Strategibruk i multiplikasjon

Eirin Gamst-Nergård

Masteroppgave

Pedagogisk forskningsinstitutt

Det utdanningsvitenskapelige fakultet

UNIVERSITETET I OSLO

Våren 2006

SAMMENDRAG AV MASTEROPPGAVE I PEDAGOGIKK.
Eirin Gamst-Nergård

TITTEL: **Strategibruk i multiplikasjon.**
AV: Eirin GAMST-NERGÅRD
EKSAMEN: Masteroppgave i pedagogisk-psykologisk rådgivning ved PFI, PED 4190   **SEMESTER:** **vår 2006**
STIKKORD: Grunnskoleelevers strategibruk i multiplikasjon Back-up vs retrival strategi

Teoretisk bakgrunn

Det er gjennomført flere forskningsstudier av barns strategibruk i matematikk, spesielt innenfor regneartene addisjon og subtraksjon. Studier av barns strategibruk har vist at strategiene elevene anvender ser ut til å endre seg over tid, i takt med at elevene utvikler bedre matematikkferdigheter. Dette gjelder elever som følger en matematikkfaglig normal utvikling. For elever som ikke følger en matematikkfaglig normal utvikling ser strategibruken annerledes ut. Strategiene denne gruppen anvender kjennetegnes av tungvinte tellestrategier med liten grad av automatiserte addisjons- og subtraksjonsferdigheter.

Enkelte forskere deler strategibegrepet i to hovedgrupper; back-up og retrival strategi. Når svaret på et regnestykke ikke kan framhentes automatisk tar eleven i bruk en back-up strategi. En back-up strategi kan beskrives som en form for telle-strategi. Retrival strategi benyttes når svaret på en oppgave kan framhentes direkte, via et kunnskapslager. Når eleven kjenner igjen en oppgave og vet svaret, anvendes en retrival strategi. Det er gjort studier i Norge som viser at en gruppe skoleelevers strategibruk synes å stagnere eller stoppe opp. Studiene har blant annet stilt spørsmål ved elevenes strategibruk og hvorvidt den gjenspeiles i elevenes mestring av matematikkfaget.

Problemstilling

Mye av forskningen jeg har funnet om emnet strategibruk i matematikk har vært gjort innenfor addisjon og subtraksjon. Det har inspirert meg til å undersøke hvordan norske grunnskoleelever løser multiplikasjonsoppgaver. Jeg ønsket å kartlegge elevenes strategibruk for å se om den endrer seg i takt med at barna blir eldre. Jeg har også sett på om, og eventuelt hvilken sammenheng det er mellom strategibruk og mestring av den lille multiplikasjonstabellen, og strategibruk og generelle ferdigheter i matematikk.

Metode

Jeg har i hovedsak valgt å bruke kvantitativ metode med vekt på et deskriptiv design. Jeg kartla strategibruken til 57 elever på en barneskole. Halvparten av elevene gikk i 5. klasse og halvparten i 7. klasse. For å undersøke elevenes strategibruk gjennomførte jeg en individuell kartlegging av hver deltakers strategibruk når de løste ensifrede multiplikasjonsoppgaver. Jeg tok utgangspunkt i Jenkins & Siegler (1989) strategikartleggingsmetode. De fant at barn klarer å gi et valid svar på hvordan de tenker (løser en oppgave) når de blir spurt om utregningsmetode (strategi) direkte etter å ha avgitt svar på en regneoppgave. Strategikartleggingen foregikk ved at jeg stilte spørsmålet ”hvordan tenkte du” rett etter at eleven hadde svart på en ensifret multiplikasjonsoppgave. Jeg hadde ikke mulighet til å kartlegge deltakernes strategibruk mer enn en gang i løpet av tiden jeg jobbet med masteroppgaven. For å finne ut om strategibruken endrer seg over tid valgte jeg å samle inn empiri på to forskjellige klassetrinn, hhv. 5. og 7. klasse.

Deltakernes ferdigheter i den lille multiplikasjonstabellen ble testet ved at de løste oppgaver fra den lille multiplikasjonstabellen. Elevene jobbet under tidspress, og skulle løse så mange oppgaver som mulig på fire minutter. Den siste målingen jeg foretok var en Raven Standard Progressive Matrisetest. Den ble brukt for å få et mål på deltakernes ikke-verbale evnenivå. Jeg fikk også tilgang til resultatene på en standardisert måling av generelle ferdigheter i matematikk, som elevene var kartlagt med i forkant av datainnsamlingsperioden.

For å forsøke å besvare problemstillingene mine gjennomførte jeg både korrelasjonsanalyse og multippel regresjonsanalyse av det innsamlede datamaterialet. Jeg tok utgangspunkt i elever fra to forskjellige klassetrinn for å kunne si noe om endring i strategibruk over tid.

Konklusjon

Hovedkonklusjonen i undersøkelsen kan deles op i flere kategorier. Funn i undersøkelsen kan tyde på en signifikant forskjell mellom bruk av retrival strategi eller back-up strategier og ferdigheter i den lille multiplikasjonstabellen. De elevene som brukte retrival strategi løste signifikant flere oppgaver fra den lille multiplikasjons på fire minutter sammenliknet med de som anvendte back-up strategier. Retrival strategi fremstod derfor ikke uventet som en ressursbesparende strategi ved at den åpner opp for raskere tilgang til et svar, noe som igjen fører til at eleven klarer å løse mange oppgaver på kort tid. Med hjelp av regresjonsanalyser ønsket jeg å finne ut om det var mulig å predikere generelle ferdigheter i matematikk. For de yngste deltakerne så valg av strategi ut til å ha størsts betydning for ferdigheter i multiplikasjon og matematikk generelt. For de eldste deltakerne syntes intelligens å spille en viktig rolle for generelle ferdigheter i matematikk. På spørsmålet mitt om strategiene endrer seg over tid, fant jeg en tendens som pekte i retning av kvalitativ endring i bruken av back-up strategier fra 5. klasse til 7. klasse. Dette funnet synes å stemme med tidligere forskning hvor strategiutviklingen i addisjon og subtraksjon har blitt undersøkt.

Arbeid med dette temaet har gitt meg et lite innblikk i hvordan skolelever tenker og løser multiplikasjonsoppgaver. Mange av deltakerne uttrykte at det var uvant å skulle ”snakke” matematikk. For mange var det fremmed og nytt å sette ord på hvordan de tenkte og jobbet med selve løsningsprosessen. Hovedinntrykket etter denne undersøkelsen er at fokus på strategiutvikling i barneskolen kan øke elevenes utregningsferdigheter og videre utvikling av ferdigheter i flere av regneartene i matematikk.

Forord

Å skrive masteroppgave er ingen enkel prosess. Men endelig har jeg et produkt jeg er fornøyd med. Det er flere som har bidratt i etableringen og gjennomføringen av prosjektet og som fortjener en stor takk.

Først og fremst vil jeg rette en stor takk til Professor Snorre Ostad for kyndig veiledning og spennende diskusjoner. Takk for at du inspirerte meg til å skrive om temaet og for at du har vært positiv og optimistisk selv om sluttføringen av prosjektet har tatt litt tid.

Jeg vil rette en stor takk til elevene på barneskolen hvor empirien ble samlet inn. Uten dere hadde jeg ikke hatt noe materiale å skrive om. Takk for at dere var så modige å stille opp, selv om dere måtte løse mange vanskelige matematikkoppgaver.
Rektor og klasseforstanderne på skolen fortjener også en stor takk. Jeg er takknemlig for at dere stilte tid og klasserom til disposisjon. Og takk for de interessante samtalene omkring matematikk og undervisning i faget.

Jeg vil også rette en stor takk til Ove Hatlevik og Arne Lervåg. Takk for hjelp og innspill til å forstå kvantitativ metode, databaserte statistikkprogram og statistiske analyser. Takk for oppmuntrende ord og støtte underveis. Uten dere hadde dette prosjektet neppe kommet i havn.

Takk til familie og venner som har vært forståelsesfulle under hele prosessen.

Til sist vil jeg takke min kjære Vegard. Takk for at du hele tiden har støttet meg, og takk for at du fikk meg til å gjøre dette.

Eirin Gamst-Nergård

Tromsø, 27. juni 2006.

Innholdsfortegnelse

Kapittel 1 Tema for undersøkelsen og forskningsspørsmål 3
1.1 Bakgrunn for valg av tema 4
1.2 Forskningsspørsmål og metode 4
Kapittel 2 Teoretiske perspektiver på strategibegrepet 6
2.1 Lev Vygotskys perspektiv på barns erkjennelse 6
2.1.2 Den proksimale utviklingssone 6
2.1.3 Språket – talen 7
2.2 Jerome Bruner og begrepet om "Scaffolding" 9
2.3 Løsrivelse fra konkreter 10
2.4 Bearbeiding av informasjon og kunnskap 11
2.5 Hukommelse 12
2.5.1 Arbeidsminnet 12
2.5.2 Mekanisk pugg eller forståelse? 14
2.6 Automatisering og retrival strategi 14
2.7 Nettverk av kunnskap 15
2.7.1. Konneksjonistisk teori 17
Kapittel 3 Strategibegrepet – definisjon og beskrivelse 18
3.1 Generelle og oppgavespesifikke strategier 18
3.2 Back-up og retrival strategi 19
3.2.1 Back-up strategi 19
3.2.2 Retrival strategi 20
3.3 Strategiutvikling – empirisk referanseramme 20
3.4 Norsk undersøkelse om strategiutvikling i addisjon og subtraksjon 21
3.4.1 Strategibruk i addisjon 21
3.4.2 Strategibruk i subtraksjon 22
3.4.3 Fra back-up til retrival 23
3.5 Multiplikasjonsstrategier 24
3.5.1 Fire multiplikasjonsstrategier 24
3.5.2 Strategiutvikling i multiplikasjon 25
3.6 Fem multiplikasjonsstrategier 26
3.6.1 Gjentatt addisjon 27
3.6.2 Tallseriestrategi 28
3.6.3 Regelstrategi 29
3.6.4 Dekomposisjonsstrategi 29
3.6.5 Retrival strategi 30
3.7 Strategiutvikling 31
3.7.1 Tunge og lette forestillinger 32
3.8 Hva kjennetegner strategibruken hos elever med matematikkvansker? 34
3.8.1 Matematikkvansker 35
3.8.2 Matematikkvansker og strategibruk 35
3.8.3 Matematikkvansker og strategifattigdom 37
3.9 Generelle ferdigheter i matematikk 38

3.10 Intelligens 38
Kapittel 4 Empiri 41
4.1 Deltakere 41
4.1.1 Missing 41
4.2 Materiell og prosedyre 42
4.2.1 Materiell til kartlegging av strategibruk i multiplikasjon 43
4.2.2 Prosedyre for kartlegging av multiplikasjonsstrategiene 43
4.2.3 Materiell til den lille multiplikasjonstabellen 44
4.2.4 Prosedyre for lille multi (den lille multiplikasjonstabellen) 45
4.2.5 Materiell til Raven Standard Progressive Matrisetest 46
4.2.6 Prosedyre for Raven Standard Progressive Matrisetest 46
4.2.7 Materiell for M-prøven 47
4.2.8 Prosedyre for M-prøven 48
Kapittel 5 Metode 49
5.1 Design 50
5.2 Validitet 51
5.2.1 Begrepsvaliditet 51
5.2.2 Ytre validitet 53
5.2.3 Statistisk validitet 54
5.3 Reliabilitet 55
5.4 Statistisk Analyse 57
Kapittel 6 Resultater 58
6.1 Deskriptive data for variablene i undersøkelsen. 58
6.2 Oversikt over datamaterialet for 5. klasse 58
Variablene for elevene i 5. klasse illustrert gjennom histogram: 60
6.2.1 Hvilke strategier anvender elevene i 5. klasse til multiplikasjon? 60
6.2.2 Hvordan er den generelle matematikkferdigheten for elevene i 5. klasse? 61
6.2.3 Hvor mange multiplikasjonsoppgaver løser elevene i 5. klasse? 62
6.2.4 Hva ble resultatet på Raven for deltakerne i 5. klasse? 63
6.3 Oversikt over variablene i 7. klasse 64
Variablene for deltakerne i 7. klasse illustrert gjennom histogram: 65
6.3.1 Hvilke strategier anvender elevene i 7. klasse til multiplikasjon? 65
6.3.2 Hvordan er den generelle matematikkferdigheten for deltakerne i 7. klasse? 66
6.3.3 Hvor mange multiplikasjonsoppgaver løser elevene i 7. klasse? 67
6.3.4 Hva ble resultatet på Raven for deltakerne i 7. klasse? 68
6.4 Likheter og forskjeller mellom dataene innsamlet i 5. og 7. klasse 69
6.4.1 Strategier i bruk 69
6.4.2 Lille multi 70
6.4.3 Generelle ferdigheter i matematikk 71
6.4.4 Forskjeller og likheter på Raven 72
Kapittel 7 Korrelasjonsanalyser 74
7.1 Korrelasjonsanalyse for deltakerne i 5. klasse 75

7.1.1 Hva korrelerer strategien tallserie signifikant med? 76
7.1.2 Hva korrelerer variabelen retrival strategi positivt signifikant med? ... 76
7.1.3 Hvordan ser korrelasjonen mellom M4 og lille multi ut? 76
7.2 Korrelasjonsanalyse for deltakerne i 7. klasse 77
7.2.1 Hva korrelerer dekomposisjonsstrategien signifikant med? 78
7.2.2 Hva korrelerer variabelen for retrival strategi positivt signifikant med? 78
7.2.3 Hva korrelerer M6 positivt signifikant med? 79
7.3 Likheter og forskjeller mellom 5. og 7. klasse 79
Kapittel 8 Regresjonsanalyse 81
8.1 Retrival og Ravens betydning for den lille multiplikasjonstabellen 82
8.2 Raven og retrival sin betydning for generelle ferdigheter i matematikk 83
8.3 Retrival strategi og ferdigheter på lille multi - deres betydning for generelle ferdigheter i matematikk 84
Kapittel 9 Drøfting 86
9.1 Hvilke strategier anvender skoleelevene når de skal løse ensifrede multiplikasjonsstykker? Er det store forskjeller i strategibruken fra 5. til 7. klasse? 86
9.1.1 Strategianvendelsen i 5. klasse 87
9.1.2 Hva fant jeg om strategibruken til deltakerne i 7. klasse? 88
9.1.3 Hvilke strategier ble brukt istedenfor retrival strategi? 89
9.1.4 Mangelfull strategiforståelse? 90
9.2 Hvordan var forholdet mellom strategier i bruk og generelle ferdigheter i matematikk? Var det en sammenheng mellom strategier i bruk og mestring av den lille multiplikasjonstabellen? 93
9.3 Hva bidrar til generelle ferdigheter i matematikk og mestring av den lille multiplikasjonstabellen? Kan intelligens eller strategivalg være med å predikere ferdighet og resultat i matematikk? 94
9.3.1 Retrival strategis prediksjonskraft 94
9.3.2 Hva så ut til å predikere generelle ferdigheter i matematikk best, Raven eller retrival strategi? 95
9.3.3 Hva synes å ha størst prediksjonskraft på generelle ferdigheter i matematikk; ferdigheter i den lille multiplikasjonstabellen eller bruken av retrival strategi? 97
Kapittel 10 Oppsummering 100

Figurliste 103
Tabelliste 103
Litteraturliste 104
Vedleggsliste 108

Kapittel 1 Tema for undersøkelsen og forskningsspørsmål

En strategi kan beskrives som en metode til å angripe et problem (pedagogisk–psykologisk ordbok). Strategien er hva barn eller voksne gjør for å løse en oppgave, og regler eller metoder de benytter. Når et barn skal løse en oppgave trenger han eller hun en strategi eller metode for å komme fram til svaret. En strategi fungerer som et hjelpemiddel i planleggingen og gjennomføringen av løsningsprosessen.
Strategier brukes til å løse en oppgave eller et problem.

Matematikkoppgavens art og vanskegrad setter barn på prøve i valg av løsningsstrategi eller metode. Tema for masteroppgaven er strategier som nyttes til å løse eller finne svaret på multiplikasjonsoppgaver i matematikk. Jeg vil i hovedsak rette fokus på skoleelevers strategibruk i regnearten multiplikasjon.

Hva kjennetegner strategiutviklingen for barn i grunnskolen?
Barn ser ut til å benytte seg av en blanding av flere strategier for å løse matematiske problemer (Geary, 2003). Barn med normal matematikkfaglig utvikling tar gradvis i bruk mer avanserte strategier. Noen ganger kan barnet svaret utenat, andre ganger er barnet avhengig av å telle seg fram til svaret. I en normalutvikling ser det ut til at barn gradvis mestrer å veksle mellom flere strategityper (Siegler & Jenkins, 1989; Ostad, 1999; Geary, 2004).
Elevgruppen som havner i kategorien *matematikkfaglig svake* benytter seg av få og elementære strategier. Strategibruken til denne gruppen bærer preg av stagnasjon framfor gradvis utvikling av mer avanserte strategier (Ostad, 1999).

1.1 Bakgrunn for valg av tema

Strategibruk har vært gjenstand for forskning i flere tiår, spesielt på området strategibruk i addisjon og subtraksjon (Geary, 2003). Det er forsket mye på temaet strategibruk i matematikk. Det foreligger detaljerte beskrivelser av strategibruk i eksempelvis addisjon, subtraksjon og til dels i multiplikasjon (Siegler & Jenkins, 1989; Ashcraft, 1992; Ostad, 1999; Geary, 2004).
Jeg har ikke lykkes i å finne mange forskningsprosjekt som retter fokus på strategibruk i multiplikasjon. Det var i seg selv en inspirasjon til å gjennomføre en undersøkelse om barns multiplikasjonsstrategier. Jeg ønsker å sammenlikne skolelevers bruk av multiplikasjonsstrategier med funn som er gjort om strategiutvikling i addisjon og subtraksjon. Er det slik at elevenes bruk av retrival strategi i multiplikasjon øker etter hvert som eleven blir eldre, slik de synes å gjøre i addisjon og subtraksjon? Hvordan gjør forskjeller i strategibruk seg gjeldende hos elever som gjør det bra i matematikk sammenliknet med elever som ikke mestrer faget så godt? Kan det tenkes at høy bruk av retrival strategi i multiplikasjon henger sammen med gode ferdigheter i den lille multiplikasjonstabellen og gode, generelle ferdigheter i matematikk?

1.2 Forskningsspørsmål og metode

Jeg har formulert følgende forskningsspørsmål jeg vil se nærmere på i undersøkelsen;

1) Hvilke strategier benytter skolebarn seg av når de løser ensifrede multiplikasjonsoppgaver? Hva synes å være typiske særtrekk ved strategibruken i 5. og 7. klasse?

2) Hvilke sammenhenger gjør seg gjeldende mellom strategier i bruk og matematikkferdigheter generelt? Hvilke sammenhenger er det mellom strategibruk og mestring/ferdigheter på den lille multiplikasjonstabellen?
3) Hva bidrar til generelle ferdigheter i matematikk og til mestring av den lille multiplikasjonstabellen? Kan intelligens eller strategivalg predikere ferdighet og resultat i matematikk?

For å finne svar på disse spørsmålene har jeg gjennomført en empirisk studie/kartleggingsundersøkelse av strategibruken til elever i 5. og 7. klasse på en barneskole. Antall barn i undersøkelsen var 57, N=57.

Før jeg beskriver undersøkelsen og dens funn, vil jeg gi en teoretisk gjennomgang av hva som ligger til grunn for strategier og strategiutvikling. Jeg vil også beskrive forskjellige strategier og empiri i tilknytning til tidligere forskning på strategiutvikling. I tillegg vil jeg si noe om hva som kjennetegner strategibruk hos barn med og uten matematikkvansker. Jeg vil kort si noe om generelle ferdigheter i matematikk og hvilken betydning intelligens kan ha for ferdigheter i matematikk.

Kapittel 2 Teoretiske perspektiver på strategibegrepet

Strategibruk kan belyses gjennom sentrale retninger innenfor kognitiv utvikling. Strategibruk kan sees både i lys av sosiokulturelle teorier og mer spesifikke teorier om informasjonsbearbeiding og hukommelse. Dette er teorier som beskriver utviklingen av tenkning, problemløsning og liknende mentale operasjoner, som alle utgjør sentrale trekk ved strategier og strategibruk.

