det fremgikk av tabell 12, er det svært ulikt antall oppgaver innenfor de ulike emnene, det varierer mellom to og åtte oppgaver. Man skal derfor ta dette med i beregning når man studerer profilene. Dersom en gruppe studenter i gjennomsnitt feiler på en av de to prosentoppgavene ble resultatet for denne gruppen 50 %. Dersom gruppen feilet på en av de åtte algebraoppgavene, ble tilsvarende skår 7/8, det vil si 82,5 %.

Figur 13 fremstiller gjennomsnitlig poengsum for hver av skalaene for de ulike gruppene av begynnerstudenter. Det fremgår av figur 13 at sivilingeniørstudentene hadde høyest resultater på alle skalaene, det vil si innenfor alle emnene eller alle gruppene av oppgaver. Studentene på Lærer 1 – 7 hadde svakest resultater sammen med økonomistudentene. Dette er det samme som samlet resultat på forkunnskapstesten.



Figur 13. Resultater for ulike grupper av oppgaver, studieveier.

5. Lærerstudentene

Mens lærerhøgskolene tidligere tilbød én felles lærerutdanning for studenter som ønsket å undervise elever i grunnskolen (årstrinn 1 – 10), har lærerstudentene fra og med studieåret 2009/2010 måttet velge mellom å utdanne seg til lærer for årstrinn 1 – 7 eller lærer for årstrinn 5 – 10. I de fleste tidligere rapportene fra matematikkrådets forkunnskapstest har det vært vist bekymring for lærerstudentenes forkunnskaper (se for eksempel Rasch Halvorsen og Johnsbråten, 2007; Nortvedt, Elvebakk og Lindstrøm, 2010). Lærerstudentene har sammen med økonomistudentene vært de to gruppene som har hatt svakest resultater.

I 2009 besvarte 847 lærerstudenter forkunnskapstesten, med en gjennomsnittelig poengsum på 14,31 poeng ($SD = 7,25$). I 2011 deltok 672 lærerstudenter på forkunnskapstesten fordelt på 11 institusjoner¹⁸. Gruppens resultater er oppgitt i tabell 15.

Tabell 15. Resultater for lærerstudentene i 2009 og 2011.

År	Linje	N	Gjennomsnitt
2009	Grunnskolelærer (1 – 10)	847	14,31 (7,25)
2011	Lærer 1 – 7	356	11,57 (6,64)
	Lærer 5 - 10	316	18,19 (7,98)
	Totalt (2011)	672	14,68 (8,01)

Samlet sett hadde lærerstudentene såvidt høyere gjennomsnittresultater i 2011 sammenlignet med 2009. Den lille endringen på 0,37 poeng tilsvarer omtrent tre standardfeil. Når man deler opp resultatene på de to linjene, ser man at de respondentene som ønsker å bli lærere på mellomtrinnet og ungdomstrinnet (Lærer 5 – 10) hadde høyere resultater enn studentene som ønsker å bli barneskolelærere (Lærer 1 – 7). Mens Lærer 1 – 7 er den gruppen som hadde lavest gjennomsnittresultater ved gjennomføringen i 2011, nærmer Lærer 5 – 10 seg studentene som tok «brukerkursene» i matematikk på universitetet, altså studenter som har valgt å studere realfag. Det skal dog bemerkes at antall respondenter er svært lavt sammenlignet med antal lærerstudenter i Norge, og at disse resultatene derfor ikke kan generaliseres til lærerstudenter generelt.