2.1 Lev Vygotskys perspektiv på barns erkjennelse

Vygotsky hører til i det som ofte omtales som den sosialkonstruktivistiske teoritradisjonen. Sentralt i denne tradisjonen er forståelsen av barns erkjennelse og kognisjon. Vygotsky beskriver hvordan barn utvikler evne til problemløsning og økt erkjennelse gjennom internalisering av tale og handling. Samarbeid og samhandling med andre der barnet internaliserer kulturens redskaper og tenkemåter er viktige momenter for barns tilegnelse av kunnskap (Tetzchner, 2001). Kulturens redskaper omfatter blant annet muntlig og skriftlig språk, tallsystemer, matematiske symboler og hukommelsesstrategier. Et sentralt poeng hos Vygotsky er at barn utvikler selvstendighet gjennom samspill med andre. Å møte andre, være sammen, leke sammen med andre, skaper grobunn for utvikling.

2.1.2 Den proksimale utviklingssone

Et av begrepene som har blitt mye brukt etter at Vygotskys tekster ble kjent i vesten, er begrepet som på norsk blir kalt *den proksimale utviklingssone,* oversatt fra *the zone of proximal development,* ZPD. ZPD er et fenomen som beskriver det barnet mestrer i samarbeid med andre (Ostad, 2004; Vygotsky, 2001; Tetzchner, 2001). Etter at barnet ved hjelp av en voksen, eller en jevnaldrende har løst eksempelvis en matematikkoppgave, vil han eller hun etter hvert være i stand til å løse en liknende oppgave alene. ZPD kan deles i to nivåer, *det aktuelle utviklingsnivået* og *det potensielle utviklingsnivået* (Ostad, 2004). *Det aktuelle utviklingsnivået* kan sies å være de områdene og ferdighetene barnet innehar der og da. I *det potensielle utviklingsnivået* er barnet avhengig av hjelp fra en voksen eller mer kompetent jevnaldrende for å løse en oppgave. Utviklingspotensialet ligger i at barnet kan utvide sine kunnskaper og ferdigheter i samspill med andre. Et viktig poeng for arbeid i ZPD er at nivået ikke legges for høyt for barnet. Når barn skal lære seg strategier for å løse matematikkoppgaver, må disse tilpasses barnets aktuelle utviklingsnivå. En voksen eller mer kompetent jevnaldrende kan introdusere mer avanserte strategier for barnet. Etter hvert som barnet får erfaring med å bruke den nye strategien, mestrer han eller hun å bruke strategien på egenhånd. På den måten internaliserer barnet ny strategikunnskap og kan bruke et nytt redskap (ny strategi) når det senere skal løse matematikkoppgaver på egenhånd.

2.1.3 Språket – talen

Språket er et viktig redskap for utvikling av tanken (Tetzchner, 2001). Vygotsky beskriver egosentrisk tale som en viktig del av prosessen i tankeutvikling. Gjennom egosentrisk tale får barnet et bevisst forhold til egen forståelse (Ostad, 2004). Egosentrisk tale innebærer at barnet snakker høyt til seg selv når det utfører en handling. Når barnet snakker til seg selv om hva det gjør, støtter talen handlingen. Artikuleringen omtales som egosentrisk da den ikke krever oppmerksomhet fra omgivelsene, men snarere fungerer som en støtte for barnets handling. Slik utgjør den en viktig forløper for tankeutvikingen. Etter hvert som barnet modnes, blir eldre, overtar det indre språk funksjonen til egosentrisk tale. Den indre dialogen gjør ord om til tanker, og utgjør en basis for barnets tenkning.

Dialogen blir til en indre tale, (inner speech) og har selvregulerende effekt. Den indre talen gjør det mulig for barnet å handle mentalt og å planlegge handlinger. Bruk av språk i forbindelse med oppgaveløsning er et sentralt poeng hos Vygotsky. Språket støtter handlingen og handlingen støtter språket. Det indre forholdet mellom språk og handling bidrar i seg selv til at barnet kan planlegge og styre selve løsningsprosessen. Bruk av strategier for å løse matematikkoppgaver kan i denne forstand sies å ha samme funksjon. For barnet handler det om å ha en metode for å løse en oppgave. Når barnet skal løse en oppgave støttes løsningsprosessen av talen eller språket, som fungerer som et bindeledd mellom handlingen og tanken. Strategier hjelper barnet til å løse oppgaver. Å lære oppgaveløsningsstrategier bidrar til å artikulere oppgaven og oppgaveløsningen for barnet. Strategien blir etter hvert til en indre dialog. Den egosentriske talen støtter handlingen og hjelper barnet med å styre oppmerksomhet og fokus på oppgaven.

Det pedagogiske prosjekt er slik et språklig anliggende: ”For Vygotsky er stillasbygging gjennom språket kjernen i all læring og utvikling” (Ostad, 2004: 83). ”Stillas” er en metafor for en situasjon der en voksen eller dyktigere medelev sine kunnskaper fungerer som et en støtte for barnets noe usikre, nybegynnerkunnskaper. I takt med at barnet utvikler bedre kunnskaper kan stillaset fjernes rundt barnet. Den voksne eller mer kompetente medeleven kan trekke seg bort når han ser at barnet behersker kunnskapene og kan løse oppgaver alene.

Samtalen mellom den som støtter og den som skal støttes om hvilken strategi det kan være lurt å benytte i løsningsprosessen er i seg selv et pedagogisk poeng. Samtalen aktiviserer barnets indre tale. Den indre talen hjelper barnet til å kontrollere og styre prosessene i oppgaveløsningen (Ostad, 2004). Aktiviseringen av den indre talen bidrar til at barnet bedre kan kontrollere fremhentingen av tidligere innlært stoff. En voksen kan forklare og tydeliggjøre overfor barnet hvordan og hvorfor strategiene fungerer. Barn som er vant til å snakke om hvordan de skal løse oppgaver blir i denne forstand mer bevisst sine strategikunnskaper.

2.2 Jerome Bruner og begrepet om ”Scaffolding”

Jerome Bruner har utviklet teorier om læring og kognitive strukturer. Han knyttet begrepet ”scaffolding” mot Vygotskys teori om ZPD (Daniels, 2001; Ostad, 2004). Brukt i denne sammenheng vil dette si at når barn skal lære seg multiplikasjonsprinsippet vil det i begynnelsen ha en ”vaklende” kunnskapsforståelse. Enkle, elementære strategier kan fungere som stillas rundt barns nybegynnerkunnskaper. Den voksne eller mer kompetente andre introduserer strategier tilpasset barnets kunnskapsnivå. Prinsippet om ”stillas” rundt barnet fungerer deretter ved at mer avanserte strategier erstatter de primitive strategiene, parallelt med at barnets forståelse av multiplikasjonsprinsippet øker. Bruner (1996) mener også at det er viktig at barnet er bevisst egne tankeprosesser, noe læreren kan påse ved: ”to be as aware of how she (barnet) goes about her learning and thinking as she is about the subject matter she is studying” (Bruner, 1996: 64). Scaffolding bidrar til at barnet gjøres oppmerksom på hvilken strategi som kan være nyttig redskap for å løse oppgaver. Tilegnelse av stadig mer avanserte strategier kan hjelpe eleven å planlegge egen læringsprosess. Bevissthet omkring egen strategiferdighet kan skape oversikt over hvilke hjelpemidler som er tilgjengelig og hvilke strategier som egner seg best til hver enkelt oppgave. Bruner ser på læring gjennom aktivering av tre samtidige prosesser (Befring, 1997). Læring handler om å tilegne seg ny informasjon, noe som innebærer å trenge til side eller videreutvikle det en kan fra før. Dernest handler læring om transformasjon, den nye informasjonen blir omformet, analysert og strukturert på nytt. Nye strukturer danner utgangspunkt for ny transformasjon, videre utvikling av informasjon. Den tredje prosessen er en evalueringsprosess, der ny informasjon blir kontrollert for hvor valid den er i relasjon til oppgavene den skal brukes til. Økt læring kan føre til at barnet løser oppgaver på en ny måte. Eksempelvis kan læring av nye strategier erstatte tidligere lærte strategier gjennom at barnet erfarer at en ny strategi fungerer bedre i løsningsprosessen enn den gamle.

2.3 Løsrivelse fra konkreter

Jean Piaget vektlegger ikke språkets funksjon for oppbyggingen av mentale funksjoner slik Vygotsky gjør. Piaget beskriver språket som sosialt lært gjennom imitasjon fra omverdenen. I følge Piaget utgjør barnets bearbeiding av egne erfaringer den viktigste kilden til utvikling av kunnskap på stadig høyere nivå (Tetzchner, 2001). Dette står i motsetning til Vygotsky, som ser på språket og sosial samhandling som viktige bidragsytere for kognitiv utvikling.
Piaget beskriver hvordan barn gradvis blir i stand til å utføre handlinger på det indre plan gjennom bearbeiding av egne erfaringer. Først handler og erfarer barnet gjennom utforsking av objekter. Siden utfører barnet handlingen som en tankeprosess. Erfaringene er omdannet til forestilinger på det mentale plan. Det er med andre ord handlingen, ikke språket, som utgjør grunnlaget for den kognitive utviklingen.
Både den konkrete handlingen og utviklingen av språket er viktige nøkkelområder i barnets kognitive utvikling. I det Piaget omtaler som det ”konkret–operasjonelle” stadiet utvikler barnet evnen til å utføre logiske operasjoner på tankeinnholdet (Tetzchner, 2001). Dette innebærer at barnet gradvis blir i stand til å omdanne konkrete erfaringer til mentale kategorier. Barnet konstruerer mentale modeller gjennom handling, aktivitet og refleksjon. Piaget mener at tenkning er internaliserte handlinger, og at de utvikles gjennom handling og erfaring med objekter i tid og rom (Tetzchner, 2001). Gjennom handling og erfaring internaliseres aktivitetene, slik at barn kan bearbeide og

drive oppgaveløsning. Når en konkret erfaring blir omdannet til en mental kategori sier Piaget at erfaringen er abstrahert.

2.4 Bearbeiding av informasjon og kunnskap

Læring og utvikling av skolefaglige ferdigheter avhenger av barnets kognitive utvikling. Uformelt snakker en ofte om at noen synes å ha ”lett” for å tilegne seg kunnskaper innenfor bestemte områder, mens andre utviser større vansker innen samme området. Barn utvikler seg forskjellig og i ulikt tempo. Dette gjelder også innefor et fag som matematikk, hvor kunnskap om bruk av strategier kan variere barn imellom. Informasjonsbearbeidingsteorier belyser prosedyrer for strategibruk og strategiutvikling. Denne teoritradisjonen beskriver hvordan informasjon strømmer gjennom og blir bearbeidet i ett eller flere systemer (Tetzchner, 2001). I forhold til studier av den kognitive utviklingen hos barn som synes å ha vansker med å lære matematikk, har informasjons prosesserings - tilnærmingen hatt lang tradisjon (Geary, 2003). Forskere i denne tradisjonen har vært interessert i å studere hvor lang tid barn bruker på å respondere på matematiske oppgaver, eller hvor lang tid de bruker på å finne svaret. Studier viser at noen barn med vansker for å lære matematikk har mye lengre reaksjonstid sammenliknet barn som synes å tilegne seg faget lettere (Geary, 2003). Sentrale områder i informasjonsbearbeidingsteorier er funksjoner som hukommelse og oppmerksomhet. Prosesser som innkoding, lagring, gjenkalling og avkoding beskrives som sentrale i forhold til hvordan kunnskap bearbeides og utvikler seg. Teori om hukommelse kan beskrive hvordan barn og voksne bearbeider og lagrer informasjon.

2.5 Hukommelse

Hukommelse er en av prosessene vi bruker når vi skal lagre eller bevare informasjon vil tilegner oss, slik at vi kan hente det fram senere. ”Hukommelse består av tre prosesser: innkoding, lagring og gjenkjenning/gjenkalling” (Holm, 2002: 30). Det er vanlig å dele hukommelse inn i termene arbeidsminnet og langtidsminnet (LTM) (Gjærum & Grøsvik, 2002; Matlin, 2005). Langtidshukommelsen er den delen av hukommelsen som lagrer kunnskaper over lang tid.

Når barn lærer seg løsningsstrategier, lagres strategikunnskapene slik at de kan hentes frem og benyttes til oppgaveløsning. Etter hvert som elevens erfaring med strategier øker, utvikler barnet et lager av strategikunnskaper. Erfaringene lagres i hukommelsen eller langtidsminnet (LTM) (Geary, 2004). Dette lageret kan eleven bruke som støtte for å løse matematikkoppgaver. For at barn skal kunne bruke det som er lagret i hukommelsen, må de klare å hente informasjonen derfra når det trengs. Ashcraft (1992) og Geary (2004) mener at sterke assosiasjoner mellom oppgaven og svaret (som er lagret i LTM) kan bidra til å hente frem svar.

2.5.1 Arbeidsminnet

Baddeleys arbeidsminnemodell kan være nyttig for å se på samspillet i de ulike kognitive områdene som f. eks telling og regning. I følge Baddeley består arbeidsminnet av tre separate komponenter; 1) den *sentrale styringsenheten* (the central executive), 2) den *fonologiske sløyfe* (the phonological loop) og 3) den *visuospatiale skisseblokken* (the visuo-spatiale sketcpad) (Tronsky & Royer, 2003).

Den sentrale styringsenheten styrer oppmerksomheten, valg av strategier, initierer og kontrollerer kognitive prosesser, og henter informasjon fra LTM. Denne delen av arbeidsminnet er viktig for evnen til å være oppmerksom/konsentrert, og for valg av strategier. Kapasiteten til den sentrale styringsenheten vil med andre ord ha betydning for valg og bruk av strategier til oppgaveløsning. Den fonologiske sløyfe bearbeider auditive inntrykk og talebasert informasjon. Den siste komponenten i Baddeleys modell bearbeider visuell persepsjon og lagrer visuelle og spatielle inntrykk.

Arbeidsminnet er ikke en passiv lagringsplass. Det fungerer som et område hvor informasjon konstant blir behandlet, bearbeidet, kombinert og transformert med både nytt og gammelt stoff som blir hentet fram fra langtidsminnet (Matlin, 2005).

Barn og voksne bruker ressursene i arbeidsminnet når de skal løse enkle, matematiske oppgaver. Det antas at det er den sentrale styringsenheten og deler av den fonologiske sløyfen som er aktiv i arbeidsminnet ved løsning av matematikkoppgaver (Tronsky & Royer, 2003).

Ferdigheter i aritmetiske basisenheter som telling og enkel addisjon kan lette arbeidet eller prosesseringen i arbeidsminnet. Tidligere lærte matematikkstykker aktiveres fra LTM, og bidra til løsningsprosessen. Tronsky og Royer (2003) mener at elever som gjør det dårlig i matematikk kan ha vansker med å holde informasjon i bevisstheten samtidig som andre prosesser som telling og lignende gjennomføres. Slike vansker kan eksempelvis beskrives gjennom et addisjonsstykke. For å løse 14+7= kan telling ved hjelp av konkreter avlaste arbeidsminnet gjennom at konkretene kan bidra til at barnet klarer å holde styr på antall tellesteg uten å aktivere den sentrale styringsenheten, som vanligvis trer inn og overvåker trinnene i utregningsprosessen.

Jeg har valgt å ta med en beskrivelse av arbeidsminneteorien fordi den beskriver en persons hukommelseskapasitet, hva en person må holde i minnet parallelt med at han eller hun jobber med en oppgave. Dersom arbeidsminnet fungerer slik beskrevet over, kan dårlig arbeidsminnekapasitet teoretisk sett bidra til vansker med f. eks multiplikasjon. Vansker med å huske og å manipulere informasjon kan ødelegge representasjonen av tallord, slik at telleprosessen blir avbrutt. Oppmerksomhetsvansker og vansker med den eksekutive styringsfunksjonen kan bli forstyrret slik ar utregningen blir feil.

2.5.2 Mekanisk pugg eller forståelse?

Barn som ikke forstår prinsippene i multiplikasjon kan få vansker med å benytte enkelte av strategiene i utregningsprosessen: ”In addition to working memory, a poor understanding of the concepts underlying a procedure can also contribute to a developmental delay in the adoption of more sophisticated procedures and reduce the ability to detect procedural errors” (Geary, 2003: 206-207). Det kan eksempelvis dreie seg om så elementære ting som vansker med å telle. Et barn som sliter med rekkefølgebegrepene vil få feil når de skal bruke telle-strategier. Matematikkunnskaper som kun er basert på mekanisk innlæring, eller pugg, kan være vanskelig å transformere om til andre problemstillinger. Det kan tenkes at eleven bare vet svaret, men kan vanskelig forklare hvordan han eller hun kom fram til svaret. Innlæringen bør ikke få bli et resultat av ren memorering (Ostad, 1992b). I multiplikasjon er det vanlig at barnet oppfordres til å lære seg svarene utenat, gjennom å lære seg gangetabellen. Selv om svaret blir riktig som resultat av pugg, er det ikke ensbetydende med at barnet forstår selve multiplikasjonsprosessen. Resultatet kan bli at kunnskap blir lagret som isolerte enheter og dermed gjøre det vanskelig å overføre til tilsvarende matematiske problemstillinger. Barnet kjenner kun svaret i konteksten til spesifikke oppgaver, men kan ikke bruke kunnskapen til å finne svaret på en nærliggende oppgave.

2.6 Automatisering og retrival strategi

Når svaret på matematikkoppgaver fremkalles relativt raskt og ”automatisk”, uten å gå omveien via en synlig utregningsprosedyre, blir det omtalt som en retrival strategi. Barnet kan svaret utenat fordi han eller hun har jobbet med liknende oppgaver tidligere og lært seg svaret gjennom erfaring. Multiplikasjonstabellen er et godt eksempel på løsninger som ofte er tilgjengelige som retrival strategier for elever som har lært seg svarene utenat.

Retrival strategi kan beskrives som tilnærmet synonymt med en kunnskap som er automatisert. Automatisering er et resultat av erfaring eller trening (Tetzchner, 2001). Automatisering handler om en ferdighet, evne eller liknende som blir mindre og mindre styrt av viljen og bevisstheten (Pedagogisk ordbok, 2002). En elev som har lært seg gangestykkene for tallene mellom 1 og 5 utenat, vil produsere riktige svar relativt raskt. Dersom barnet skal løse et tosifret multiplikasjonsstykke vil det kunne dra nytte av at det kan løse deler av stykket ved hjelp av hoderegning. Det handler om at utførelsen av en aktivitet krever mindre bevisst kontroll (Tetzchner, 2001). Barnet opplever ikke stadige brudd i tankerekken parallelt med at det løser gangestykket fordi det slipper å foreta utregninger underveis. Deler av svaret er tilgjengelig som en automatisert handling etter gjentatt erfaring med oppgavetypen. Handlingssekvenser som mennesker foretar seg jevnt og trutt blir fort en automatisk handling vi gjennomfører uten at vi er bevisste på det. Holm (2002: 60) sier ”Handlinger og prosesser som utføres automatisk opptar lite plass i en persons bevissthet”. For eksempel kan bilkjøring bli en automatisert handling. Samspillet mellom clutch, gass og bremse skjer uten at vi er bevisste på det. Så fort vi har kontroll på mekanismene rundt gass og clutch kan vi konsentrere oss mer om det som skjer i trafikken rundt oss.

2.7 Nettverk av kunnskap

I ”The network retrival modell” beskriver Ashcraft (1992) hvordan han tenker seg at kunnskaper lagres og gjenhentes fra LTM. Kunnskap lagres i nettverk i langtidsminnet. Tilgjengelighet til kunnskapsenhetene styres av assosiasjonene mellom spørsmål og svar. Barn som holder på å lære seg multiplikasjonstabellen, kan opparbeide seg et lager av oppgave - svar - assosiasjoner. Assosiasjonen kan etter hvert utvikle seg til et rikt lager av potensielle riktige svar. Assosiasjoner mellom spørsmål og svar representeres gjennom grad av styrke eller tilgjengelighet.

Nettverket er avhengig av hvordan de enkelte kunnskapsenhetene er plassert i forhold til hverandre (Ashcraft, 1992). Forskjellige aritmetiske enheter aktiverer assosiasjoner til svar som er enten riktige eller gale. Det er svarene med sterkest forbindelse i nettverket som styrer eller ”bestemmer” hva som blir gjenkalt fra nettverket som det endelige svaret. Styrken mellom forbindelsene i nettverket kan sees i relasjon til kunnskaper barnet har tilegnet seg gjennom erfaring. Å huske ting utenat er basert på tidligere erfaringer med en oppgave (Geary, 2003). Assosiasjonene til hver utregning utvikler seg gjennom at barnet husker hvordan han eller hun løste et liknende stykke. For hver gang barnet har løst et stykke antar en at assosiasjonen blir styrket, slik at svaret etter hvert er lært utenat.

Strukturen i kunnskapslageret blir beskrevet som et nett eller et nettverk av kunnskapsenheter (Ostad, 1992a). Det bør være flest mulige forbindelser mellom de ulike kunnskapsenhetene for at eleven skal kunne løse ulike oppgaver. ”Funksjonaliteten er da avhengig av om og i hvilken grad de enkelte kunnskapsenhetene er bundet til hverandre i et dynamisk nettverk av kunnskapsenheter” (Ostad, 1992a: 36).
Eksempelvis kan barnets kunnskaper om addisjon bidra til å løse multiplikasjonsoppgaver. Men det forutsetter god forbindelse mellom de to kunnskapsenhetene.

2.7.1. Konneksjonistisk teori

For å forklare hva som menes med at nettverket er avhengig av hvordan kunnskapsenhetene er plassert i forhold til hverandre, velger jeg å vise til konneksjonistisk teori. Konneksjonismen ligger nær opp til informasjonsbearbeidingsteorier men beskriver kunnskap som lagret i nettverk (Tetzchner, 2001). Retningen er i utgangspunktet nevrologisk preget, og prøver å beskrive teorier som modeller for hjernens og nervesystemets fungering. Kunnskap og mentale prosesser oppstår gjennom opprettelse av forbindelser mellom stimuli og reaksjoner. Løsning av nye oppgaver og tilegnelse av nye ferdigheter kan føre til nye forbindelser i hjernen, nye nettverk (Tetzchner, 2001). Denne måten å beskrive utvikling synes å ligge nært opp til Piagets adaptasjonsprosess, hvor assimilasjon og akkomodasjon og utbygging av skjema er nøkkelprosesser.

Kapittel 3 Strategibegrepet – definisjon og beskrivelse

Hovedtemaet i undersøkelsen handler om matematikkstrategier. Jeg velger derfor å omtale fenomenet i et eget kapittel.

Carr og Hettinger bruker en vid definisjon av matematiske strategier: ”……any method used to solve a mathematics problem” (2003: 34). Slik jeg tolker forfatterne inkluderer de i denne strategidefinisjonen både bevisst, viljestyrt bruk, og automatiserte handlinger som direkte framhenting av svaret.

3.1 Generelle og oppgavespesifikke strategier

Goldman (1989) deler strategibegrepet i to kategorier; *generelle* strategier og *oppgavespesifikke* strategier. De *generelle* strategiene knytter seg til styringen av oppgaveløsningen, hvordan eleven kan styre sin egen handling i en utregningsprosess. De omtales ofte som metakognitive strategier. Metakognisjon er i denne forstand en overordnet bevissthet over egen kognisjon (Bråten & Olaussen, 1997). I situasjoner der individet er bevisst sine egne metoder for å løse en oppgave, kan det styre og kontrollere egen løsningsprosess.
Oppgavespesifikke strategier handler om strategier som er knyttet opp til spesielle oppgaver eller oppgavekategorier (Ostad, 1999). Det kan være strategier for å avkode en tekst, eller løsningsstrategier i forbindelse med regnestykker. For eksempel vil et multiplikasjonsstykke åpne for flere ulike strategier eller løsningsmåter. Ostad definerer oppgavespesifikke strategier som ”….de organiserte, domenespesifikke prosedyrene som aktiviseres når eleven står overfor den utfordringen en matematikkoppgave representerer og som retter seg mot det mål å løse denne oppgaven” (Ostad, 1999: 10).
Ostad innlemmer i likhet med Siegler og Jenkins både back-up og retrival strategier i de oppgavespesifikke strategiene (Ostad, 1999).

Siegler og Jenkins definerer strategier som ”any procedure that is non obligatory and goal directed” (1989: 11). Strategier kan ut fra det forståes som prosedyrer som er ikke-obligatoriske, men målrettede. Siegler og Jenkins skiller med andre ord mellom strategier og prosedyrer. En ikke-obligatorisk prosedyre, innebærer at det eksisterer alternative løsningsmåter å velge mellom. Målrettede prosedyrer handler om at det er et mål med oppgaven, nemlig å finne svaret på matematikkoppgaven. Betegnelsen strategier kan benyttes når det eksisterer flere løsningsmåter å benytte seg av, men det må være et mål med prosedyren. For eksempel finnes det flere framgangsmåter å løse multiplikasjonsstykket 5x8=__ på, og framgangsmåtene kan omtales som *forskjellige strategier*.

3.2 Back-up og retrival strategi

Siegler og Jenkins (1989) kalte løsninger hentet frem direkte fra et kunnskapslager for *direkte framhenting* (retrival strategi), og beskrev dem som et produkt av kompleks kognitiv aktivitet, på linje med andre strategier. De skiller mellom to hovedtyper strategier i bruk; henholdsvis *retrival*- og *back-up strategier*.

3.2.1 Back-up strategi

Back-up er egentlig alle typer strategier som ikke er retrival strategier. Siegler og Jenkins (1989) og Ostad (1999) definerer strategier som benyttes når svaret ikke kan framhentes automatisk som *back-up strategier*. Det eksisterer spesifikke kategorier av strategier innen for de fire regneartene addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon.

Back-up strategier i addisjon kan være å telle på flere forskjellige måter. Noen teller på fingre eller konkreter (klosser etc.), mens andre markerer streker på papir, som de adderer sammen til slutt.

3.2.2 Retrival strategi

Når elever bruker retrival strategi, fremkaller de svaret automatisk fra et kunnskapslager i langtidsminnet. Dette er ikke en enklere strategi sammenliknet med back-up strategiene, men det er kortere veg fra spørsmål til svar. Elever som benytter seg av retrival strategi vil som oftest bruke kortere tid på å finne svaret sammenliknet med elever som benytter back-up strategiene. Basert på tankegangen om kunnskap lagret i nettverk, kan mye erfaring med faget bidra til at flere nettverk etableres. Jo mer nettverkene er i bruk, jo bedre kontakt opprettes mellom nettverkene. På den måten kan barn bli i stand til å veksle mellom forskjellige strategier og kombinere kunnskap (Geary, 2004).

Jeg velger å forholde meg til definisjonene av strategier over, og omtaler strategier som enten back-up, retrival eller automatiserte strategier.

3.3 Strategiutvikling – empirisk referanseramme

Så tidlig som i 1972 undersøkte Groen og Parkman tellestrategiene i addisjon hos seksåringer (Ostad, 1999). De var interessert i om det gikk å predikere løsningstiden på bakgrunn av hvilken strategi eleven benyttet. Groen og Parkman beskrev følgende tre addisjonsstrategier;

1. Telle-alt-strategien - eleven teller først den ene, så den andre addenden i en oppgave. Deretter telles begge addendene sammen.

2. Telle-videre-strategien – her teller eleven videre fra en av addendene i regneoppgaven.
3. MIN-strategien. Eleven teller videre fra den største addenden. Denne strategien er den som krever færrest tellesteg av eleven.

Undersøkelsen viste at størrelsen på den minste addenden kunne predikere løsningstiden; jo mindre verdi den minste addenden hadde, desto færre tellesteg og derigjennom kortere løsningstid.
Generelt om strategier kan man si at strategibruken vil variere fra elev til elev ut fra alder og forutsetning. I tillegg varierer strategibruken fra situasjon til situasjon, f. eks hva slags oppgavetype det er osv. I regneartene addisjon, subtraksjon og multiplikasjon eksisterer det spesifikke strategier.

Siegler og Jenkins (1989) forsket på barns strategibruk i addisjon. De fant at strategiene utviklet og forandret seg gradvis. Forfatterne brukte begrepene back-up og retrival strategier. Back-up strategiene følger en slags oppskrift, hvor eleven systematisk jobber seg gjennom ledd for ledd i addisjonsprosessen. Inndelingen av de forskjellige back-up strategiene skiller hovedsakelig mellom hvor mange tellesteg eleven benytter i adderingen og om de benytter konkreter eller ikke.

3.4 Norsk undersøkelse om strategiutvikling i addisjon og subtraksjon

Forskning på addisjons- og subtraksjonsstrategier viser at elever som følger normalutvikling i matematikk øker sin bruk av retrival strategier gradvis gjennom grunnskolealderen (Ostad, 1999, 2001).

3.4.1 Strategibruk i addisjon

Strategiene kan deles inn i flere varianter. Ostad (1999) benyttet begrepene back-up og retrival strategier i en longitudinell undersøkelse. Gjennom MUM-prosjektet[1] ønsket han å finne ut om elever med benyttet seg av forskjellige strategier enn elever som ikke hadde matematikkvansker. Elever fra tre klassetrinn var med i undersøkelsen. Med to års mellomrom fikk elevene i oppgave å løse enkle addisjonsstykker. I undersøkelsen delte Ostad addisjonsstrategiene i syv back-up varianter og tre retrival varianter. Back-up strategiene beskrives som: telle alt og forfra igjen, telle alt, telle videre, minimumsvarianten (telle fra det største tallet), tegnevarianten (tegner streker og liknende for å markere antall tellesteg), tellepunkter i tallsymbolene, andre tellevarianter og verbal telling. De ulike strategiene er for øvrig utfyllende beskrevet i MUM-prosjektet (Ostad, 2001).
I den samme undersøkelsen ble retrival strategiene delt i tre varianter; a) vet svaret utenat, b) avledet variant I (eleven vet svaret på nærliggende oppgave, regner seg videre fra den) og c) avledet variant II (fungerer slik at eleven regner seg videre fra kjente kombinasjoner, uten å benytte konkreter eller fingre).

3.4.2 Strategibruk i subtraksjon

Ostad (1999) har forsket på utviklingen av subtraksjonsstrategier hos elever med og uten matematikkvansker. Subtraksjonsstrategiene blir delt inn i back-up og retrival strategier. Back-up strategiene i subtraksjon består av forskjellige tellevarianter med konkreter eller liknende hjelpemidler. Den enkleste back-up strategien kaller Ostad for *telle alt og forfra igjen.* I oppgaveeksempelet 4-2= vil eleven telle opp ”en, to, tre fire” konkreter, tilsvarende det første og største tallet i addisjonsstykket. Deretter teller eleven ”en, to” konkreter blant de fire som ligger fremme, og fjerne disse. Svaret finner eleven ved å telle antall konkreter som er

[1]MUM prosjektet; MUM er en forkortelse for ”Matematikk uten matematikkvansker”. Prosjektet er en longitudinell undersøkelse som ble gjennomført på 1990-tallet. Elever fra 3., 5. og 7. klasse ble fulgt over en toårsperiode (Ostad, 2001). Undersøkelsen ønsket å se den matematikkfaglige utviklingen for 1. til 7. klasse. Undersøkelsen rettet fokus mot elevene med lavest ferdighet i matematikk.

igjen. Retrival strategi er den mest avanserte subtraksjonsstrategien, hvor svaret fremkalles direkte fra hukommelsen.
I likhet med resultatet fra addisjonsstrategiundersøkelsen viste undersøkelsen at retrival strategier benyttes mer og mer jo høyere opp i klassetrinnene elevene kommer (Ostad, 1999). Nesten 40 % av den enkleste back-up strategien ble erstattet av retrival strategi i løpet av årene mellom første og syvende klasse blant elever med normal matematikkfaglig utvikling.

3.4.3 Fra back-up til retrival

Barn med normal matematikkfaglig utvikling, utvider strategibruken sin fra enkle og tidkrevende strategier til avanserte, automatiserte løsningsmetoder. Etter hvert som barnet utvikler seg og blir eldre vil de gradvis frigjøre seg fra å telle konkreter gjennom verbal telling til å utføre addisjon eller subtraksjon på det indre plan (Ostad, 2001). Normal matematikkfaglig utvikling kjennetegnes av strategirikdom og strategifleksibilitet. Elever i denne gruppen har omfattende strategikunnskaper og kan kombinere og veksle strategibruken alt etter hva matematikkoppgaven krever. Elever uten matematikkvansker utvider strategirepertoaret sitt gjennom et voksende kunnskapslager og utvikler flere strategier å velge mellom til oppgaveløsningen sin (Ostad, 1999). De oppnår strategifleksibilitet og utvider stadig bruken av mer avanserte back-up og retrival strategier. Selv om bruken av retrival strategi øker er det ikke slik at elevene helt kutter ut bruken av back-up strategier. Ostad (2001) viste at elevene i syvende klasse benyttet back-up strategier på 59,8 % av addisjonsoppgavene de skulle løse. Til sammenlikning brukte de back-up strategier på hele 94,4 % av addisjonsoppgavene i 1. klasse[2]. Back-up strategiene denne elevgruppen benyttet gjennomgikk en utvikling fra de enkle telle- strategier til mer avanserte back-up strategier med verbal telling og strategikombinering.

[2] klassetrinninndelingen er fra før reform ’97; 1. og 7. klasse tilsvarer dagens 2. og 8. klasse.

3.5 Multiplikasjonsstrategier

Jeg har til nå konsentrert meg om å definere og beskrive strategier generelt. I tillegg har jeg vist til empiri og forskning på strategibruk i addisjon og subtraksjon. Forskningsspørsmålene mine handler om strategibruk i multiplikasjon. Før jeg går i gang med å beskrive egen empiri vil jeg vise til teori om strategibruk i multiplikasjon.

3.5.1 Fire multiplikasjonsstrategier

Lemaire og Siegler (1995) oppsummerer hvilke strategier som benyttes i regnearten multiplikasjon. Barn i tredje og fjerde ”grade”[3] benytter minst fire forskjellige multiplikasjonsstrategier; den ene strategien omtales gjerne som retrival strategier. Den andre strategien blir omtalt som gjentatt addisjon, den foregår ved at barnet adderer den ene addenden i oppgaven det antall ganger den andre addenden indikerer. En tredje strategi blir beskrevet som ”writing the problem”, her blir oppgaven skrevet ned, og svaret gjengitt uten at eleven adderer. Den siste og fjerde multiplikasjonsstrategien blir beskrevet som å telle et sett av objekter. For å løse oppgaven 3x4=, vil eleven markere tre punkter fordelt på fire grupper eller fire linjer. Punktene representerer tallene i multiplikasjonstykket og hvor mange ganger de skal multipliseres. For å finne svaret teller eleven opp alle punktene det har tegnet på arket.
Lemaire og Siegler (1995) illustrerer to måter å løse eksempelvis multiplikasjonsstykket 4x7 på. En måte er å addere tallet 4 syv ganger, en annen måte kan være å addere tallet 7 fire ganger. Den mest effektive (raskeste) strategivarianten er å addere det største tallet i oppgaven det antall ganger det minste tallet indikerer. Det kan se ut som om barn synes det er lettere å addere det

[3] Utrykket ”grade” er klassetrinnsbenevnelsen den Nord-Amerikanske undersøkelsen benytter (Lemaire og Siegler, 1995).

største tallet det antall ganger det minste tallet i et multiplikasjonsstykke tilsier (Lemaire & Siegler, 1995).

3.5.2 Strategiutvikling i multiplikasjon

Elever uten matematikkvansker tar i bruk nye strategier i løpet av grunnskoleårene. Både nye back-up - og retrival strategier. I likhet med strategibruken i addisjon og subtraksjon øker bruk av retrival strategi strategibruk i multiplikasjon etter hvert som barnet lærer mer om multiplikasjon (Lemaire & Siegler, 1995). Det er grunn til å anta følgende: Barn blir bedre til å tilpasse strategiene etter hvert som de får mer erfaring og lærer mer om forskjellige oppgavetyper og strategibruk. Erfaring med ulike oppgavesammensetninger kan bidra til at elevene mestrer å veksle mellom retrival og back-up strategi alt etter hva oppgaven krever.

Vanskegraden på multiplikasjonsoppgavene påvirker barns valg av back-up eller retrival strategi (Lemaire & Siegler, 1995). Økt vanskegrad på oppgaver øker sjansen for at eleven tyr til bruk av back-up strategi. I undersøkelser av strategibruk i addisjon og subtraksjon fant Ostad (1999) og Siegler (1989) ut at barns strategikompetanse økte med alderen, og at mer kompliserte strategier gradvis ble tatt i bruk. Økt bruk av retrival strategier fjerner ikke back-up strategiene fra elevens løsningsrepertoar. Ostad fant i sine undersøkelser at retrival strategier ikke erstattet bruken av back-up strategi. Elevene så nemlig ut til å benytte back-up strategier når de skulle løse nye, ukjente oppgavetyper hvor svaret ikke kunne hentes gjennom retrival strategi.
Denne måten å veksle mellom retrival og back-up strategier viser at elevene er tilpasningsdyktig i sin strategibruk. Barn utvikler seg til å bli mer selektive i hvordan og når de skal bruke de ulike strategiene, i takt med at det mestrer matematikkfaget bedre (Ostad, 1999).

3.6 Fem multiplikasjonsstrategier

Ostad deltar i et forskningsprosjekt hvor systematisk strategiobservasjon og strategiopplæring i multiplikasjon er et sentralt område i prosjektet. I forbindelse med innsamling av empiri til denne masteroppgaven har jeg anvendt samme inndeling av multiplikasjonsstrategier som ”Hå-prosjektet” for å organisere multiplikasjonsstrategiene i kategorier (Hecht, 1999). De fem strategivariantene er beskrevet i tabell 1:

Tabell 1: Multiplikasjonsstrategier

STRATEGI	BESKRIVELSE	EKSEMPEL
1. Gjentatt addisjonsstrategi	Barnet adderer den ene operanden i en oppgave det antall ganger som indikeres av den andre operanden.	Oppgaveeksempel 4x3=, barnet teller ”en, to, tre og fire”, tre ganger etter hverandre. Barnet teller fingrene eller andre konkreter som representerer tallene som skal adderes. I noen tilfeller tegner/markerer barnet fire streker fordelt på tre grupper (for å symbolisere at tallet fire skal multipliseres tre ganger), til slutt summeres alt ved at barnet adderer eller teller sammen.
2. Tallserie – strategi	Tallene som skal multipliseres blir talt i tallserier som barnet har lært seg utenat.	Oppgaveeksempel 5x5=, barnet har lært seg å telle i serier med fem og fem tall om gangen; ”fem, ti, femten, tjue, tjuefem”
3. Regel strategi	Regler barnet har lært av andre, eller som det har laget for seg selv	I oppgaveeksempelet 6x0=, benytter mange elever seg av regelen om at ”alt som multipliseres med null = null.

4. Dekomposisjonsstrategi	Barnet tar utgangspunkt i en kjent kombinasjon som basis og regner seg videre fra det.	I oppgaven 7x9=, barnet kjenner oppgaven 7x10= fra før, og benytter det som utgangspunkt; ”syv ganger ni blir da sytti minus syv, svaret blir 63.
5. Direkte retrival strategi	Svaret gjenkalles fra langtidshukommelsen eller et kunnskapslager	I oppgaven 7x9= vil barnet ganske umiddelbart gjengi svaret: ”63”.

Tabell 1 illustrerer hvordan strategiene utvikler seg fra enkle, primitive addisjonsstrategier til mer avansert, direkte retrival strategi. De fire første strategivariantene kan sammenliknes med back-up strategier. Sammenlikningen lar seg gjøre fordi ingen av de fire strategiene hviler på direkte gjenkallelse, eller retrival strategi. Gjentatt addisjon-, tallserie-, regel- og dekomposisjonsstrategi kan gjennomføres som en slags ledd for ledd prosedyre. En slik prosedyre er et kjennetegn på en back-up strategi. Barnet kan følge de ulike leddene i oppskriften og på den måten løse en multiplikasjonsoppgav. Back-up strategiene benyttes når eleven ikke har et kunnskapslager å fremkalle svaret automatisk fra. Direkte retrival strategien åpner for gjenkalling av svar direkte fra et kunnskapslager.