5.1 Hvilken bakgrunn hadde lærerstudentene

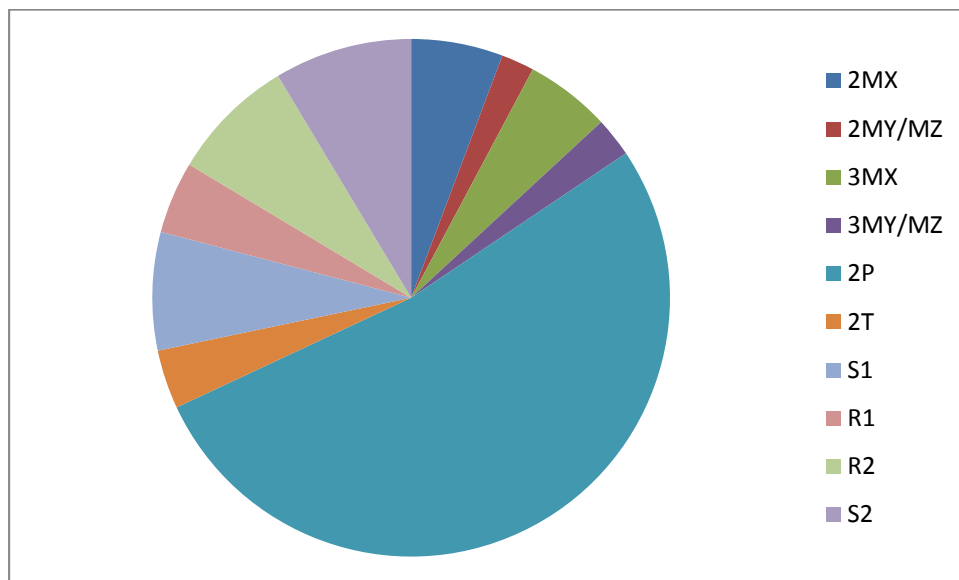
Selv om gruppene av lærerstudenter neppe er representative, er det allikevel interessant å se hvilken bakgrunn respondentene hadde fra videregående opplæring. Dette kan gjøre det mulig å undersøke om de samme sammenhengene som gjelder for utvalget generelt også finnes for de to gruppene med lærerstudenter som deltok på forkunnskapstesten 2011.

Figur 14 og 15 fremstiller studentenes bakgrunn fra videregående opplæring. En stor andel av lærerstudentene oppga ikke bakgrunn i matematikk fra videregående skole: 31 % av studentene på Lærer 1 – 7 og 21 % av studentene på Lærer 5 – 10 har ikke oppgitt bakgrunn.

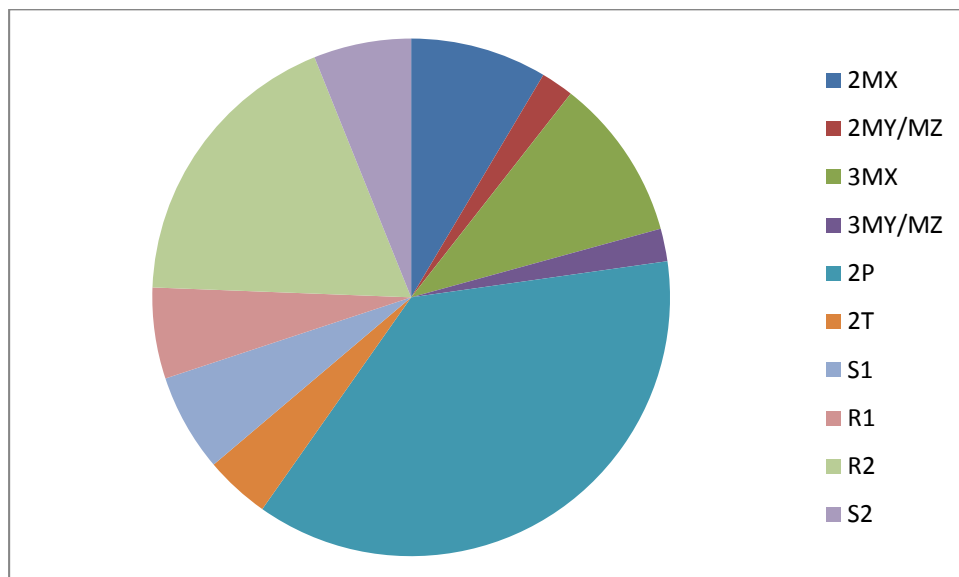
Blant dem som har oppga bakgrunn, oppga omtrent halvparten av Lærer 1 – 7-studentene å ha P2 som høyeste kurs. Dette er «minimumsvarianten». Også en stor andel av Lærer 5 – 10-studentene oppga å ha 2P som høyeste kurs. Samtidig hadde en større andel studenter fordypning i matematikk fra videregående skole, for eksempel R1 og R2. Dersom man ser de studentene i utvalget som oppga bakgrunn under ett (4719 studenter) kan det observeres at studenter som oppga å ha tatt fordypning i matematikk i videregående skole, hadde signifikant

¹⁸ Syv institusjoner har sendt inn data for lærerstudenter 1 – 7 og ni for 5 – 10, totalt fem av institusjonene sendte inn data fra begge utdanningsløpene.

høyere skår på forkunnskapstesten enn studenter som oppga å ha «bare» 2P (se side 15). Også studenter som oppga å ha tatt 2T hadde signifikant høyere skår enn 2P-studentene. Dette mønsteret er ikke signifikant for lærerstudentene selv om studenter med fordypning hadde høyere gjennomsnitt på matematikktesten en studenter uten fordypning, var disse studentene likere. De av lærerstudenter som oppga å ha full fordypning i form av R2 og S2 hadde dog signifikant høyere skåre enn studenter kun med 2P, $F = (9,480) = 9,852, p < .01$.



Figur 14. Bakgrunn fra videregående skole, Lærer 1 – 7. N = 244



Figur 15. Bakgrunn fra videregående skole, lærerstudenter 5 – 10. N = 246

Å bli lærer er et valg noen tar senere i livet enn ved utgangen av videregående skole. Tilsynelatende kom omtrent halvparten av lærerstudentene som deltok i undersøkelsen rett fra videregående utdanning (se tabell 16). Lærerstudentene i utvalget var noe eldre enn de øvrige studentene. Studentene på Lærer 1 – 7 var noe yngre enn studentene på Lærer 5 - 10.

Tabell 16. Alder ved oppstart på lærerutdanning.

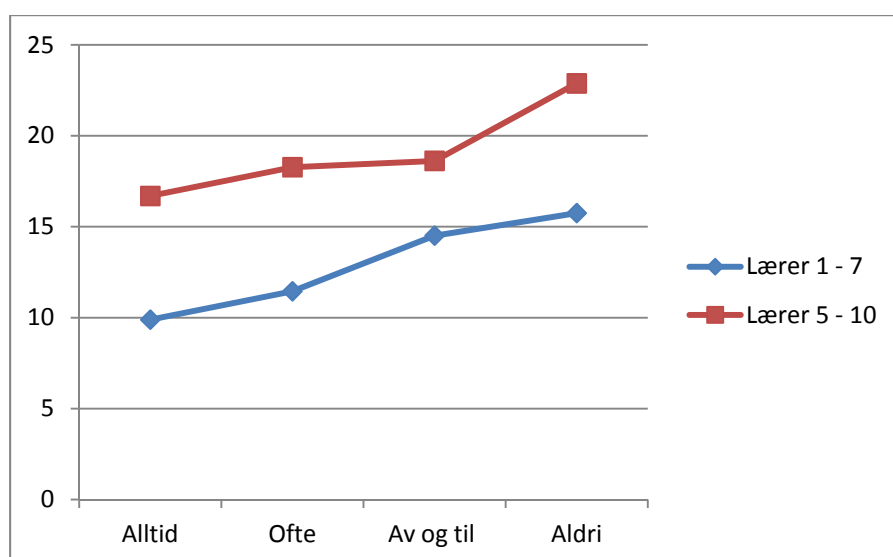
	Lærer 1 – 7 %	Lærer 5 - 10 %	Totalt %
17 – 20	51	46	49
21 – 25	35	42	38
26 – 35	11	6	9
36 år eller eldre	3	5	4
N	354	315	669

Tradisjonelt har en veldig stor andel av lærerne i barneskolen vært kvinner. Også blant lærerstudentene i utvalget var det stor overvekt av kvinner. Størst andel kvinnelige studenter fantes blant studentene som skal bli lærer på barnetrinnet der kun hver femte student var mann (se tabell 17).

Tabell 17. Andel mannlige og kvinnelige lærerstudenter

	N	Mann %	Kvinne %
Lærer 1 – 7	356	18	82
Lærer 5 - 10	316	40	60
Totalt	672	28	72

Som for utvalget sett under ett, kan det observeres sammenheng mellom hvor ofte man oppgir å bruke kalkulator til beregninger og resultater på forkunnskapstesten, se figur 16. Forskjellen mellom 1 – 7 og 5 – 10 studentene var minst for studenter som oppga å bruke kalkulator av og til.