3.6.1 Gjentatt addisjon

Både Geary (2004) og Ostad (1999) har beskrevet hvordan barn etter hvert mestrer tellestrategiene i addisjon ved å ta utgangspunkt i det største tallet og telle videre fra det. Ostad (1999) kaller denne strategien for *min-varianten,* telle minimum antall tellesteg. Barnet har erfart at det er lettere å telle fra tallet 12 i oppgaven 3+12=, enn å telle fra tallet tre og oppover. På samme måte kan vi tenke oss at multiplisering kan foregå. I multiplikasjonsstykket 6x3= vil de fleste finne det enklere å addere seks + seks + seks, framfor 3+3+3 osv. Barnet bytter om på tallenes plassering slik at oppgaven egentlig sier 3x6=.

I addisjon og multiplikasjon har tallenes plassering til høyre eller til venstre for addisjons- eller multiplikasjonssymbolet ingen betydning for løsningen på oppgaven. For eksempel vil oppgavene 4x2 være det samme som 2x4, og 4+1 tilsvarer 1+4. Dette blir kalt d*en kommutative lov* (Ascehoug og Gyldendals store norske leksikon). Men for elever som benytter seg av primitive back-up strategier kan tallenes plassering få betydning for hvor mange tellesteg som må til for å finne svaret. Dette gjelder elever som benytter strategivariantene *telle alt* og *telle videre fra det første tallet.* Et barn som benytter min-varianten, og som har forstått den kommutative lov kan spare seg selv for antall tellesteg i løsningsprosessen. For multiplikasjonsstrategien *gjentatt addisjon* kan denne oppdagelsen være viktig. Prinsippet kan sammenliknes med måten jeg har beskrevet gjentatt addisjonsstrategien i multiplikasjon på. Når eleven skal bruke gjentatt addisjon, bør eleven addere det største tallet i multiplikasjonsoppgaven, uavhengig om hvordan tallene er plassert i forhold til hverandre opprinnelig i gangestykket. Ved å addere det største tallet gjentatte ganger blir det færre addisjonsoperasjoner, oppgaven løses litt raskere, og faren for galt svar kan tenkes å bli mindre.

3.6.2 Tallseriestrategi

Når barnet er i stand til å benytte tallseriestrategien har det forstått at tall kan koples sammen i mindre enheter. Tallseriestrategien speiler elevens evne til å kople enheter av tall. Barnet mestrer å telle samme mengde gjentatte ganger, noe som er et viktig prinsipp i multiplikasjon. I løpet av datainnsamlingen møtte jeg på elever som mestret å telle til dels store mengder i serier. En elev løste oppgaven 9x6= ved å telle; ”ni, atten, tjuesju, trettiseks, førtifem og femtifire”. Eleven talte raskt med mengder på ni og ni om gangen, uten hjelp av konkreter.

3.6.3 Regelstrategi

Den tredje strategien i tabellen er regelstrategi. Lærere som underviser i matematikk lærer ofte elever huskeregler for ulike matematikkoppgaver og regnearter. Den første regelstrategien elevene ofte lærer er regelen om at *alt du multipliserer med null blir null*. En deltaker i undersøkelsen beskrev hvordan hun fant svarene til ni-gangen ved å kontrollere om sluttsummen på svaret ble til tallet ni når hun adderte de med hverandre. For eksempel i oppgaven 4x9= 36, er 3+6= 9. Strategien kan kanskje oppleves som noe tungvint, men den fungerte som en kontrollmulighet der eleven var usikker på svaret.
Et annet eksempel på regelstrategi er jenta som hadde laget sin egen regel for multiplikasjonsstykket 7x8. Hun tok utgangspunkt i tallrekka fra 5-6-7-8, og visste at 5 og 6 kom før 7 og 8. Dermed var det lett for henne å huske at 7x8=56 ved å ta tallrekka som utgangspunkt.

3.6.4 Dekomposisjonsstrategi

Dekomposisjonsstrategien handler egentlig om å løse multiplikasjonsoppgaver ved å kombinere to eller flere strategier. Oppgaveeksempelet 6x8= kan løses ved at barnet gjenkaller deler svaret fra LTM. Ved hjelp av retrival strategi finner barnet svaret 24 (fra oppgaven 6x4). Neste utfordring for eleven er å finne svaret på 6x8=. Barnet tenker videre at ”fire er halvparten av åtte, og siden 6x4=24, blir 6x8= 24+24= 48”. Flere av deltakerne i undersøkelsen beskrev nettopp denne utregningsmåten på oppgaven 6x8=. En annen måte å anvende dekomposisjonsstrategien på kan være barnet som benytter seg av gjentatt addisjon videre fra 24, ved å tenke; ”24+6= 30+6= 36+6= 42+6=48”. Den siste varianten krever flere tellesteg, og den forutsetter at barnet har forstått prinsippene i multiplikasjon. Jeg har erfart å jobbe med barn som skulle løse multiplikasjonsstykker ved hjelp av dekomposisjonsstrategien, men som ikke klarte å telle videre enten fordi de ikke husket riktig svar fra LTM, eller fordi de ikke hadde oversikt over hvilket tall de skulle telle videre fra. Barna var rett og slett usikre på om 3x4 innebar at de skulle telle tre og tre eller fire g fire tellesteg videre fra del-svaret de kunne. Et barn som ser ut til å inneha dårlige kunnskaper om multiplikasjonsprosedyren, kan ha vansker med å telle seg videre fra et del-svar som er funnet via retrival strategi. I utvalget til undersøkelsen var det mange elever som syntes å streve med det siste leddet i dekomposisjonsstrategien. Elevene klarte å finne deler av svaret ved å fremkalle det fra et kunnskapslager, men adderte seg fram til galt svar fordi de ikke tok utgangspunkt i riktig tall. De hadde ikke forstått hvor mange tellesteg som skulle adderes videre for å fullføre dekomposisjonsstrategien.

Dekomposisjonsstrategien kan kanskje være et alternativ når eleven er usikker på om svaret det finner ved retrival strategi er riktig. Men for at svaret skal bli korrekt forutsetter strategien at eleven har forstått multiplikasjonsprosedyren. Forestill deg oppgaven 4x7=. Barnet er usikker på om svaret skal være 24 eller 28. Barnet vet imidlertid at svaret på oppgaven 3x7=21, og teller syv tellesteg til. Slik finner barnet svaret som = 28, og ikke 24 som det vurderte en stund.

3.6.5 Retrival strategi

Den siste strategivarianten er direkte retrival strategi. I likhet med retrival strategi i addisjon og subtraksjon fungerer den for multiplikasjon ved at svaret fremkalles automatisk fra et kunnskapslager eller LTM. I følge Geary (2004) er retrival- og dekomposisjons- strategiene de strategiene som støtter seg mest til informasjon lagret i LTM.

3.7 Strategiutvikling

Ensidig bruk av tungvinte telle- strategier kan bli til et hinder for utviklingen av mer hensiktsmessige strategier. De tunge strategiene tar opp så mye plass i arbeidsminnet at det ikke er plass til overs til å utvikle eller ta i bruk en mer avansert eller mindre ressurskrevende strategi. En multiplikasjonsstrategi kan foregå ved at barnet anvender konkreter eller tegner streker for å finne svaret. Denne strategien tar opp mye av elevens fokus på oppgaven, da eleven både må markere for tallene og huske hvor mange ganger tallet skal adderes osv. Samlet krever disse telleprosessene mye oppmerksomhet fra barnet. Ved bruk av eksempelvis gjentatt addisjon kan sannsynligheten for feiltelling øke dersom store tall skal multipliseres. Store tall (verdier over seks) innebærer flere addisjonsoperasjoner for barnet å gjennomføre og kontrollere. Barnet skal nemlig både telle og addere, i tillegg til å ha oversikt over hvor mange tellesteg som er tatt osv.

Siegler og Jenkins (1989) og Ostad (1999) sine undersøkelser om strategibruk i addisjon og subtraksjon har vist at barn som følger en normal utvikling beveger seg fra enkle telle-strategier (back-up strategier) til mer avanserte og etter hvert direkte retrival strategier. Strategibruken begynner ofte med telle-alt-strategien, hvor eleven teller addendene i regnestykket hver for seg, også starter forfra og teller alt samlet. En videreutvikling fra denne strategien kan være å telle videre fra et av tallene i regnestykket. Siste trinn på denne strategien er at eleven teller videre fra den av addendene med høyest verdi. De ulike strategivariantene gjenspeiler en gradvis nivåutvikling i strategibruken. Slik er det også for strategiene i multiplikasjon. De vil, i likhet med addisjons- og subtraksjonsstrategier, utvikle seg fra enkle telle-strategier, til gradvis mer avanserte strategier etter hvert som multiplikasjonsferdighetene øker. De første back-up strategiene kan på en måte være et speilbilde av barnets tidlige, noe skjøre multiplikasjonskunnskaper.

Matematikkoppgavenes vanskegrad, og hvorvidt det er en kjent eller ukjent oppgavetype som skal løses, kan også påvirke elevens valg av strategi (Carr & Hettinger, 2003).
En vanskelig eller ukjent matematikkoppgave kan gjøre at eleven velger mer elementære, back-up strategier. Strategier utvikles blant annet gjennom erfaring med matematikkoppgaver. For at elevene skal kunne løse ukjente eller nye oppgaver vil de sannsynligvis være avhengig av back-up liknende strategier fra tid til annen. Selv om retrival strategier kan synes å fremstå som de mest hensiktsmessige og beste strategivariantene, betyr det ikke at det er negativt å benytte seg av back-up strategier. Back-up strategiene med sin ledd- for ledd prosedyrer kan hjelpe barnet med å sjekke om svaret er riktig. Eleven bør ha en viss oversikt og forståelse for tallenes verdi og plassering i forhold til hverandre. Dersom eleven har oppnådd en slik forståelse kan han eller hun utføre gjentatt addisjonsstrategien med færre regneoperasjoner, og slik løse oppgaven raskere.

Etter hvert som barnet utvikler strategiferdighetene sine og klarer å veksle mellom forskjellige strategier løser de oppgavene raskere (Geary, 2004). Dette henger sammen med at elevene i større grad benytter seg av hukommelsesbaserte strategier. Økt øvelse og erfaring med bruk av strategiene kan gjøre strategiene lettere tilgjengelige.

3.7.1 Tunge og lette forestillinger

Tidligere trodde forskere at barn benyttet seg av en strategi til en type matematikkoppgaver for så å forkaste den gamle strategien når barnet hadde lært en ny strategi (Carr & Hettinger, 2003). Det som kjennetegner gode strategibrukere er at de velger de mest adekvate strategiene, selv om selvtilliten deres i å løse oppgaver riktig, ikke nødvendigvis er bedre sammenliknet med elever som benytter mer ressurskrevende strategier (Carr & Hettinger, 2003).

Ostad (2002) forklarer at kunnskaper om matematikk kan være lagret på mer eller mindre hensiktsmessige måter. Forfatteren beskriver dette med begrepene ”tunge” og ”lette” forestillinger. En tung mengdeforestilling har ikke klart å kvitte seg med problemirrelevant informasjon. Når eleven skal løse oppgaver tar det lang tid fordi mengdeforestillingen ikke bare inneholder informasjon om mengde, men også opplysninger om farge, størrelse, konteksten rundt innlæringssituasjonen osv. Dersom barnet hadde hatt lette forestillinger ville han eller hun klart å eliminere bort uvesentlig informasjon og bare konsentrere seg om den aktuelle matematikkoppgaven. De lette forestillingene fungerer løsrevet fra de tunge forestillingenes egenskaper, og er snarere lastet med problemrelevante egenskaper (Ostad, 1989). Lette forestillinger om eksempelvis mengde inneholder kun mengdeinformasjon og barnet blir ikke distrahert av irrelevant informasjon slik tunge forestillinger kan bidra til.
Barn bruker strategier selektivt etter som de erfarer at noen strategier fungerer bedre enn andre. Denne utviklingen skjer samtidig med at eleven mestrer matematikkfaget bedre. Økende oversikt og mestring innen de fire regneartene vil sannsynligvis kunne bidra til at barnet klarer å kombinere og generalisere strategiene fra oppgave til oppgave. Strategibruken i oppgaveløsning kan sees i sammenheng med tunge og lette forestillinger. Elever som benytter back-up strategier og som i tillegg har tunge mengde kunnskapsforestillinger vil bruke lengre tid på å telle sammenlignet med elever som har mengde forståelse preget av lette forestillinger. Lette forestillinger kan betraktes som en forutsetning for retrival strategier. Retrival strategier inneholder kunnskaper som raskt lar seg gjenkalle fra et kunnskapslager.

Domenespesifikke kunnskaper eller substansielle faktakunnskaper er viktige komponenter i forhold til effektiv strategibruk (Ostad, 1999). Domenespesifikk kunnskap referer til elevens strategibruk og avspeiles i barnets strategianvendelse. Barnets begrensede domenespesifikke strategikunnskap kan i seg selv forklare

den ensidige, rigide strategibruken. Det kan tenkes at noen barn mangler innsikt i faktakunnskaper om strategier. Derfor har de ikke forutsetninger for å variere eller tilpasse strategibruken til matematikkoppgavenes vanskegrad. Elever uten matematikkvansker synes å ha et rikt lager av domenespesifikke strategier tilgjengelig. Dette lageret gjør at de kan variere strategibruken fra oppgave til oppgave.
Barn med matematikkvansker viser ofte vansker med overgangen fra prosedural problemløsningsstrategi til hukommelsesbasert problemstrategi (Geary, 2003). Hva som skal til for at elever med matematikkvansker skal utvide sitt strategirepertoar og utvikle et mer fleksibelt kunnskapslager er det ingen enkel, entydig løsning på. Ostad (2001) snakker om at noe strategitrening kan ha effekt. Samtidig viste MUM-prosjektet at fokus bør flyttes fra "…å lære mer matematikk til det å lære matematikk ved hjelp av hensiktsmessige læremåter" (Ostad, 2001: 48).

Strategibruk i matematikk synes å være preget av at elever uten matematikkvansker gradvis utvikler evne til å benytte seg av retrivel baserte strategier. Elever uten matematikkvansker har strategikunnskaper som preges av stor grad av strategifleksibilitet, noe som gjenspeiles i en variert bruk av strategier tilpasset forskjellige matematikkoppgavers vanskegrad.

3.8 Hva kjennetegner strategibruken hos elever med matematikkvansker?

Jeg har hittil forsøkt å si noe om hva strategier i matematikk er, samt beskrive hvordan strategiene kan benyttes funksjonelt til løsning av matematikkoppgaver. Beskrivelsene jeg har gjort har hatt fokus på strategiutviklingen generelt, uten å skille mellom eventuelle matematikk- svake eller sterke elever. Mye forskning har imidlertid fokusert på hva som skiller disse to gruppene (Geary, 2004; Ostad, 1999; Siegler, 1989; m. fl). Elever som er svake i matematikk blir i fortsettelsen av teksten omtalt som elever med matematikkvansker.

3.8.1 Matematikkvansker

Matematikkvansker refererer seg til ”de dysmatematikerne som, sett i forhold til normalt fungerende elevers matematikkfaglige utviklingsmønster, ikke har en forsinket men en kvalitativ forskjellig utvikling” (Ostad, 2001: 43). Denne gruppen synes å ha vansker med å gjenkalle elementære, aritmetiske fakta (facts) fra LTM, og vanskene synes å fortsette til tross for instruksjoner i grunnleggende matematiske fakta (Geary, 2004).

Mellom 5 og 8 % barn i skolelader har en form for hukommelses- eller kognitiv mangel/vanske, som kan sies å påvirke evnene til å lære seg matematikk (Geary, 2004). Ostad hevder at en lærevanske kan minske evnen til å prosessere informasjon i en eller flere matematiske domener.

3.8.2 Matematikkvansker og strategibruk

Skolebarns evne til å løse matematikkoppgaver synes å være avhengig av elevenes ferdigheter og kunnskap om strategibruk. Tidligere undersøkelser har vist at elever med matematikkvansker benytter strategier som er lite effektive (Ostad, 1999).
Elever med matematikkvanskers strategibruk kjennetegnes av få og primitive back-up strategier. Strategiutviklingen stagnerer som resultat av at elevene benytter få back-up strategier. Ostad (2003 b) omtaler det som strategifattigdom, og det i seg selv representerer en kritisk faktor for normal strategiutvikling. De primitive strategiene (eller back-up strategiene) fungerer på et vis som løsningsstrategier for barnet slik at han eller hun klarer å regne seg fram til et svar på oppgaven. Men back-up strategiene er tungvinte løsningsalternativer som tar

opp uhensiktsmessig mye av barnets oppmerksomhet og kapasitet fra blant annet arbeidsminnet, oppmerksomhet som kunne vært brukt til å fokusere på andre deler av oppgaven eller løsningsalternativer. Strategifattige elever kjennetegnes gjennom ensidig bruk av back-up strategier, og da gjerne de enkleste, mest elementære formene for back-up. De veksler sjelden mellom flere back-up strategier, og strategibruken utvikles minimalt i løpet av grunnskoleårene. Barn med matematikkvansker synes derfor å benytte seg av strategier som yngre barn vanligvis bruker. Ashcraft (1992) hevdet at de yngste barnas strategibruk preges av strategifattigdom, mens eldre barn og voksnes strategibruk er kjennetegnet av strategirikdom. Geary (2003) beskriver hvordan barn med matematikkvansker kan identifiseres som en gruppe med forstyrrelser i å gjenhente grunnleggende fakta fra LTM. Barn med matematikkvansker klarer til en viss grad å framhente svar fra LTM, men svarene blir ofte feil fordi framhentingsprosessen blir forstyrret av irrelevante assosiasjoner. Disse barna klarer ikke å overse eller undertrykke irrelevant informasjon, og får dermed større prosent feilsvar sammenlignet med de som kontrollerer assosiasjonene bedre.

I addisjonsstrategiundersøkelsen i MUM-prosjektet (Ostad, 2001) kom det frem at forholdet mellom back-up og retrival strategier forble konstant selv om elevene beveget seg oppover i klassene. Måling av strategibruken blant elever i første klasse synliggjorde at 96,9 % av dem benyttet seg av back-up strategier. Elever i syvende klasse benyttet back-up strategier på 97,2 % av oppgavene for å komme frem til svaret. Det var med andre ord ingen signifikant utvikling bort fra back-up strategier. Mangelen på forskjell i strategibruk fra 1.til 7. klasse viste at elevenes back-up strategier verken var blitt mer avansert eller hadde utviklet seg i retning av økt bruk av retrival strategi. Tilsvarende funn ble gjort på strategibruk i subtraksjon. Målinger ved utgangen av 7. klasse viste at 99 % av subtraksjonsoppgavene ble løst ved hjelp av tellestrategier. I 1. klasse utgjorde back-up strategiene nesten 100 % av strategier i bruk.

Disse funnene er med på å synliggjøre at elever med matematikkvansker benytter den samme strategien om og om igjen. Over halvparten av 3.- og 5. klassingene i MUM- prosjektet viste samme tendens. Ved utgangen av syvende klasse vekslet de matematikksvake elevene mellom en eller to av de enkleste variantene av back-up strategier. Strategibruken bar preg av ensidig bruk av tungvinte, ressurskrevende back-up strategier og lite variasjon mellom anvendte back-up strategi.

3.8.3 Matematikkvansker og strategifattigdom

Strategifattige barn preges av mangelfulle strategikunnskaper. Utviklingsmønsteret kjennetegnes av ensidig bruk av de enkleste back-up strategiene og disse elevene har manglende strategikunnskaper.
Barn med matematikkvansker anvender sjelden retrival baserte strategier når de løser matematikkoppgaver (Geary, 2004). Denne elevgruppa synes å begå langt flere tellefeil, og bruker enkle og mer tungvinte strategier (f. eks telle-alt-strategier, eller gjentatt addisjon). Barnet har ikke forstått at det ved å snu på addendenes plassering i et multiplikasjonsstykke sparer seg for mye telling ved gjentatt addisjonsstrategi metoden. Den mangelfulle utviklingen står i sterk kontrast til elever uten matematikkvansker, som synes å ha et kunnskapslager som er fleksibelt, og hvor elevene mestrer å veksle mellom flere typer strategier.

3.9 Generelle ferdigheter i matematikk

Multiplikasjon er bare ett av flere spesifikke områder i matematikkfaget. Generelle ferdigheter i faget sier noe om elevers allmenne matematikkunnskaper utover deres multiplikasjonsprestasjoner. Ferdigheter i matematikk handler om hvordan den enkelte elev mestrer alle regneartene og emnene faget tar opp. Kravene til generelle ferdigheter i matematikk er tilpasset det en forventer ut fra elevenes alder. L-97 setter ramme for matematikkfaget i skolen, og beskriver emner og områder tilpasset hvert enkelt klassetrinn. Matematikkfaget er bygd opp etter et hierarkisk prinsipp, hvor hver regneart bygger på hverandre (Holm, 2002). Det er vanlig i norsk skole at elevene starter med addisjon, etterfulgt av subtraksjon, multiplikasjon og med divisjon som den siste av de fire hovedregneartene. L-97 vektlegger at elevene skal tilegne seg ferdigheter i faget som de kan bruke i dagligdagse sammenhenger: ”Elevene skal oppleve, erfare og bli fortrolige med bruk av matematikk i hjem, skole og lokalsamfunn” (L97 s. 158). Måling av elevenes generelle matematikkferdighet skjer oftest gjennom å bruke såkalte kartleggingsprøver. Prøvene måler elevenes kunnskaper og ferdigheter på de områdene en forventer de skal mestre i henhold til pensum og læreplan.

3.10 Intelligens

Intelligens kan beskrives som hvordan mennesker erkjenner, tenker, resonerer og løser problemer på (Tetzchner, 2001). Intelligensbegrepet har vært gjenstand for mye oppmerksomhet. Både som begrep og fenomen. Dets innhold og betydning. Intelligensforskning har vært ett av de viktigste forskningsfeltene i moderne, vestlig psykologi. Det synes ikke å være etablert enighet om èn definisjon av fenomenet intelligens (Evenshaug & Hallen, 2000; Tetzchner, 2001). Tetzchner

(2001) beskriver to polare oppfatninger av intelligens. Den ene polare oppfatning av intelligens som en domenegenerell evne. Den andre polare oppfatningen betrakter intelligens som bestående av mange domenespesifikke komponenter.
En viktig utfordring i intelligensforskning har vært og er av metodisk karakter. Intelligens lar seg ikke måle direkte. En intelligens test kan anvendes for å måle kunnskaper og ferdigheter barn har på et bestemt tidspunkt (Tetzchner, 2001).
Det finnes ulike intelligens tester. Felles for disse er at de gjerne er tilpasset barns aldersnivå. Noen tester er utformet slik at barnet ikke er avhengig av verbalspråk for å løse dem. Intelligenstester er utformet slik at de på best mulig måte kan være representative for hva barn faktisk kan. Kunnskaper og ferdigheter fungerer som indikatorer for kognitive evner (Tetzchner, 2001). Resultatet på evnetester predikerer barnets fremtidige prestasjoner (Evenshaug & Hallen, 2000). Ifølge Tetzchner (2001) mente Spearman at intelligens måler både g-faktoren (en domenegenerell evne) og s-faktoren (oppgavespesifikke faktorer). Spearman hevder at formålet med intelligenstesting først og fremst er å måle g-faktoren (Tetzchner, 2001).
Cattell og Horn skiller mellom to evnefaktorer; a) flytende intelligens, og b) krystallisert intelligens (Evenshaug & Hallen, 2000). Den første evnefaktoren referer til evnen å løse abstrakte problemer eller å oppfatte relasjoner som ikke er spesielt kulturavhengig eller henger nær sammen med læring. Den andre er mer kulturavhengig og dreier seg om typiske skoleferdigheter og kunnskaper knyttet opp mot skole og kulturell påvirkning (Evenshaug & Hallen, 2000). Den krystalliserte intelligensfaktoren synes å stige gjennom hele livet, mens flytende intelligens flater ut etter tenårene, og avtar gradvis opp gjennom voksenalder.

Å bruke intelligensbegrepet i denne avhandlingen er dristig. De ulike oppfatningene av intelligens og det komplekse innholdet er i seg selv en begrensning. Det er viktig å poengtere at jeg bruker begrepet om intelligens knyttet opp mot skolefaglige prestasjoner, og da spesifikt i sammenheng med ferdigheter innen multiplikasjon.

Jeg er klar over at jeg tar i bruk et begrep som jeg ikke gir en uttømmende definisjon av. Det er slik en svakhet ved oppgaven. Denne begrensningen til tross, velger jeg å ta utgangspunkt i et generelt aspekt beskrevet av Tetzchner (2001): Det er en sammenheng mellom intelligens og barns skoleprestasjoner. Tidligere skolekarakterer predikerer mer enn andre indikatorer framtidige skolekarakterer (prestasjoner, performance).

Kapittel 4 Empiri

4.1 Deltakere

Det er til sammen 57 barn med i denne undersøkelsen (N=57). 30 av barna, hvorav 15 jenter og 14 gutter, går i 5. klasse. De resterende 28 går i 7. klasse og består av 16 jenter og 12 gutter. Deltakerne på de to klassetrinnene består av elever fra to parallellklasser. Antall deltakere fordeler seg omtrent likt fra hver parallellklasse. Datainnsamlingen fant sted på nyåret 2005. De fleste elevene i 5. klasse var mellom 10 til 10 ½ år. To av elevene fylte 11 i løpet av dagene datainnsamlingen fant sted. I 7. klasse var elevene rundt 12 – 12 1/2 år på veg til å bli 13 år. Barna i undersøkelsen kommer fra en middels stor skole i Nord-Norge. Det var frivillig for elvene å delta i undersøkelsen. Deltakerprosenten fra hver klasse var på 80 %.

Jeg har ikke vært opptatt av å avdekke eller etterspørre om noen av deltakerne hører til innefor kategorien av elever med matematikkvansker, eller om enkelte av deltakerne mottar spesialundervisning eller tilpasset opplæring. I en gjennomsnittlig grunnskoleklasse finnes det sannsynligvis elever som enten er svake, middels gode eller svært gode i eksempelvis et fag som matematikk. For meg er det interessant å prøve å gi et bilde av elevenes ferdigheter som kan gjenspeile mangfoldet i en klasse, i tillegg til å studere strategibruken mer spesifikt. Derfor har jeg ikke delt eleven inn i grupper rangert etter ferdighet. Barna som deltok i undersøkelsen har hatt undervisning i multiplikasjon siden midten av 3. klasse. Det betyr at barna i 5. klasse har holdt på med multiplikasjon i ca to år, mens barna i 7. klasse har holdt på to år lengre.

4.1.1 Missing

Opprinnelig bestod utvalget av 58 elever. Etter at datainnsamlingen var avsluttet viste det seg at testresultatet for M-prøven[4] til en av elevene i 5. klasse manglet. Den aktuelle eleven var syk da M-prøven skulle gjennomføres. Det betyr at målingsvariabel på generelle ferdigheter i matematikk mangler for den eleven. På grunn av manglende data tok jeg bort den aktuelle elevens øvrige testresultater fra undersøkelsen. Det betyr at deltakerne som analysene i undersøkelsen bygger på består av 29 barn fra 5. klassetrinn og 28 barn fra 7. klassetrinn (N=57).

4.2 Materiell og prosedyre

Deltakerne har kun blitt testet en gang hver i løpet av testperioden. Dataene ble samlet inn i løpet av januar/februar 2005. Undersøkelsen var anonym for deltakerne. Navnene deres ble erstattet med et nummer. Deltakerne har blitt testet med de samme testene med ett unntak; M-prøven. M-prøven er tilpasset pensum for hvert klassetrinn. Elevene i 5. klasse har gjort M4, mens deltakerne i 7. klasse har gjort M6. Jeg har selv instruert og gjennomført kartleggingen av alle variablene, med unntak av M-prøven. Skolens lærere hadde testet elevene med M-prøven ca. to måneder før jeg startet datainnsamlingen. Den øvrige kartleggingen eller testingen foregikk ved at jeg instruerte både grupper av barn, og barn individuelt, med ett og ett barn om gangen.
Den individuelle testingen tok i underkant av 30 minutter. Elevene brukte ca. en time på å gjennomføre de resterende testene. Selv om testene ble instruert i grupper, jobbet barna selvstendig oppgavene. De mottok ingen form for hjelp utover instruksjoner til selve gjennomføringen. Jeg brukte i overkant av tre uker på å samle inn alle dataene til undersøkelsen. Lærene ved skolen var behjelpelig med praktiske ting som klasserom og hvilke tidspunkt det passet at jeg tok elevene ut av klassen etc.

[4] M-prøven er navnet på testen som blir brukt for å måle elevenes generelle matematikkunnskaper. Det er en test som er satt sammen av oppgaver tilpasset hvert klassetrinn i barneskolen. M-prøvene er delt inn i M4 og M6, tilpasset pensum for elevene i 5. og 7. klasse. Se for øvrig pkt. 4.4.7 for mer detaljert beskrivelse.

Etter at samtlige elever var kartlagt fikk de utdelt hver sin passer. Passeren var ment som en takk for innsatsen deres, og som en motivasjon for eventuell senere deltakelse i forskningsundersøkelser.

4.2.1 Materiell til kartlegging av strategibruk i multiplikasjon

Resultatet fra kartleggingen av strategiene blir brukt for å måle hvilke strategier den enkelte elev benytter når han eller hun løser ensifrede multiplikasjonsoppgaver. Strategiene utgjør hovedvariablene i undersøkelsen, og blir benyttet som uavhengig variabel i den statistiske analysen. Det er hovedsakelig to måter jeg vil bruke strategikartleggingen på: Jeg er interessert i å kartlegge hvilken multiplikasjonsstrategi som blir benyttet oftest på de to klassetrinnene. Jeg har en forventning om at det er forskjell mellom 5. og 7. klasse med hensyn til hvilke strategier de benytter, og regner det som sannsynlig at deltakerne fra 7. klasse benytter seg av retrivel strategi oftere sammenliknet med deltakerne i 5. klasse.
Den andre måten jeg skal benytte strategikartleggingen på er å undersøke om strategier i bruk kan være med å predikere eller forklare variansen i mål på multiplikasjonsferdighet og mål på generelle ferdigheter i matematikk.

4.2.2 Prosedyre for kartlegging av multiplikasjonsstrategiene

Kan man måle barns strategibruk i multiplikasjon? Siegler og Jenkins (1989) gjennomførte omfattende kartlegging av skolebarns strategibruk i addisjon. De fant ut at barn som blir bedt om å forklare hvordan de finner svaret på en oppgave umiddelbart etter at de har løst den, klarer å forklare strategibruken på en troverdig måte.

Jeg kartla multiplikasjonsstrategier i bruk ved å ta utgangspunkt i 12 forskjellige ensifrede multiplikasjonsstykker fra den lille multiplikasjonstabellen, av tallene mellom 0 og 9. F. eks 3x4=_ eller 7x9=_ osv.
Multiplikasjonsoppgavene var skrevet ned på små kort, en og en oppgave per kort. Det eneste hjelpemiddelet deltakerne fikk var ark og blyant, slik at barna kunne regne ut svaret skriftlig ved behov. Jeg informerte om at det var lov å ”tenke” høyt, og at de skulle regne sånn som de vanligvis gjorde det på skolen. Strategikartlegging i multiplikasjon er den eneste testen hvor barna ble testet individuelt, en og en om gangen. Elevene ble presentert for ett og ett kort med multiplikasjonsoppgaven på. Instruksjonen fra meg lød: ”Nå skal jeg vise deg et multiplikasjonsstykke. Når du vet svaret skal du si det høyt til meg”. Umiddelbart etter at barnet sa svaret høyt, ba jeg barnet om å forklare hvordan han eller hun tenkte for å finne svaret. Barnas forklaringer ble systematisert etter de fem multiplikasjonsstrategiene til Ostad (se pkt 3.6 for detaljerte strategibeskrivelser), og lagt inn i SPSS.
Strategiene ble skåret etter hvilken strategi elevene beskrev i bruk. Det betyr at elever som ikke benyttet f. eks regel strategi på noen av oppgavene, fikk 0 poeng for denne strategien. Barn som f. eks kun benyttet seg av retrival strategi, fikk 12 poeng på variabelen retrival, og 0 poeng på de fire andre strategivariablene.

4.2.3 Materiell til den lille multiplikasjonstabellen

Testen til den lille multiplikasjonstabellen blir videre omtalt som Lille multi. Lille multi er en test satt sammen av 180 ensifrede multiplikasjonsoppgaver fra tallene mellom 1 og 9. Oppgavene var fordelt på to ark som var stiftet sammen. På det første arket var det seks kolonner med 19 oppgaver i hver kolonne, mens det andre arket bestod av seks kolonner med 11 oppgaver i hver. Hvert multiplikasjonsstykke ble presentert slik: 3x6=_ osv. Flere av multiplikasjonsstykkene forekom gjentatte ganger. Deltakerne fikk en tidsfrist på

4 minutter på å gjennomføre testen. Det var ikke forventet at elevene skulle klare å løse alle testens multiplikasjonsoppgaver. Lille multi blir i denne undersøkelsen brukt som mål på hvor godt barna kan ensifrede multiplikasjonsstykker for tallene mellom 1 og 9. Testen skal blant annet anvendes for å se om det er en sammenheng med antall løste oppgaver og strategibruk. Jeg har en antagelse om at jo flere oppgaver eleven klarer å løse, jo mer sannsynlig er det at de benytter seg av retrival strategi.

4.2.4 Prosedyre for lille multi (den lille multiplikasjonstabellen)

Testen ble gjennomført i grupper bestående av ca. 12 elever. Elevene fikk utdelt hvert sitt oppgavesett bestående av to ark som var stiftet sammen. Oppgavene lå med baksiden opp slik at deltakerne ikke kunne se oppgavene før jeg ga klarsignal. Jeg instruerte elevene i hvordan testen skulle gjennomføres. Tavla ble brukt for å illustrere hvordan deltakerne skulle starte øverst på den første kolonnen, og løse oppgavene under før de eventuelt fortsatte med neste kolonne med oppgaver. Barna fikk nøyaktig fire minutter på seg til å gjøre så mange stykker som mulig. Alle startet og stoppet samtidig. Det var ingen elever som klarte å besvare alle stykkene innen tidsfristen, og det var heller ikke forventet at de skulle klare det. De av elevene som ble ferdig med den første oppgavesiden skulle bla om og fortsette på neste side. Gjennomføringen av den lille multiplikasjonstesten gikk greit. Alle elevene jobbet konsentrert i de fire minuttene de hadde til disposisjon. Det var ingen som avbrøt testen før tiden var ute.

Barna fikk ikke poeng for de oppgavene som inneholdt multiplikasjon med tallet 1. Disse oppgavene var med i testen for å gi barna med svake multiplikasjonsferdigheter en følelse av mestring.

4.2.5 Materiell til Raven Standard Progressive Matrisetest

Raven standard progressive matriser er en ikke-verbal test på analytisk intelligens (Carpenter m. flere, 1990). De samme forfatterne sier, sitat side 404: ”analytic intelligence refers to the ability to deal with novelty, to adapt one’s thinking to a knew cognitive problem. Testen blir i denne sammenheng benyttet for å kunne si noe om deltakernes kognitive evnenivå. Ravens standard progressive matriser består av til sammen fem deltester, som er merket med A, B, C, D og E. Testen er tatt med i undersøkelsen som et slags mål på elevenes generelle læreforutsetninger. Raven standard progressive matriser utfordrer elevens evne til å tenke klart og se strukturer (Raven, 1960). Det handler om evnen til å oppfatte meningsløse figurer og se relasjonen mellom dem. Testen har spilt en stor rolle som instrument for å kartlegge ikke-verbal intelligens, da spesielt evne til logisk resonering. Barnets evne til å utvikle eller vise en systematisk måte å resonere på settes på prøve når barnet blir bedt om å plassere de ulike mønstrene i sammenheng. De første oppgavene på hver deltest er ganske enkle. Utover i oppgavene blir hver enkelt deltest vanskeligere. Vanskelighetsgraden øker også fra deltest A til E.

Denne testen blir i likhet med strategi kartleggingen benyttet som en uavhengig variabel.

Jeg benytter Raven test som en kontrollvariabel, da jeg ønsker å finne mål for hvor stor rolle Raven har for prestasjoner og multiplikasjonsferdigheter.

4.2.6 Prosedyre for Raven Standard Progressive Matrisetest

Testen ble gjennomført umiddelbart etter at barna var ferdig med testen lille multi (den lille multiplikasjonstabellen). Testen ble instruert til grupper på maksimum 12 elever om gangen. Alle fem deltestene ble brukt, merket fra deltest A til E. Det er 12 oppgaver på hver deltest. Til sammen utgjorde de fem deltestene 60 oppgaver som elevene skulle gjøre. De to første oppgavene på deltest A ble

benyttet som eksempel og gjennomgått på tavla. Instruksjonene som ble gitt følger prosedyrene beskrevet i ”Guide to the Standard Progressive Matrices”, 1960. Hver elev jobbet selvstendig med oppgavesettet og hadde ubegrenset tid til å gjøre ferdig.
Jeg har valgt å benytte testens råskåre-poeng. Råskårene utgjør summen av poengene hver enkelt deltaker oppnådde på testen.

4.2.7 Materiell for M-prøven

M-prøven er en kartleggingsprøve fra PP-tjenestens materiellservice. Kartleggingsprøven er satt sammen slik at den kan si noe om elevenes grunnleggende regneforståelse og basisferdigheter i matematikk (Lærerveiledning). Prøven er normert og testet ut på barn i de aktuelle aldersgruppene. Den er ment å være til hjelp for å kartlegge hvilket nivå elevene ligger på i matematikk, for derigjennom å kunne avgjøre hvilke tiltak som eventuelt skal settes inn overfor de som synes å ha vansker i faget. Samtidig er prøvene tilpasset forventet pensum for hvert klassetrinn. Prøvens vanskegrad spenner over oppgavetyper av både lette og vanskelige oppgaver, og oppgavenes vanskegrad øker utover i testen. Betegnelsen på de enkelte prøvene er M1, M2, M3 osv. Betegnelsen viser til hvilket klassetrinn prøvene er beregnet på. Klassetrinnsbetegnelsene er satt ut fra høsten 1997. Eksempelvis er M4 ment gjennomført på våren når eleven går i 4. klasse eller tidlig på høsten etter at elevene har begynt i 5. klasse. M-prøvene som ble brukt i denne undersøkelsen blir videre omtalt som M4 og M6. Det henspiller på at deltakerne akkurat var begynt i henholdsvis 5. og 7. klasse da kartleggingsprøvene ble gjennomført.
I denne undersøkelsen blir råskårene fra M4 og M6 anvendt som mål på elevenes generelle ferdigheter i matematikk. Antagelsen min er at strategier i bruk og ferdigheter i multiplikasjon henger sammen med deltakernes generelle ferdigheter i matematikk.

M-prøven vil bli brukt som avhengig variabel i de statistiske analysene. Det er for at jeg skal kunne måle hvordan de andre variablene bidrar til elevenes generelle ferdigheter i matematikk. Jeg tenker meg at resultatene på M4 og M6 kan si noe om hvordan multiplikasjonsferdigheter kan bidra til andre typer matematikkoppgaver som ikke bare krever multiplikasjonsferdigheter.

4.2.8 Prosedyre for M-prøven

M-prøven er den eneste testen i denne undersøkelsen hvor jeg ikke har samlet inn dataene selv. Deltakerne i denne undersøkelsen ble testet med M4 og M6 i oktober høsten 2004. Elevene i 5. klasse løste oppgavesettet M4, mens elevene i 7. klasse løste oppgavesettet M6. Elevene hadde jobbet selvstendig med oppgavene, uten hjelp utover nødvendig instruksjon i tilknytning til gjennomføringen. M4 kan taes på våren i fjerde klasse eller på høsten i femte klasse. M6 fungerer tilsvarende for sjette og syvende klasse. I forbindelse med innsamling av empiri fikk jeg tilgang til den enkelte deltakers samlete råskåre på M-prøven.