Figur 16. Sammenheng mellom kalkulatorbruk (hyppighet) og resultater (poengsum) for Lærer 1 – 7 og Lærer 5 – 10.

6. Ingeniørstudentene

Det har etterhvert blitt mange ulike inngangsporter til ingeniørstudiet. Mange studenter søker seg inne med yrkesfaglig bakgrunn og mange kommer fra studiespesialiserende tilbud i videregående skole.

Tabell 18a. Ingeniørstudentenes bakgrunn - skoleslag

Bakgrunn	N	%
Yrkesfag	463	31
Studieforberedende	986	64
Internasjonal utdanning	23	2
Ubesvart	45	3
Totalt	1537	100

Omtrent en tredel av ingeniørstudentene oppga å ha yrkesfaglig bakgrunn og omtrent to tredeler oppga å ha studieforberedende videregående opplæring (se tabell 18a). Studenter som har tatt yrkesfag i videregående skole kan senere ta påbyggingskurs for å kvalifisere seg til opptak ved høyskolen. Det er mulig at en del av studentene i utvalget har gjort det: Når studentene ble spurt om bakgrunn for opptak svarte kun drøyt en tredel av studentene at de hadde et annet opptaksgrunnlag enn yrkesfag (se tabell 18b). Noen av studentene på de ulike forkursordningene kan ha gått studiespesialisering på videregående skole, men mangle realfagskompetanse. Mange av studentene som oppga å komme inn med yrkesfaglig bakgrunn oppga samtidig å ha fullført fordypningskurs i matematikk i videregående skole (se tabell 18c).

Tabell 18b. Ingeniørstudentenes bakgrunn - opptaksgrunnlag

Bakgrunn	N	%
Går på 1-årig forkurs	163	11
Har tidligere tatt 1-årig forkurs	337	22
2-årig teknisk fagskole	37	2
Går på treterminordningen	236	15
Fagbrev (Y-veien)	132	9
Ingen av disse	537	35
Ubesvart	95	6
Totalt	1537	100

Tabell 18c. Ingeniørstudenters bakgrunn – fordypning fra videregående opplæring

Bakgrunn	N	2MX	R1	3MX	R2	Andel av gruppen som oppgir å ha fordypningskurs i matematikk (%)
Går på 1-årig forkurs	163	6	5	8	8	17
Har tidligere tatt 1-årig forkurs	337	29	9	17	16	21
2-årig teknisk fagskole	37	0	0	1	3	11
Går på treterminordningen	236	15	14	6	83	50
Fagbrev (Y-veien)	132	3	1	1	2	5
Ingen av disse	537	11	5	11	346	69
Ubesvart	95	1	1	10	55	70
Totalt	948	65	35	54	513	

Note: Kun 948 studenter har oppgitt hvilke matematikkurs de har fra videregående skole.

6.1 Sammenhenger mellom bakgrunn og dyktighet

I kapittel tre så vi at ingeniørstudentene i gjennomsnitt fikk 20,44 poeng (8,49) på forkunnskapstesten, det vil si at de løste litt under halvparten av oppgavene korrekt. I tabell 19a, 19b og 19c fremstilles sammenhengen mellom bakgrunn og resultater på forkunnskapstesten. Fordi mange studentene har oppga både å ha yrkesfaglig og studieforbereende bakgrunn, er studentenes dyktighet fremstilt på samme måte som bakgrunn.

Tabell 19a. Sammenheng mellom bakgrunn og dyktighet - skoleslag

Bakgrunn	N	Gjennomsnitt
Yrkesfag	463	17,72 (8,11)
Studieforbereende	986	21,17 (8,39)
Internasjonal utdanning	23	21,87 (8,94)
Ubesvart	45	21,02 (7,80)
Totalt	1537	20,44 (8,49)

Studentene med en annen bskgrunn enn yrkesfag hadde høyest skår på forkunnskapstesten (se tabell 19a). Fra tabell 19b kan man se at «forkurs hjelper», det vil si at studentene som tidligere har tatt ettårig forkurs og studenter som gikk på treterminordningen, hadde bedre resultater på forkunnskapstesten enn de som ble tatt opp Y-veien eller som var i ferd med å ta ettårig forkurs. Denne forskjellen er signifikant $F(5,1436) = 47,909, p < .01$.

Tabell 19b. Sammenheng mellom bakgrunn og dyktighet - opptaksgrunnlag

Bakgrunn	N	Gjennomsnitt	Grupperinger Subset for alpha = 0,5		
Går på 1-årig forkurs	163	13,33 (7,19)	1		
Fagbrev (Y-veien)	132	16,70 (7,30)	1	2	
2-årig teknisk fagskole	37	16,86 (7,51)		2	
Har tidligere tatt 1-årig forkurs	337	20,35 (8,06)			3
Går på treterminordningen	236	20,39 (7,96)			3
Ingen av disse	537	23,28 (8,05)			3
Sig			.051	1.000	.140

Forøvrig observeres det samme mønsterer for ingeniørstudentene som for øvrige studenter, studenter med full fordypning i matematikk har høyere gjennomsnittlig poengsum enn studenter med bare ett års fordypning (se tabell 19c).

Tabell 19c. Sammenheng mellom bakgrunn og dyktighet – fordypningskurs

Bakgrunn	N	Gjennomsnitt
2MX	65	19,54 (8,28)
R1	35	20,34 (8,89)
3MX	149	23,05 (8,36)
R2	513	23,34 (7,84)
Hele utvalget	1537	20,44 (8,49)

7. Hvordan gikk det på «Dahl skole»?

Norsk matematikkråds forkunnskapstest har vært i bruk siden 1984¹⁹. Dette har vært mulig fordi man har valgt å ikke offentliggjøre selve oppgavene. Enkelte oppgaver er imidlertid kjent. En oppgave som man ofte refererer til er «Dahl skole». Denne oppgaven er en enkel prosentoppgave som ligger innenfor kunnskapsmålene for grunnskolens ungdomstrinn. Oppgaven er gjengitt nedenfor, i figur 17.

<p>7</p> <p>På Dahl skole er det 135 jenter og 115 gutter. Hvor mange prosent av elevene er jenter?</p> <p>Svar: _____</p>

Figur 17. Oppgaven «Dahl skole».

For å løse denne oppgaven korrekt må studentene være i stand til å beregne hvor mange prosent 135 jenter utgjør av totalt 250 elever. Studentene må først være i stand til å identifisere det korrekte forholdet, det vil si kunne stille opp den korrekte brøken. De må også være i stand til å gjennomføre divisjonen $135 : 250$ uten hjelpemidler.

Kun 40 % av studentene klarte å løse denne oppgaven korrekt. De samme mønstre som man kan observere for testen under ett, kan man også observere for ”Dahl skole”. Flere menn enn kvinner løste oppgaven korrekt. De studentene som hadde fordypning i matematikk fra videregående skole løste i større grad oppgaven korrekt enn de studentene som kun hadde fullført obligatoriske kurs (2P og 2T). Disse resultatene²⁰ er gjengitt i tabell 20. Selv om ingen enkeltgruppe lykkes med å løse ”Dahl skole” i stor grad, fremgår det allikevel av tabellen på neste side at det er stor spredning mellom de ulike gruppene.

Prosent innføres i kompetansemålene for 7. trinn i grunnskolen. Prosentbegrepet er også sentralt både på ungdomstrinnet og i videregående opplæring. Norske elever har arbeidet mye med prosentbegrepet og prosentregning før de møter forkunnskapstesten. Divisjon innføres enda tidligere. Allerede i kompetansemålene for 2. trinn står det at elevene skal kunne halvere (Utdanningsdirektoratet, 2012), på 4. trinn skal elevene kunne utføre divisjon i praktiske situasjoner. Formell algoritme innføres på mellomtrinnet. Det burde forventes at studenter kan løse oppgaver som «Dahl skole».

¹⁹ Den første testen ble tatt i bruk i 1984. I 2000 reviderte matematikkrådet testen, og den reviderte testen har vært brukt ved hver gjennomføring siden 2001.

²⁰ Kun resultater for noen muligheter av *Bakgrunn* (høyeste kurs i videregående opplæring) er oppgitt.