Kapittel 5 Metode

Jeg har valgt en kvantitativ tilnærming og metode i denne undersøkelsen. Deler av datamaterialet er av en slik karakter at jeg også kunne valgt en kvalitativ tilnærming.
Kvalitativ forskning krever at forskeren har analytiske redskaper til disposisjon. Eller at forskeren er i stand til å utvikle analytiske begrep som beskriver hva forskeren ser etter. Der den kvantitative forskeren er opptatt av å vise forskjeller i mengde, for eksempel gjennom tall, er kvalitativ forskning opptatt av å vise forskjeller gjennom en utdypende forståelse.

Jeg har vært opptatt av å tallfeste, kvantifisere og studere sammenhenger som ikke kan sies å være utpregede sosiale fenomen. Tema og forskningsspørsmålene legger føringer for valg av forskningsmetoden. Tidligere forskning på området har i stor grad benyttet seg av samme tilnærming. Den kvantitative metoden egner seg godt til å beskrive et større antall enheter. Kartleggingen av nesten 60 grunnskoleelever har gitt meg kvantitative data. En kvantitativ tilnærming krever ikke en inngående beskrivelse av fenomenene som blir undersøkt (Lund, 2001). I mitt kvantitative forskningsprosjekt gjennomgikk alle deltakere tilnærmet det samme kartleggingsopplegget og de gjennomgikk like oppgaver.
Bruk av samme testbatteri åpner opp for muligheten til å sammenlikne eventuelle funn innad i undersøkelsen. Gjennom innsamling av kvantitative data kunne datainnsamlingen gjennomføres av personer som ikke nødvendigvis har fagkunnskaper om emnet det skal forskes på. Den som samler inn data trenger opplæring i hvordan datainnsamlingen skal gjennomføres. I forbindelse med kvantitativ metode er forskerens ferdigheter i for- og etterkant av en undersøkelse viktigere enn delaktighet underveis. Det går an å gi andre opplæring i å samle inn dataene, men forskeren er i forkant av undersøkelsen avhengig av å opparbeide seg inngående teori- og metodekunnskap rundt temaet det skal forskes på.

Forskeren skal blant annet utarbeide et bra datainnsamlingsinstrument og trenger kunnskap om tidligere forskning og teori, samt dertil egnede metoder. I etterkant av datainnsamlingen er det viktig at forskeren kjenner til metoder for best mulig å tolke, bearbeide og analysere funnene.

5.1 Design

Valg av forskningsdesign er forskerens overordnede plan for best mulig å svare på problemstillinger og/eller eventuelle hypoteser. Jeg har valgt ikke-eksperimentelt design til denne undersøkelse. Det som skiller ikke-eksperiment fra ekte- og kvasi- eksperimentell design er at forskeren i de to sistnevnte designene kan påvirke og evaluere påvirkningen av variabler i undersøkelsen. Kriteriet for ikke-eksperimentelt design er at det ikke gjør forsøk på å endre det som skal undersøkes (Kleven, 2002 b). Hensikten er å forsøke å studere tingenes tilstand slik de fremstår ved testtidspunktet, uten å manipulere den uavhengige variabelen. Jeg har ikke hatt mulighet eller intensjon om å påvirke variablene som er målt i denne undersøkelsen. Undersøkelsesmetoden kan også omtales som deskriptive studier eller passiv-observasjon-design (Kleven, 2002 b). Selv om designet blir beskrevet som deskriptivt betyr det ikke at man ikke prøver å forklare fenomenet slik det framstår etter at statistiske analyser er gjennomført.

Ikke-eksperimentell design kan også omtales som kartleggingsstudier (Kleven, 2002 a). En kartleggingsstudie forsøker å kartlegge fenomen slik de er, og eventuelt forklare hvorfor ting fremstår som de gjør. Forskere som gjennomfører en kartleggingsstudie anvender gjerne flere variabler, som siden anvendes i en statistisk analyse. Jeg skal ikke uttale meg om kausale slutninger i denne undersøkelsen. Fokuset er rettet mot å beskrive strategibruk i multiplikasjon. Det er vanskelig å trekke gode årsaksslutninger i ikke-eksperimentelle design blant annet fordi forskeren ikke har mulighet til å påvirke variablene. Designet åpner for at forskeren i forbindelse med tolkningen av resultatene kan diskutere eller prøve å finne forklaringer på hvorfor resultatene er som de fremstår ved testtidspunktet (Kleven, 2002 a). Jeg skal ikke introdusere noen tiltak for så å se etter endringer som følge av tiltak. Jeg håper likevel jeg ved hjelp av statistisk analyse og teori kan forklare eventuelle forhold som kan ligge bak funnene i datamaterialet.

5.2 Validitet

Validitet i en undersøkelse handler om hvorvidt den anvendte metoden måler det den er antatt å måle, og om resultatene gir svar på de spørsmål som stilles i undersøkelsen (Lund, 2002). Validiteten av en slutning kan variere i grad. Noen ganger oppnår vi høy grad av validitet, andre ganger lav grad. I empirisk forskning vil en kunne oppnå tilnærmet høy validitet, men aldri perfekt validitet (Lund, 2002).
Svakheten ved å skulle forklare resultater fra en ikke-eksperimentell analyse ligger i analysens lave indre validitet. God indre validitet handler om at tolkningen av relasjonen mellom to variabler er valide, til å stole på (Lund, 2002). Ikke-eksperimentelle design åpner ikke opp for manipulering av variablene, derfor kan man si at designet har lav indre validitet. Ved bruk av ikke-eksperimentelle design, som i denne undersøkelsen, er det relevant å se på følgende validitetsområder jamfør Cook og Campbells validitetssystem (Lund, 2002); begrepsvaliditet, ytre- og statistisk validitet.

5.2.1 Begrepsvaliditet

Det er viktig at begrepsoperasjonaliseringen måler det definerte begrepet og ikke andre begreper (Lund, 2002). Eller sagt på en annen måte; begrepsvaliditet handler om hvorvidt variablene måler begreper som er relevante i forhold til forskningsproblemet. I denne undersøkelsen har jeg ønsket å måle strategibruk i multiplikasjon. Hvordan kan jeg best mulig sikre meg at det er strategibruk i multiplikasjon som blir målt, og ikke andre sider ved multiplikasjonsløsningsprosedyren? Kan strategibruk i multiplikasjon overhodet måles? Siegler og Jenkins (1989) gjennomførte en omfattende kartlegging av skolebarns strategibruk i addisjon. Forfatterne mente at barn som ble bedt om å forklare hvordan de fant svaret på en oppgave umiddelbart etter at de har løst den, klarte å forklare strategibruken på en troverdig måte. I løpet av kartleggingen av elevenes strategibruk i denne undersøkelsen stilte jeg barna spørsmål om hvordan de kom fram til svaret. Spørsmålet ble stilt rett etter at eleven hadde svart på multiplikasjonsoppgaven. Ved å støtte meg til Siegler og Jenkins (1989) strategikartleggingsmetode mener jeg at det er noenlunde samsvar mellom det teoretiske begrepet strategibruk og målingen av strategibruk i undersøkelsen.

I denne undersøkelsen utgjør barns generelle ferdighet i matematikk en viktig variabel. Jeg er interessert i å finne ut om det er en sammenheng mellom elevenes ferdighet i matematikk og strategibruk. Jeg har brukt M-prøven, PP-tjenestens kartleggingsprøve for matematikk[5], som måleinstrument på elevenes generelle ferdighet i matematikk. Svakheten med M-prøven i forbindelse med denne undersøkelsen er tidspunktet for gjennomføringen av prøven. I underkant av tre måneder før jeg kom til skolen for å samle empiri hadde elevene blitt testet med M-prøven. Det betyr at målevariabelen for deltakernes generelle matematikkferdighet kanskje mer utgjør et mål for matematikkunnskapene slik de fremstod to/tre måneder før resten av dataene ble samlet inn. Slik kan M4 og M6 inneholde et misforhold mellom elevenes faktiske matematikkunnskaper og kartleggingen av de resterende målevariablene. En løsning kunne vært å teste alle deltakerne på nytt med M-prøven på samme tidspunkt som de andre dataene ble samlet inn. Men en ny M-prøve ville skapt problemer rundt dette med re-test, pga

[5] (se pkt. 4.2.7 for nærmere beskrivelse)

kort tidsrom mellom testtidspunktene. Jeg har derfor valgt å anvende resultatene fra M-prøvene slik de forelå fra testen tatt på høsten. Blant annet hadde elevene juleferie i tidsrommet mellom M-prøven og datainnsamlingen for øvrig. Det betyr at tiden mellom testene ikke bare har bestått av matematikkfaglig undervisning. Et argument som taler for å anvende M-prøven er at begge klassetrinnene gjennomførte den i samme tidsrom. Variablene skal ikke brukes for å generalisere til andre grupper elever, de skal sammenliknes innad i de to gruppene. Like viktig som at tidspunktet for empiriinnsamlingen sammenfaller, er det faktum at testforholdene har vært noenlunde sammenfallende mellom de to gruppene som deltok i undersøkelsen. Jeg finner det derfor forsvarlig å analysere testenes variabler slik de foreligger.

5.2.2 Ytre validitet

Ytre validitet handler om resultatenes gyldighetsområde (Kleven, 2002 a). Dersom resultatene fra undersøkelsen kan generaliseres til andre personer og liknende situasjoner, er det snakk om god ytre validitet. Ytre validitet er blant annet avhengig av utvalget i en undersøkelse, forhold rundt undersøkelsens gjennomføring og tidspunkt for undersøkelsen (Lund, 2002). I denne undersøkelsen handler det blant annet om hvorvidt kunnskapsferdighetene og strategiferdighetene blant deltakerne kan sammenliknes med tidligere strategiundersøkelser. Dersom analysen viser at strategibruk i multiplikasjon kan være med på å predikere prestasjoner i matematikk, kan jeg da generalisere funnene over til andre elever i grunnskolen? Hvorvidt det er god ytre validitet avhenger av flere forhold enn det å kunne predikere et resultat på bakgrunn av et annet. Dersom elevgruppa i mitt utvalg ikke er representativ for grunnskoleelever ellers i landet, kan vi snakke om lav ytre validitet. Utvalget i undersøkelsen utgjør en trussel mot god ytre validitet da den består av elever fra kun en barneskole. Valget falt på denne skolen fordi det var to parallell-klasser på trinnene jeg ønsket å kartlegge. For å få et mer representativt utvalg burde jeg kanskje hatt med minimum en skole til. Flere deltakere i en undersøkelse åpner for større sammenlikningsgrunnlag. Målinger fra utvalg bestående av elever fra kun en barneskole kan være påvirket av eksempelvis undervisningsforhold, lærersituasjon og lignende. En forsker som i samler inn data fra flere barneskoler vil lettere kunne ta høyde for flere forhold. På den måten kan resultatet bli mer representativt for skoleelever generelt. Resultatene fra denne undersøkelsen må brukes med forsiktighet og egner seg dårlig til å sammenlikne direkte med jevnaldrende. Funnene i undersøkelsen kan mer si noe om en tendens innenfor temaet strategibruk enn å generalisere til andre skoleklasser.

En annen faktor som taler for et større utvalg er at statistiske analyser krever et minimum av deltakere. Man dersom jeg hadde hentet utvalg fra flere barneskoler ville kartleggingsprosessen tatt lengre tid. Undersøkelsen jeg har gjort er ikke av kausal karakter. Jeg ønsker å se om, og eventuelt hvordan strategibruk henger sammen med ferdigheter i matematikk. Slik jeg vurderer det er det minst to holdepunkter som peker i retning av at grad av ytre validitet i denne undersøkelsen er noe svak; antall barn i utvalget og det at dataene er samlet inn på kun en barneskole.

5.2.3 Statistisk validitet

En statistisk analyse åpner opp for slutninger av en eller annen grad og er en del av metoden i en undersøkelse. I denne undersøkelsen har jeg anvendt både korrelasjons- og multippel regresjonsanalyser for å besvare spørsmålene i problemstillingen.
Statistisk validitet innebærer to delkrav: statistisk signifikant tendens og rimelig sterk tendens (Lund, 2002). Sterk sammenheng mellom variablene i en undersøkelse henger sammen med statistisk validitet. En undersøkelse som består

av et lite utvalg kan mangle statistisk validitet, eller ha lav statistisk validitet. Det handler om at en kan se om det er en sammenheng mellom uavhengig og avhengig variabel. For denne undersøkelsen er statistisk validitet interessant for hvorvidt jeg finner at forhodet mellom mål på generelle ferdigheter og strategibruk er statistisk signifikant. Et utvalg som består av få personer kan føre til at sammenhenger bare blir marginale, der de i et større utvalg ville blitt statistisk signifikant. I denne undersøkelsen kan en snakke om lav ”power”, fordi utvalget for hver klasse er på under 30 barn. Uteliggere, dvs. deltakere som skiller seg ut med resultater som enten er svært lave eller svært høye, kan påvirke eksempelvis gjennomsnittet i en analyse. Verdiene i analysene blir mer sårbare og lar seg slik lettere ”påvirke” i tilfeller der deltakerantallet er lavt.
I denne undersøkelsen er det sannsynlig at noen av analysene hadde kommet litt annerledes ut dersom utvalget hadde vært større. Det er viktig å være bevisst dette, spesielt med tanke på å kunne generalisere resultatene til andre grupper. Jeg valgte å beholde alle verdiene i undersøkelsen, både de med svært lave og de med svært høye verdier, og analysene fremstår derfor slik de gjør. Jeg har ikke til intensjon å generalisere funnene utover deltakerne i undersøkelsen.

5.3 Reliabilitet

Reliabilitet handler om hvorvidt gjentatt måling eller kartlegging med samme testbatteri vil gi samme resultat (Ringdal, 2001). Det bør være et mål for forskning at en undersøkelse skal kunne etterprøves uten at resultatet avviker veldig fra den opprinnelige undersøkelsen. God reliabilitet innebærer at data er lite påvirket av tilfeldig målingsfeil (Kleven, 2002a). Tilfeldig målingsfeil kan være elevens dagsform, om de har jobbet med liknende oppgaver tidligere, eller andre tilfeldigheter som kan påvirke resultatet av kartleggingen.
Jeg har brukt fire forskjellige tester i denne undersøkelsen. Testene Raven og M-prøven er standardisert og normert. De to gjenværende testene, lille multi (den

lille multiplikasjonstabellen) og strategikartleggingstesten er ikke standardisert eller normert. Hele testbatteriet (Raven, M-prøven, lille multi og strategikartleggingen) er satt sammen spesielt til denne undersøkelsen. Det vanskeliggjør muligheten til å si om resultatet blir det samme om de brukes ved en senere anledning. Raven og M-prøven er i andre sammenhenger brukt på et stort antall personer og jeg har derfor en forventning om at de måler det de er ment å måle. Men testene kan likevel ha blitt påvirket av tilfeldige målefeil i løpet av denne undersøkelsen. Deltakerne ble testet i ukjente klasserom, (vi brukte klasserommene som til enhver tid var ledig i løpet av den tre uker lange testperioden), og noen av gruppetestene ble instruert til grupper satt sammen av elever fra begge deltakergruppene (5. og 7. klasse). Det å sitte i ukjente klasserom og/eller være sammen med elever du ikke kjenner fra før kan ha påvirket prestasjonene og derigjennom resultatene. I tillegg er matematikk i seg selv et fag som er sårbart i forhold til selvbilde og tro på egne ferdigheter. Noen av deltakerne kan ha prestert noe lavere enn normalt fordi de ble påvirket av egen usikkerhet overfor faget.

Det at flere personer samler inn data kan i seg selv utgjøre en trussel for tilfeldig målefeil (Lund, 2002). Jeg har foretatt all innsamling av data selv, med unntak av variablene M-prøven (M4 og M6). Det at det ikke har vært andre testledere involvert gjør at jeg i større grad kan sikre meg at deltakerne har mottatt tilnærmet samme instruksjon og respons på testene. Strategikartleggingen foregikk ved at elevene ble testet individuelt. Elevenes beskrivelse av egen strategibruk ble tolket av bare en person. Men testen har ikke vært brukt før, så er det vanskelig å si om den vil måle det samme dersom den blir brukt i en annen undersøkelse.
Slik har jeg hatt kontroll over alle avgjørelser omkring forskjellige svar og beskrivelser, i tillegg til instruksjoner og liknende i testsituasjonen. Reliabiliteten på den lille multiplikasjonstabellen kan være svak fordi resultatet kanskje også

gjenspeiler elevenes evne til å jobbe under tidspress. Eleven hadde begrenset tid på seg til å gjennomføre den testen. Her kan forhold som å disponere tid eller erfaring med å jobbe under tidspress påvirke resultatene. For eksempel så noen av deltakerne ut til bruke tiden til å lete etter kjente multiplikasjonsoppgaver blant alle oppgavene. Dermed ble noe av tiden anvendt til *å* lete framfor å løse oppgaver.

5.4 Statistisk Analyse

For å finne svar på forskningsspørsmålene har jeg gjort en statistisk analyse. Analysen er gjort i SPSS, et dataprogram som kan behandle store datamaterialer. For å analysere datamaterialet vil jeg bruke korrelasjons- og multippel regresjonsanalyser. Korrelasjonsanalysene kan si noe om det er en sammenheng mellom to og to variabler undersøkelsen (Lund, 2002). Den multiple regresjonsanalysen åpner for en analyse av sammenheng mellom flere uavhengige og en avhengig variabel. Jeg vil kunne se hvor mye de forskjellige variablene bidrar til resultatet på den avhengige variabelen. Forklart varians er benevningen på regresjonskoeffisienten. Prosenttallet jeg får i regresjonsanalysen sier noe om hvor mye hver enkelt variabel bidrar til variansen i den avhengige variabelen, og hvor mye variablene har felles (Brace, Kemp & Snelgar, 2003). En multippel regresjonsanalyse er også et egnet redskap for å analysere data fra ikke-eksperimentelle undersøkelser (Green & Salkind, 2005).

Kapittel 6 Resultater

6.1 Deskriptive data for variablene i undersøkelsen.

Jeg kommer til å anvende en deskriptiv analyse for å besvare den første problemstillingen i undersøkelsen. Der spør jeg om hvilke strategier som anvendes oftest hos deltakerne når de skal multiplisere ensifrede oppgaver. Jeg er i tillegg nysgjerrig på om det er forskjell i strategbruken mellom de to klassetrinnene som er med i undersøkelsen.

Tallene er hentet fra deskriptiv analyse i SPSS. De deskriptive dataene for de to klassetrinnene blir presentert i hver sin tabell.

6.2 Oversikt over datamaterialet for 5. klasse

Tabell 2: Deskriptive data med antall, minimum (Min.)- og maksimumskåre (Maks.), gjennomsnitt (M) og standardavvik (SD) målt i 5. klasse (10-11 år).

	N	Min.	Maks.	M	SD
1. Gjentatt	29	0	9	1.07	1.88
2. Tallserie	29	0	8	1.41	2.24
3. Regel	29	0	2	.24	.51
4. Dekomposisjon	29	0	5	2.24	1.72
5. Retrival	29	1	12	7.03	2.58
6. M4	29	36	104	79.14	16.67
7. Lille multi	29	8	84	30.86	19.10
8. Raven	29	12	51	35.97	8.65

Gjentatt, tallserie, regel, dekomposisjon og retrival = strategier i bruk.
M4= mål for generelle ferdigheter i matematikk i 5. kl. Lille multi= den lille multiplikasjonstabellen, Raven= Raven standard progressive matrisetest.