Tabell 20. Resultater på «Dahl skole»

Gruppe		N	Korrekt svar (%)
Kjønn	Menn	3791	45
	Kvinner	2234	31
Bakgrunn	2P	533	20
	2T	60	40
	S1	92	22
	S2	407	28
	R1	261	31
	R2	2483	52
	2MX	226	31
	3MX	489	45
	Utdanningsvei	Brukerkurs	419
Kalkulus		626	53
Ingeniør		1537	37
Siv.ing		1327	57
Økonomi		686	22
Siv.øk		489	45
Lærer 1 – 7		356	18
Lærer 5 – 10		316	37
Totalt			40

8. Holdningsvariablene

Ved gjennomføringen i 2011 svarte studentene på fem spørsmål om holdninger til matematikk og til å arbeide med matematikk. Spørsmålene er hentet fra elevspørreskjemaet som brukes i den internasjonale, komparative OECD studien PISA (Program for International Student Assessment). Spørsmålene er utformet som påstander. De fem spørsmålene er gjengitt i tabell 21 sammen med hvor stor andel av studentene som er svært enig, enig, uenig eller svært uenig i hver av påstandene.

Tabell 21. Begynnerstudentenes holdninger til matematikk

Påstand	Svært enig (%)	Enig (%)	Uenig (%)	Svært uenig (%)
Å gjøre en innsats i matematikk er viktig, fordi det vil hjelpe meg i det arbeidet jeg skal gjøre senere.	66	32	1	0
Jeg arbeider med matematikk fordi jeg liker det.	20	55	21	3
Å lære matematikk er viktig for meg, fordi det vil bedre mine yrkesmuligheter.	52	44	3	1
Jeg er interessert i det jeg lærer i matematikk.	22	63	13	1
Matematikk er et viktig fag for meg, fordi jeg trenger det når jeg skal studere videre.	56	37	5	1

Omtrent en prosent av studentene svarte ikke på holdningsspørsmålene. De øvrige studentene sa seg stort sett enige eller svært enige i alle de fem påstandene. Det er interessant å merke seg at studentene var mest enige i at å gjøre en innsats (for å lære matematikk til senere bruk) er viktig. De aller fleste studentene var også enige i påstanden om at de liker matematikk, selv om nesten en firedel av studentene var uenig i denne påstanden.

De to påstandene «jeg arbeider med matematikk fordi jeg liker det» og «jeg er interessert i det jeg lærer i matematikk» kan sies å være beslektede spørsmål. Det er godt samsvar mellom hvordan studentene forholdt seg til de to påstandene. To tredeler av studentene var like enige eller uenige i de to påstandene.

Det samme gjelder de tre «nytte»-påstandene. To tredeler av studentene var like enige i de tre påstandene eller like uenig i de tre påstandene.

8.1. Interesse for å lære matematikk

De ulike studentgruppene var ikke like intereserte i det de lærer i matematikk. Fra tabell 22 kan man lese ut at studentene på Lærer 5 – 10 var mest enige i påstanden «Jeg arbeider med matematikk fordi jeg liker det». Hele 93 % var enige eller helt enige. Også sivilingeniørstudentene og kalkulusstudentene var i mye større grad enige i påstanden enn andre studenter. Dette resultatet er kanskje selvsagt. Studenter som velger matematikk på Lærer 5 – 10 ønsker å bli matematikklærere. Sivilingeniører vil i fremtidige yrker bruke matematisk modellering som et helt sentralt verktøy i sitt daglige virke. Mange kalkulusstudenter velger å studere matematikk eller fag som krever høy matematisk kompetanse og som også involverer matematisk modellering. De andre fem studentgruppene lignet også på hverandre i det at de i

mye mindre grad var enige i påstanden, selv om hoveddelen av disse studentene også var enige eller svært enige i påstanden. Begynnerstudentene likte matematikk.

Tabell 22. Jeg arbeider med matematikk fordi jeg liker det.

Studievei	N	Helt enig (%)	Enig (%)	Uenig (%)	Helt uenig (%)
Lærer 5 – 10	313	29	64	7	0
Sivilingeniør	1317	28	61	10	0
Kalkulus	623	36	52	12	1
Siviløkonom	488	17	53	25	5
Ingeniør	1520	15	62	22	2
Økonom	678	15	46	31	8
Lærer 1 – 7	355	15	40	39	7
Brukerkurs	418	11	48	35	6
Totalt	5996	20	55	21	3

8.2 Sammenheng mellom holdninger til matematikk og resultater på forkunnskapstesten

Tabell 23 fremstiller sammenhengen mellom studentenes holdninger til matematikk og resultater på forkunnskapstesten. For hver av påstandene er det oppgitt gjennomsnittelig poengsum for studentene som var svært enige, enige, uenige og svært uenige i påstanden. For samtidlige påstander er det slik at jo mer enige studentene var, jo høyere poengsum hadde de. Jo mer uenige studentene var, jo lavere poengsum hadde de (med ett unntak). Det kan altså observeres en sammenheng mellom holdninger og resultater. For hver av påstandene har graden av enighet blitt gitt en verdi slik at svært enig tilordnes verdien fire, enig verdien tre og så videre. Dette er brukt for å gi studentene en verdi for hvor positive holdninger de har. Studentenes holdninger til matematikk har en positiv korrelasjon på $.244^{21}$ til resultatene deres.

Tabell 23. Sammenheng mellom holdninger og resultater på forkunnskapstesten

Påstand	Svært enig (poeng)	Enig (poeng)	Uenig (poeng)	Svært uenig (poeng)
Å gjøre en innsats i matematikk er viktig, fordi det vil hjelpe meg i det arbeidet jeg skal gjøre senere.	22,12 (9,68)	20,09 (9,67)	19,13 (9,30)	14,43 (9,81)
Jeg arbeider med matematikk fordi jeg liker det.	25,53 (9,38)	21,85 (9,24)	17,56 (9,27)	13,08 (8,63)
Å lære matematikk er viktig for meg, fordi det vil bedre mine yrkesmuligheter.	21,93 (9,69)	20,99 (9,70)	19,42 (9,92)	17,55 (10,72)
Jeg er interessert i det jeg lærer i matematikk.	24,07 (9,87)	21,41 (9,42)	17,74 (9,47)	14,06 (8,17)
Matematikk er et viktig fag for meg, fordi jeg trenger det når jeg skal studere videre.	22,51 (9,70)	20,21 (9,52)	18,37 (9,83)	19,95 (9,24)

²¹ Pearson korrelasjonskoeffisient, signifikant på .01-nivå.

9. Avsluttende kommentarer

Resultatene på matematikkrådets forkunnskapstest i 2011 gir i liten grad noe ”nytt” og oppsiktsvekkende bilde av nivået på forkunnskapene til norske begynnerstudenter på matematikk-tunge studier. Samtidig bekrefter resultatene funnene fra gjennomføringen i 2009 og i årene før, der man det siste tiåret har observert et stabilt nivå på studentenes forkunnskaper. Dette nivået er stabilt til tross for at utvalget varierer fra år til år, og støttes ved at resultatene på «ankeroppgavene» viser samme tendens. Ved gjennomføringen i 2009 stilte matematikkrådet spørsmål om dette nivået er tilstrekkelig med hensyn til å gi et godt fundament for den læringen som skal skje på universitet og høyskole. Dette spørsmålet er stadig aktuelt. Vi frykter at mange studenter vil oppleve å streve unødige. Etter gjennomføringen i 2009 skrev vi

«Matematikkrådet har i mange år bekymret seg over forkunnskapene til begynnerstudentene. Testen gir ingen indikasjoner med hensyn til hvordan studentene lykkes i sin utdanning eller hvordan de vil oppleve den, men det er sannsynlig at mange vil oppleve å slite unødige. Samtidig kan man tenke at manglende begrepsforståelse og tekniske regneferdigheter stjeler resurser og krever unødige fokus når studentene skal øve inn og praktisere ferdigheter de skal tilegne seg i sine kurs ved det nye studiestedet. For eksempel er gode begreper og regneferdigheter i brøk en sentral ”portvokter” til algebraens verden. Gode kunnskaper om areal og volum er sentrale grunnkunnskaper for senere tilegnelse av kunnskaper i kalkulus.»

(s 40, Nortvedt, Elvebakk og Lindstrøm, 2010).