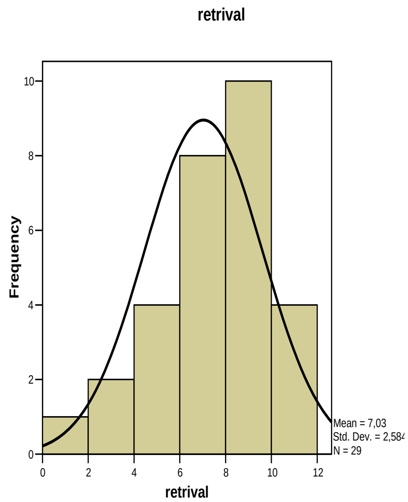
I tabell 2 har jeg samlet resultater fra målinger gjort i 5. klasse. De fem første variablene er basert på strategiene elevene anvendte når de skulle løse 12 ensifrede multiplikasjonsoppgaver (den individuelle strategikartleggingen). I tillegg er data fra M4, lille multi og Raven standard progressive matrisetest lagt inn i tabellen. Tabellen viser skårer for maksimums- og minimumsverdier samt gjennomsnittsverdier (M).
I kapittel tre beskrev jeg hvordan strategier i bruk ble kartlagt ved at deltakerne måtte løse tolv ensifrede multiplikasjonsoppgaver. De fire første strategiene i tabellen; gjentatt, tallserie, regel og dekomposisjon blir videre omtalt som back-up strategier. En back-up strategi handler om strategier som benyttes når svaret ikke kan framhentes automatisk. Minimumsverdien til de fire back-up strategiene i tabell 2 er lik 0. I strategikartleggingen ble en og en oppgave registrert med den strategien eleven brukte, ut fra de fem strategialternativene[6] som er beskrevet i teoridelen. Enkelte av deltakerne brukte samme strategi på alle oppgavene i den individuelle strategikartleggingen. Andre igjen vekslet mellom tre til fire strategivarianter på de samme 12 oppgavene. I tabellen indikerer derfor minimumsverdien =0 på strategivariantene, at en eller flere deltakere ikke benyttet den aktuelle strategien som løsningsstrategi på noen av multiplikasjonsoppgavene. Retrival strategi har en maksimumskåre på 12. Det betyr at enkelte av deltakerne benyttet retrival strategi som eneste løsningsstrategi på samtlige 12 oppgaver. De tre siste variablene i tabell 2 er mål på deltakernes generelle ferdigheter i matematikk, antall løste multiplikasjonsoppgaver og Raven standard progressive matrisetest.

For å gi en mer detaljert beskrivelse av datamaterialet har jeg illustrert de fire siste variablene i tabell 2 ved hjelp av histogram.

[6] Strategiene gjentatt, tallserie, regel, dekomposisjon eller retrival.

Variablene for elevene i 5. klasse illustrert gjennom histogram:

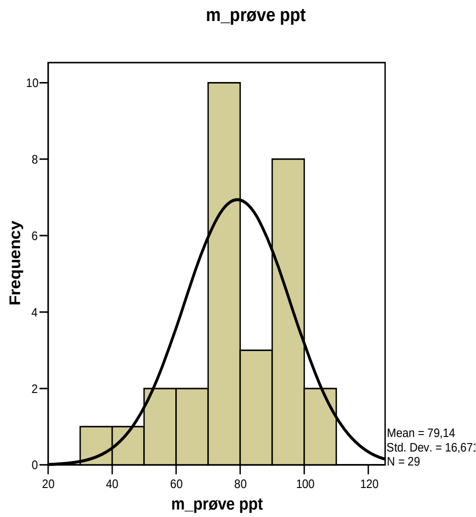
6.2.1 Hvilke strategier anvender elevene i 5. klasse til multiplikasjon?



Figur 1: Fordeling av deltakernes bruk av retrival strategi ved multiplikasjon

Figur 1 bygger på resultatene fra den individuelle strategikartleggingen. Der skulle elevene beskrive hvordan de fant svaret på 12 ensifrede multiplikasjonsoppgaver av tall mellom 0 og 9. Figuren illustrerer hvor mange oppgaver som blir løst ved hjelp av retrival strategi som løsningsstrategi. Retrival strategi var strategien med høyest gjennomsnittsverdi av alle strategivariantene i strategikartleggingen; M= 7,03. Det fremgår av figuren at retrival strategi gjennomsnittlig anvendes på ca syv av 12 ensifrede multiplikasjonsoppgaver. I figuren kommer det videre frem at det er en tendens til opphopning av skårer til høyre i figuren. Det betyr at flertallet av oppgavene ble løst med retrival strategi. Det er en relativt stor gruppe elever (til sammen 10 stk) som anvender retrival strategi på mellom 8 og 10 oppgaver. 22 av 29 elever benytter retrival strategi på halvparten eller flere ensifrede multiplikasjonsoppgaver. En liten gruppe bestående av 4 elever bruker retrival strategi som eneste løsningsstrategi. Det er også en liten andel elever som kun anvender retrival strategi på en av 12 oppgaver.

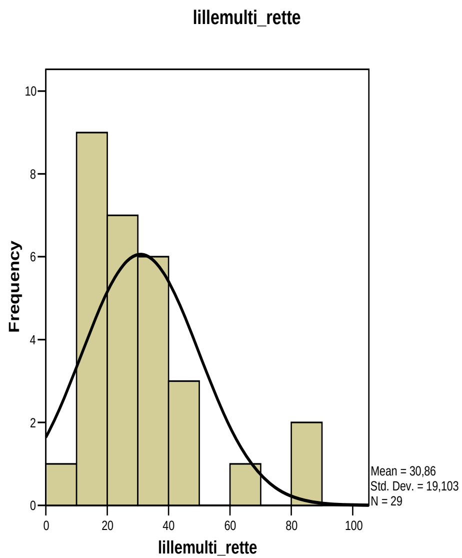
6.2.2 Hvordan er den generelle matematikkferdigheten for elevene i 5. klasse?



Figur 2: Samlet poeng på M4

Hvordan er deltakernes generelle ferdigheter i matematikk? Poengsummen fra M4 blir brukt som mål på elevens generelle ferdigheter i matematikk. M4 er en kartleggingsprøve i matematikk som den pedagogisk-psykologiske tjeneste ofte benytter. M4 henspiller på at elevene gikk i 5. klasse da testen ble gjennomført, høsten 2004. Testen er tilpasset pensum for 4/5 klasse, og bør gjennomføres på våren i 4. klasse eller i løpet av høsten i 5. klasse. Søylene i figur 2 er basert på elevenes sammenlagte skåre på M4. Elevene hadde en gjennomsnittsskåre på 79,14 poeng på denne prøven. Lavest skåre ligger 43 poeng under gjennomsnittet, mens høyeste skåre ligger nesten 25 poeng over gjennomsnittet. Det er en tendens til opphopning av skårer til høyre i figuren. Det kan tyde på at flertallet av elevene har gode ferdigheter eller ferdigheter over gjennomsnittet i matematikk. Av figuren fremkommer det at to deltakergrupper oppnår fra 70 til 80, og 90 til 100 poeng på prøven. Disse gruppene skiller seg fra de andre med at skårene deres skaper høyere søyler sammenliknet med de resterende skårene. De øvrige deltakerne fordeler seg i grupper på to og tre, med poengsummer fra lavest til høyest.

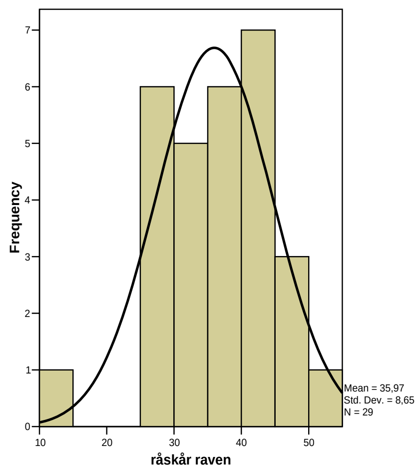
6.2.3 Hvor mange multiplikasjonsoppgaver løser elevene i 5. klasse?



Figur 3: Antall korrekt løste ensifrede multiplikasjonsoppgaver

Figur 3 illustrerer resultatene på lille multi, (den lille multiplikasjonstabellen). Det er en test bestående av 180 ensifrede multiplikasjonsoppgaver, og deltakerne skulle løse så mange oppgaver som mulig på fire minutter. Det fremgår av figuren at flertallet av deltakerne løste mellom 20 og 40 oppgaver korrekt på tiden de hadde til rådighet. Skårene i figuren ligger til venstre, noe som henger sammen med at mange av elevene løste rundt 20-30 oppgaver på tiden de disponerte. Gjennomsnittlig antall riktig løste multiplikasjonsoppgaver er 30,86. Det var tre elever som skilte seg ut fra resten av klassen ved at de løste betydelig flere multiplikasjonsoppgaver. Disse elevene kan ha bidratt til å dra gjennomsnittet noe opp. En elev løste over 60 ensifrede multiplikasjonsoppgaver korrekt, mens to elever løste mellom 80 og 84 oppgaver korrekt. I figuren kommer det også frem at en elev synes å ha svært lave multiplikasjonsferdigheter med kun ti korrekt løste oppgaver på fire minutter.

6.2.4 Hva ble resultatet på Raven for deltakerne i 5. klasse?



Figur 4: Skåre på Raven standard progressive matrisetest

Figur 4 fremstiller antall oppnådde poeng på Raven standard progressive matrisetest. Figuren bygger på testens råskårer. Raven standard progressive matrisetest blir brukt som en variabel for å måle deltakernes kognitive evner. Gjennomsnittsverdien for skårene er 35,97. Spriket mellom høyest og lavest oppnådde skåre utgjør til sammen 39 poeng. Selv om det er et stort sprik mellom elevene med høyest og lavest poengsum, fordeler flertallet av deltakerne seg noenlunde jevnt rundt det som er innenfor normalskåren. Figuren viser en klar opphopning av skårer til høyre, noe som kan indikere at mange elever i klassen har gode kognitive ferdigheter. Gjennomsnittverdien på råskåren til Raven for elever på 10 1/2 år er i følge normtabellen 36 poeng (Raven, 2000). Deltakernes gjennomsnitt ser ut til å ligge omtrent på gjennomsnittet sammenliknet med normen for testen. I følge testresultatet er evnenivået til deltakerne i undersøkelsen tilsvarende andre 10-åringer.

6.3 Oversikt over variablene i 7. klasse

Tabell 3: Deskriptive data med antall, minimum- (Min.) og maksimumskåre (Maks.), gjennomsnitt (M) og standardavvik (SD) for variablene målt i 7. klasse, (12-13 år).

	N	Min.	Maks.	M	SD
1. Gjentatt	28	0	6	.61	1.28
2. Tallserie	28	0	5	.71	1.35
3. Regel	28	0	4	.54	.88
4. Dekomposisjon	28	0	8	2.25	2.17
5. Retrival	28	1	12	7.89	2.76
6. M6	28	26	100	69.43	18.21
7. Lille multi	28	30	100	57.71	18.65
8. Raven	28	15	54	37.57	8.05

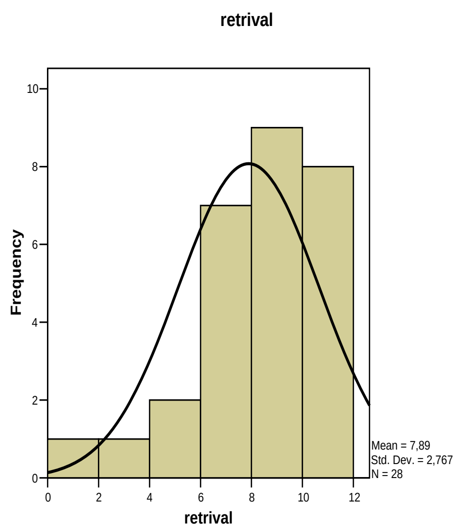
Gjentatt, tallserie, regel, dekomposisjon og retrival = strategier i bruk.
M6= mål for generelle ferdigheter i matematikk. Lille multi= den lille multiplikasjonstabellen, Raven= Raven standard progressive matrisetest.

I tabell 3 har jeg samlet skårene for variablene målt i 7. klasse. Tabellen gir en samlet oversikt over hvilke multiplikasjonsstrategier elevene brukte, og hvordan deltakerne i 7. klasse skåret på M6, lille multi og på Raven standard progressive matrisetest.

De fem første variablene i tabell 3 illustrerer hvilke strategier elevene anvendte når de løste 12 ensifrede multiplikasjonsoppgaver. I likhet med tabell 2 benevner jeg variablene fra og med 1 til og med 4 som back-up strategier. Ved å rette oppmerksomheten mot minimumsverdien til de fire er back-up strategiene ser vi at verdiene er lik 0. Maksimumsverdien på back-up strategiene variere fra 4 til 8. Målingene viser at det var deltakere i 7. klasse som aldri anvendte back-up strategier, mens andre deltakere brukte back-up strategi på en eller flere av de 12 multiplikasjonsoppgavene. Dersom fokus rettes spesifikt på retrival strategi (variabel 5) ser vi at enkelte av elevene kun brukte strategien en gang på 12 oppgaver. På de resterende 11 oppgavene har eleven(e) benyttet back-up strategier for å finne svaret. Maksimumskåren på retrival strategi avslører at noen av elevene benyttet strategien på samtlige 12 multiplikasjonsoppgaver i strategikartleggingstesten. Dersom vi betrakter alle strategiene under ett ser vi at retrival strategi har høyest gjennomsnittsverdi på 7,89. Retrival strategi var den strategien som ble brukt flest ganger. Variablene retrival, M6, lille multi og Raven vil bli nærmere beskrevet og illustrert gjennom histogram (se figur 5, 6, 7 og 8).

Variablene for deltakerne i 7. klasse illustrert gjennom histogram:

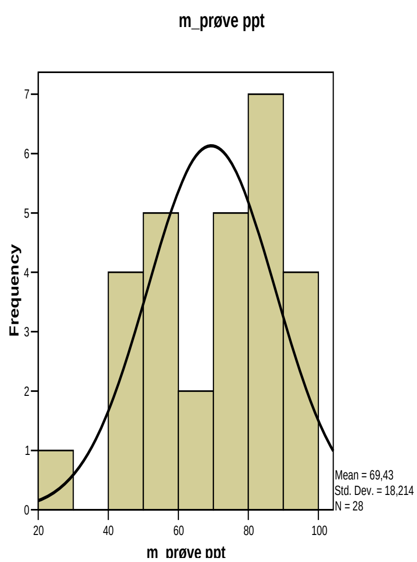
6.3.1 Hvilke strategier anvender elevene i 7. klasse til multiplikasjon?



Figur 5: Fordeling av deltakernes bruk av retrival strategi

Figur 5 illustrerer antall retrival strategier i bruk. Strategibruken ble kartlagt gjennom at elevene løste 12 ensifrede multiplikasjonsoppgaver, også beskrev løsningsmetoden rett etter at en oppgave var besvart. I 7. klasse var retrival strategi gjennomsnittlig i bruk på nesten åtte av 12 ensifrede multiplikasjonsoppgaver. Retrival strategi ble brukt som løsningsmetode på flest oppgaver, og av flertallet av deltakerne i undersøkelsen. Dette kommer tydelig fram på kurvens opphopning av skårer til høyre i figuren. Mange av deltakerne brukte retrival strategi som eneste strategivariant på multiplikasjonsoppgavene. Noen få elever skiller seg ut fra gjennomsnittet og brukte retrival strategi på bare en eller to av 12 oppgaver.

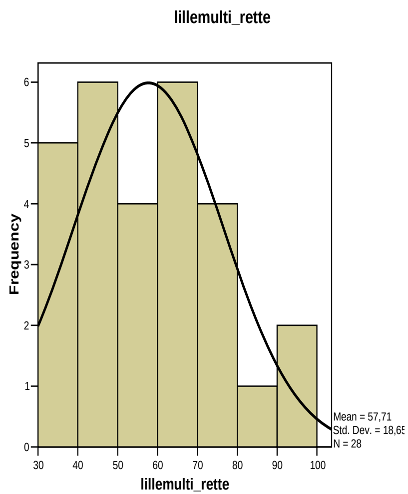
6.3.2 Hvordan er den generelle matematikkferdigheten for deltakerne i 7. klasse?



Figur 6: Samlet poeng på M6

Figur 6 illustrerer deltakernes generelle ferdigheter i matematikk, målt ved hjelp av PP-tjenestens M-prøve (kartleggingsprøve i matematikk). M6 henspiller til at elevene gikk i 7. klasse da testen ble tatt, høsten 2004. Gjennomsnittlig fikk elevene 69,43 poeng på M-prøven. Nær halvparten av deltakerne (11 elever) fikk en samlet skåre på mellom 80 og 100 poeng. Høyest skåre var på 100 poeng. Som det fremgår av figuren er det rundt 80 poeng som skiller eleven(e) med lavest fra de med høyest poengskåre. En nærmere beskrivelse av resultatet viser at en elev skiller seg ut fra resten ved å skåre svakt, med bare 26 poeng. Skårene ligger til høyre i figuren. Mange av elevene fikk en skåre som var bedre enn gjennomsnittsskåren. Resultatet kan tyde på at deltakerne i undersøkelsen er representative på den måten at de synes å bestå av elever med svake, middels og gode, generelle ferdigheter i matematikk. Den ene eleven, som ligger helt til venstre i figuren, har lav skåre og kan være med å påvirke gjennomsnittsresultatet ved å dra det noe ned.

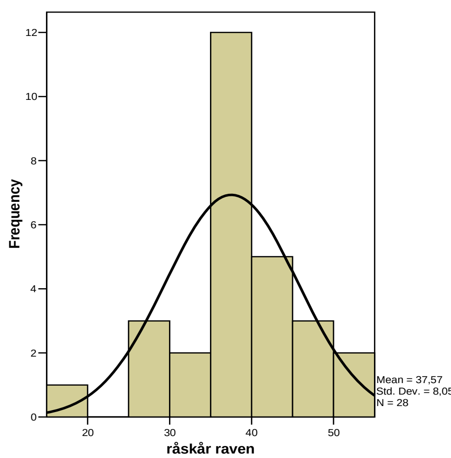
6.3.3 Hvor mange multiplikasjonsoppgaver løser elevene i 7. klasse?



Figur 7: Antall korrekt løste ensifrede multiplikasjonsoppgaver

Figur 7 representerer antall riktig løste ensifrede multiplikasjonsoppgaver, målt med testen lille multi. Testen består av 180 ensifrede multiplikasjonsoppgaver. Elevene fikk fire minutter på seg til å løse så mange oppgaver som mulig. Det fremgår av figuren at elevene gjennomsnittlig løste 57,71 oppgaver på tiden de disponerte. Som vi fant i 5. klasse er det også her tendens til en opphopning av skårer til venstre i figuren. Men venstre vridningen er ikke så dominerende som i figur 3 (5. klasse). Det kan tyde på at elevene i 7. klasse klarte å løse flere oppgaver under tidspress sammenliknet med de i 5. klasse. Flertallet i 7. løste mellom 40 og 70 oppgaver i løpet av testens fire minutter. To elever skiller seg fra gjennomsnittet ved at de løste mellom 90 og 100 multiplikasjonstykker korrekt. De elevene som løste færrest oppgaver oppnådde en skåre på 30 korrekt løste multiplikasjonsoppgaver. Dette utgjør nesten ett standardavvik under gjennomnittet. Figuren synliggjør at det er en forskjell på rundt 70 riktig løste oppgaver mellom deltaker med lavest og deltaker med høyest skåre. Søylene i figuren har en ganske jevn høyde, noe som kan tyde på at multiplikasjonsferdigheter i 7. klasse fordeler seg jevnt i klassen. En liten gruppe skiller seg ut med svært gode multiplikasjonstabellferdigheter. Resten av elevene fordeler seg i grupper på fem og seks elever, med middels eller svakere multiplikasjonskunnskaper.