Studenter med gode forkunnskaper er godt rustet til videre arbeid med å lære matematikk og til å bruke sine matematiske kunnskaper og ferdigheter i møte med situasjoner som krever matematiske handlinger – i hverdagsliv, i studiene og i egen yrkesutøvelse. At man stadig får flere teknologiske hjelpemidler endrer ikke behovet for å «eie» gode begreper og fleksible strategier. En ekspert er kjennetegnet ved at han eller hun har solid fagkunnskap, fleksible strategier og en positiv og produktiv holdning til sitt fagfelt (Alexander, 2003). Fra holdningsspørsmålene ser vi at mange av begynnerstudentene er positive til matematikk, at de har en interesse for matematikken i seg selv. Andre igjen ser på matematikk som et nyttig redskap som det er nødvendig å tilegne seg. Det er ikke sikkert at disse studentene er preget av den dype interessen for matematikk som vil gi læring av en slik kvalitet at de blir «eksperter».

En «ekspert» kan lett veksle mellom ulike representasjonsformer som brøk, desimaltall og prosent, kan gjøre overslag og nøyaktige beregninger både ved hjelp av hoderegningstrategier, skriftlige metoder og ved hjelp av digitale verktøy. Til forkunnskapene hører også kunnskaper og ferdigheter innenfor de andre matematiske områdene som finnes i skolens læreplaner samt en tilsvarende fleksibilitet og veksling mellom ulike metoder. Resultatene på forkunnskapstesten kan tyde på at begynnerstudenten ikke er en «ekspert» ved oppstarten til studietiden.

Heldigvis er Norsk matematikkråd ikke alene om å bekymre seg over kunnskapsnivået til norsk begynnerstudenter. Også sentrale myndigheter har vist vilje til å gjennomføre tiltak for å bedre dette. I 2008 vedtok Utdanningsdirektoratet at eksamen i matematikk i grunnskole og videregående skole skal gjennomføres som et todelt eksamen. I del 1 får elevene ikke bruke hjelpemidler, men alle hjelpemidler (unntatt internett) tillates i del 2. Ved neste gjennomføring av forkunnskapstesten i 2013 vil de første elevene som har hatt en kalkulatorfri del både i grunnskolen og i videregående skole delta i matematikkrådets undersøkelse. Det vil bli spennende å se hvilke resultater de får på testen!

Referanser

- Alexander, P. A. (2003). The development of expertise: The journey from acclimation to proficiency. *Educational Researcher*, 32(8), s. 10 – 14.
- Bjørkeng, B. (2011). *Jenter og realfag i videregående opplæring. Rapport 2011/03*. Oslo – Kongsvinger: Statistisk sentralbyrå.
- Cohen, J., Cohen, P., West, S. G., & Aiken, L. S. (2003). *Applied multiple regression/correlation analysis for the behavioural sciences* (tredje utgave). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Grønmo, L. S., & Bergem, O. K. (2009). Prestasjoner i matematikk. I L. S. Grønmo & T. Onstad (red.), *Tegn til bedring. Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2007* (s. 49-111). Oslo: Unipub.
- Grønmo, L. S., Onstad, T., & Pedersen, I. F. (2009). *Matematikk og fysikk i videregående skole: "Et skritt tilbake"*. Oslo: ILS.
- Ho, R. (2006). *Handbook of univariate and multivariate data analysis and interpretation with SPSS*. Boca Raton, FL: Chapman & Hall/CRC
- Nortvedt, G. A., Elvebakk, G. & Lingstrøm, T (2010). *Norsk matematikkråds forkunnskapstest 2009*. Oslo: UiO.
- Olsen, R.V. (2010). Matematikk i Pisa. I M. Kjærnsli & A. Roe (red.), *På rett spor. Norske elevers kompetanse i lesing, matematikk og naturfag i PISA 2009* (s 138 – 157). Oslo: Universitetsforlaget
- Rasch Halvorsen, A. og Johnsbråten, H. (2007). *Norsk matematikkråds undersøkelse høsten 2007. En undersøkelse av grunnleggende matematisk kunnskap for studenter som begynner på matematikkrevende studier i Norge*. Notodden: Høgskolen i Telemark.
- Utdanningsdirektoratet (2012). *Læreplanverket for kunnskapsløftet*.
<http://www.udir.no/Lareplaner/Grep/>
- Utdanningsdirektoratet (2011). *Analyse av nasjonale prøver i regning 2011*.
http://www.udir.no/Upload/Statistikk/Nasjonale_prover/Nasjonale_prover_regning_2011_analyse.pdf?epslanguage=no