6.3.4 Hva ble resultatet på Raven for deltakerne i 7. klasse?



Figur 8: Skåre på Raven standard progressive matrisetest

Figur 8 fremstiller råskåren på Raven Standard progressive matrisetest. Denne testen er med i datamaterialet for å antyde noe om deltakernes generelle kognitive evner. Skårene deltakerne oppnår fordeler seg mellom minimums- og maksimums poeng fra 15 til 54. Forskjellen mellom høyest og lavest oppnådde skåre utgjør til sammen 39 poeng. Nær halvparten av deltakerne oppnår tilnærmet samme skåre med poeng mellom 30 og 40. Figuren illustrerer at resultatet innad i klassen er ganske normalfordelt (jamfør Gauss kurve). En stor gruppe elever skårer på testens gjennomsnittsskåre; 37,57 poeng. Gjennomsnittlig råskåre for normen på

Raven for barn på 12 ½ år er 40 poeng. Klassens gjennomsnitt ligger noe lavere sammenliknet med normen. Det kan bety at deltakernes kognitive evner gjennomsnittlige er litt lavere sammenliknet med en hvilken som helst gruppe barn på 12 ½ år. To elever utmerket seg med veldig godt resultat på Raven. I figuren kommer det tydelig frem at det er en ”uteligger”, en deltaker som skårer lavt. I et så lite utvalg som denne undersøkelsen bygger på kan det tenkes at elever med ”ekstreme” skårer, høye eller lave, vil påvirke gjennomsnittsskåren.

6.4 Likheter og forskjeller mellom dataene innsamlet i 5. og 7. klasse

Er det store forskjeller på testresultatene mellom de to klassetrinnene? Jeg har forsøkt å oppsummere de viktigste forskjellene og likhetene:

6.4.1 Strategier i bruk

Direkte retrival strategi var den hyppigst anvendte strategien blant deltakerne i undersøkelsen. Jeg tolker det som positivt at flertallet av elevene på begge klassetrinn mestrer denne strategien. Bruken av retrival strategi kan omtales som positiv fordi strategien er resursbesparende og effektiv i forbindelse med løsning av multiplikasjonsoppgaver. Bruk av retrival strategi åpner for en rask tilgang til svaret. Deltakerne i denne undersøkelsen har hatt undervisning i multiplikasjon i minimum to og et halvt år. Undervisningen bør ha gitt dem både erfaring og kunnskap nok til å bygge opp et tilgjengelig lager av oppgave-svar assosiasjoner. Det som imidlertid overrasker litt ved den deskriptive analysen er at forskjellen på gjennomsnittlig bruk av retrival strategi ikke ser ut til å være større mellom klassene. I 5. klasse løser deltakerne gjennomsnittlig 7,03 av 12 multiplikasjonsoppgaver. Tilsvarende gjennomsnittsverdi for 7. klasse er 7,89. Er resultatene en indikasjon på at utviklingen av strategier i bruk har stoppet opp så tidlig som i 5. klasse? I tabell 2 og 3 antyder verdiene for gjennomsnittlig antall retrival strategi i bruk at elevene i 7. klasse løser omtrent like mange oppgaver ved hjelp retrival strategi som barna i 5. klasse.

Tabell 2 og 3 var en illustrasjon på antall ganger back-up strategiene gjentatt og tallserie ble anvendt som løsningsstrategi på de 12 ensifrede multiplikasjonsoppgavene i strategikartleggingstesten. Dersom vi sammenlikner maksimumsverdien for de to strategiene finner vi at verdien er høyere for deltakerne i 5. klasse enn 7. klasse. Funnet kan tyde på at de yngste deltakerne anvender strategiene gjentatt og tallserie på flere oppgaver sammenliknet med de eldste. Eller sagt på en annen måte, det kan se ut som om strategibruken beveger seg i retning av mindre bruk av de to mest ”primitive” back-up strategiene. Det kan se ut som om det skjer en kvalitativ utvikling av deltakernes strategibruk; fra å anvende primitive til mer avanserte back-up strategier. Selv om den gjennomsnittlige bruken av retrival strategi ikke øker betydelig fra 5. til 7. klasse, er det positivt at bruken av de mest primitive back-up strategiene ser ut til å minke når elevene beveger seg opp på et høyere klassetrinn.

6.4.2 Lille multi

Lille multi (den lille multiplikasjonstabellen) hadde en oppnåelig skåre på 180 poeng, men det var ikke forventet at elevene skulle nå denne maksimumskåren. Resultatet for elevene i denne undersøkelsen viser at maksimumskåren for barna i syvende klasse = 100 poeng mot 84 poeng i femte klasse. De dyktigste elevene i 7. klasse løste 16 flere ensifrede multiplikasjonsoppgaver korrekt på 4 minutter sammenliknet med de dyktigste elevene i 5. klasse. Hvordan kan man forstå forskjellen i antall løste oppgaver? En av forklaringene kan være at deltakerne i 7. hadde mer erfaring med multiplikasjonstabellen (på grunn av to års lengre skolegang). Resultatet på testen lille multi kan tyde på at det skjer en kvalitativ utvikling i multiplikasjonsferdigheter fra 5. til 7. klasse, og at to år ekstra med matematikkundervisning har bidratt til utvidet kjennskap til multiplikasjonstabellen. Matematikklæreren i 7. klasse informerte om at elevene minimum en gang i uken måtte jobbe med multiplikasjonsoppgaver hvor det gjaldt å løse flest mulig oppgaver på kortest mulig tid. Det er ikke usannsynlig at elevene i 7. klasse hadde et fortinn på lille multi på grunn av at de var vant til å løse multiplikasjonsoppgaver under tidspress.

6.4.3 Generelle ferdigheter i matematikk

M-prøven utgjør i denne undersøkelsen et mål på elevenes generelle matematikk ferdigheter. M-prøven er, som tidligere nevnt en matematikkprøve PP-tjenesten ofte anvender for å måle generelle ferdigheter og kunnskaper i matematikk. Deltakerne i denne undersøkelsen har ikke blitt testet med samme oppgavesett. M-prøven er satt sammen av oppgaver tilpasset pensum for hvert enkelt klassetrinn. Prøven for elevene i 5. klasse går under betegnelsen M4, og tilsvarende M6 for elevene i 7. klasse.

Det at elevene på de to klassetrinnene ikke har blitt målt med samme oppgavesett gjør det vanskelig å sammenlikne resultatene på tvers av klassene. Gjennomsnittsverdiene for de to prøvene kan si noe om tendensen i resultatet. I tabell 1 kom det fram at gjennomsnittverdien for deltakerne i 5. klasse var lik 79,14 poeng. I 7. klasse var gjennomsnittsresultatet lik 69,43 (se tabell 2). Forskjellen mellom de to gjennomsnittsskårene utgjør dermed nesten 10 poeng, og de eldste deltakerne skårer med lavest gjennomsnittet.

Jeg har ikke kunnet sammenlikne deltakernes poengsum på M-prøven med testens normer fordi en av oppgavene i oppgavesett M6 ble tatt bort fra før 7. klasse ble testet med prøven. Begrunnelsen for å ta bort oppgaven gikk på at pensum for den aktuelle oppgaven ikke var gjennomgått i klassen før testingen. Fjerning av oppgaver fra M6 kan forklare hvorfor gjennomsnittet i 7. klasse fremstår som lavere enn 5. klasse. En annen mulig forklaring kan være at

gjennomsnittsverdiene faktisk indikerer at elevene i 7. klasse generelt var svakere i matematikk. Disse elevene hadde hatt relativt hyppige lærerskifter opp gjennom barneskolen. Pedagogisk litteratur nevner ofte ustabil lærersituasjon som en kritisk faktor for elevers skoleprestasjoner.
Jeg kan ikke med sikkerhet fastslå hvorfor forskjellene i skårene på M4 og M6 er som de er, utover å kommentere mulige forklaringer. Sannsynligvis er årsakene mer sammensatte enn undersøkelsens variabler klarer å måle. En god årsaksforklaring ligger utenfor det jeg har hatt mulighet til å kontrollere for.

6.4.4 Forskjeller og likheter på Raven

I følge råskårene på Raven standard progressive matrisetest er forskjellen mellom de to klassetrinnene minimal. Testen blir i denne sammenhengen anvendt som mål deltakernes evnenivå. Raven er en evnetest som bygger på ikke-verbale ferdigheter. Gjennomsnittsskåren i 5. klassene ligger på 35,97 mot 37,57 i 7. klasse. Evnenivået i begge gruppene synes ut fra Raven å være ganske jevnt. Begge klassetrinnene har gjort den samme testen og fått samme instruksjon og tid til rådighet på oppgavene. Likevel kommer testene ut med et så jevnt resultat. I følge normen for råskårene på Raven er gjennomsnittskåren for barn på 10 ½ år 36 poeng. Gjennomsnittlig råskåre for barn på 12 ½ år utgjør 40 poeng. Ved å sammenlikne deltakernes gjennomsnittsskåre med gjennomsnittet til normen for råskåren, fant jeg at elevene i 5. klasse skåret omtrent på gjennomsnittet, mens 7. klasse oppnådde lavere skåre enn normens gjennomsnitt. I følge undersøkelsens variabler kan det synes som om elevene i 5. klasse gjennomsnittlig har litt høyere evnenivå sammenliknet med deltakerne i 7. klasse. Deltakere med ekstreme høy eller lave skårer påvirker sluttsummen eller det som kommer ut som gjennomsnittsskåre, spesielt når antall deltakere er så lavt som i denne undersøkelsen. I dette tilfellet var det deltakere på begge klassetrinn med poengsummer som skilte seg ut fra resten. Disse skårene hadde nok innvirkning for gjennomsnittsresultatet på Raven Standard Progressive Matrisetest i undersøkelsen.

Kapittel 7 Korrelasjonsanalyser

Jeg har valgt å foreta en korrelasjonsanalyse av datamaterialet for å besvare problemstilling 2 i undersøkelsen. En korrelasjonsanalyse kan si noe om sammenhenger mellom to variabler. Er det en sammenheng, og i så fall hva slags sammenheng det er mellom strategibruk og ferdigheter i multiplikasjonstabellen, og ferdigheter i matematikk generelt?

Forut for undersøkelsen har jeg dannet meg en antakelse om at jeg vil finne en sammenheng mellom ferdigheter i den lille multiplikasjonstabellen og anvendelse av retrival strategi. Antakelsen om en slik sammenheng bygger på kunnskaper jeg har om egenskapene ved direkte retrival strategi; en strategi som gir rask tilgang til svaret. Elever som kjenner den lille multiplikasjonstabellen godt vil som regel ha svarene liggende lett tilgjengelig i et fleksibelt kunnskapslager. Tanken er da at disse elevene anvender retrival strategi ved å bygge på kunnskapene de har om den lille multiplikasjonstabellen. Kan det også være slik at de som mestrer den lille multiplikasjonstabellen, og anvender retrival strategi på multiplikasjonsoppgaver generelt sett skårer over gjennomsnittet på matematikkprøver?

I korrelasjonsanalysen vil jeg bruke Pearsons produkt-moment-koeffisient (*r*). En Pearsons produkt-moment-koeffisient angir hvorvidt en samvariasjon er positiv eller negativ (Lund & Christophersen, 1999). Koeffisient indeksen angir også hvor sterkt to variabler varierer sammen (korrelerer). Verdiene på korrelasjonskoeffisienten vil variere mellom 1 og -1, hvor høye tall indikerer sterk korrelasjon, enten positiv eller negativ (Brace, Kemp & Snelgar, 2003).

7.1 Korrelasjonsanalyse for deltakerne i 5. klasse

Tabell 4: Korrelasjoner mellom mål på fem strategivarianter, generelle ferdigheter i matematikk, lille multi og Raven.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1 Gjentatt	-							
2 Tallserie	.13	-						
3 Regel	-.05	-.24	-					
4 Dekomp	-.51**	-.25	-.19	-				
5 Retrival	-.50**	-.74**	.18	-.03	-			
6 M4	-.30	-.61**	.07	.18	.61**	-		
7 Lille multi	-.31	-.39*	.04	.04	.53**	.50**	-	
8 Raven	-.21	-.33	-.01	.30	.23	.33	.05	-

(N= 29), *p<.05, **p<.01

1,2,3,4 og 5 = strategivariantene. Dekomp.= dekomposisjons strategi. M4 = mål på generelle ferdigheter i matematikk for elevene i 5. klasse, lille multi= den lille multiplikasjonstabellen og Raven = Raven standard progressive matrisetest

Tabell 4 illustrerer korrelasjoner mellom variablene for de 29 deltakerne i 5. klasse. Korrelasjonene bygger på strategivariablene gjentatt, tallserie, regel, dekomposisjon og retrival, korrelert med variablene for M4, lille multi og Raven.

7.1.1 Hva korrelerer strategien tallserie signifikant med?

Strategien tallserie korrelerer negativt med alle variablene unntatt variabelen gjentatt strategi. I tabellen ser vi at tallserie korrelerer signifikant negativt med variablene retrival, M4 og lille multi. Signifikansnivået er på henholdsvis (p <.01) og (p < .05). Korrelasjonskoeffisientindeksene varierer fra r -,74 til r -, 39. Ut fra korrelasjonene kan det synes som at deltakerne som benyttet strategien tallserie fikk noe lavere resultat på M4 og at de løste færre oppgaver innen tidsfristen på den lille multiplikasjonstabellen. Deltakerne som hovedsakelig benyttet seg av tallseriestrategi ser heller ikke ut til å benytte retrival strategi i særlig omfang, derav negativ korrelasjon.

7.1.2 Hva korrelerer variabelen retrival strategi positivt signifikant med?

Korrelasjonsanalysen for den lille multiplikasjonstabellen og variabelen for retrival strategi viser en positiv, signifikant korrelasjon (p<.01), korrelasjonskoeffisient er på r.53. Korrelasjonen kan tyde på at de barna som anvender retrival strategi klarer å løse flere multiplikasjonsoppgaver når de løser oppgaver under tidspress sammenliknet med de som ikke benytter retrival strategi. Det kan se ut som om den samme tendensen er tilstede i korrelasjonen mellom M4 og retrival strategi. I tabell 4 fremgår det for de to variablene en positiv, signifikant korrelasjon (p<.01), korrelasjonskoeffisient = r.61. Korrelasjonen mellom M4 og retrival strategi, kan tyde på at det er en sammenheng mellom høy bruk av retrival strategi og gode, generelle ferdigheter i matematikk.

7.1.3 Hvordan ser korrelasjonen mellom M4 og lille multi ut?

Korrelasjonsanalysen i tabell 4 illustrerer at høy skåre på M4 kan sees i sammenheng med høy skåre på den lille multiplikasjonstabellen. Korrelasjonen mellom lille multiplikasjonstabell og M4 viser en positiv, signifikant korrelasjon (*p*<.01) med en korrelasjonskoeffisient lik *r*.50. Det kan synes som om det å mestre multiplikasjonstabellen kan ha positiv effekt på resultatet på prøver som etterspør generelle ferdigheter matematikk.

7.2 Korrelasjonsanalyse for deltakerne i 7. klasse

Tabell 5: Korrelasjoner mellom mål på fem strategivarianter, generelle ferdigheter i matematikk, lille multi og Raven.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1 Gjentatt	-							
2 Tallserie	.12	-						
3 Regel	.02	-.27	-					
4 Dekomp.	-06	-.21	.07	-				
5 Retrival	-.58**	-.29	-.14	-.68**	-			
6 M6	-.23	-.14	.31	-.35	.36	-		
7 Lille multi	-.26	-.36	.19	-.60**	.70**	.54**	-	
8 Raven	-.21	-.20	.17	-.05	.19	.57**	.10	-

(N= 28), **p*<.05, ***p*<.01

1,2,3,4 og 5 = strategivarianter. Dekomp= dekomposisjons strategi. M6 = mål på generelle ferdigheter i matematikk, lille multi= den lille multiplikasjonstabellen og Raven= Raven standard progressive matrisetest

Tabell 5 bygger på korrelasjoner mellom variablene målt i 7. klasse. I tabellen er det korrelasjonsverdier for strategiene gjentatt, tallserie, regel, dekomposisjon og retrival i tillegg til variablene for M6, lille multi og Raven.

7.2.1 Hva korrelerer dekomposisjonsstrategien signifikant med?

Tabellen viser at strategien dekomposisjon korrelerer signifikant negativt med variablene for retrival strategi og lille multi.
Korrelasjonen mellom dekomposisjon og retrival er negativ på signifikansnivå (p<.01). Korrelasjonskoeffisienten er r -.68. En negativ korrelasjon mellom dekomposisjon og retrival strategi kan ha sammenheng med at høy bruk av dekomposisjonsstrategi går på bekostning av anvendelsen av retrival strategi. Deltakere som hovedsakelig anvender dekomposisjon som løsningsstrategi ser ut til å bruke retrival strategi få eller ingen ganger. Dekomposisjonsstrategien korrelerer også negativt og signifikant med lille multi (den lille multiplikasjonstabellen). Korrelasjonen er statistisk signifikant (p<.01), med indeks på r-,60. Den negative korrelasjonen mellom dekomposisjonsstrategien og lille multi kan tyde på at det er en sammenheng mellom bruken av dekomposisjonsstrategien og antall løste multiplikasjonsoppgaver på fire minutter. Dekomposisjonsstrategien har jeg tidligere beskrevet som en ”resursskrevende” strategi gjennom at eleven må bruke flere utregningsledd for å komme frem til svaret, slik at utregningen tar lang tid. Korrelasjonen kan derfor tyde på at elever som anvender en slik strategi vil ha problemer med å løse mange multiplikasjonsoppgaver korrekt så lenge de må jobbe under tidspress.

7.2.2 Hva korrelerer variabelen for retrival strategi positivt signifikant med?

Retrival strategi korrelerer positivt signifikant med variabelen for lille multi. Signifikansnivået er (p<.01). Korrelasjonskoeffisienten er på r.70. Den positive korrelasjonen kan tyde på at det er en sammenheng mellom bruk av retrival strategi antall løste oppgaver på den lille multiplikasjonstabellen, målt på fire minutter. Retrival strategi åpner opp for en rask tilgang til svaret. Kort tidsbruk på testen lille multi gir flere poeng på den variabelen.

7.2.3 Hva korrelerer M6 positivt signifikant med?

Variabelen for M6 korrelerer positivt signifikant med variablene for den lille multiplikasjonstabellen og Raven. Signifikansnivået er (p<.01) og koeffisientene viser henholdsvis. r.54 og r.57.
Det kan se ut som om det er en sammenheng mellom hvor bra elevene mestrer den lille multiplikasjonstabellen og hvor godt de gjør det på en matematikkprøve som måler generelle ferdigheter i matematikk. Den positive korrelasjon mellom M6 og Raven kan tyde på at det er en sammenheng mellom generelle ferdigheter i matematikk og generelle kognitive evner.

7.3 Likheter og forskjeller mellom 5. og 7. klasse

Ett av forskningsspørsmålene mine handler om hvorvidt multiplikasjonsstrategier utvikler seg til gradvis økt bruk av retrival strategi parallelt med at elevene blir eldre. Ifølge den deskriptive analysen i kapittel 5 så det ut som at det var minimal økning i bruk av retrival strategi fra 5. til 7. klasse. Korrelasjonsanalysen anslo noe i retning av en utvikling fra enkle til mer avanserte back-up strategier, fra bruk av tallserie til bruk av dekomposisjonsstrategi. Det vi kan se i korrelasjonstabellene for begge klassetrinnene er at det ser ut til å være en sammenheng mellom bruk av back-up strategier og generelle ferdigheter i matematikk (M4 og M6). Korrelasjonen kan tyde på at det er en sammenheng mellom retrival og back-up strategi og spesifikke ferdigheter i multiplikasjon. Forskjellen mellom klassetrinnene ligger i hvilke back-up strategier det er som korrelerer negativt. I 5. klasse korrelerer back-up strategien tallserie negativt med lille multi og M-prøven, mens strategien dekomposisjon har negativ korrelasjon i 7. klasse.

Ifølge korrelasjonsanalysen på klassetrinnene ser det ut for at det er en sammenheng mellom hvilken multiplikasjonsstrategi elevene mestrer og hvordan de presterer generelt i matematikk. Særlig sterk er sammenhengen mellom oppnådde skåre på den lille multiplikasjonstabellen og valg av strategi. Det kan derfor synes som om elever som lærer seg å anvende retrival strategi når de skal multiplisere, vil profittere på det i form av mange korrekte svar på den lille multiplikasjonstabellen og gode generelle ferdigheter i matematikk.

Kapittel 8 Regresjonsanalyse

Regresjonsanalysen er med på å besvare den tredje og siste problemstillingen i undersøkelsen. Problemstilling 3 handler om hvorvidt retrival strategi kan forklare prestasjonene i regnearten multiplikasjon og matematikk generelt. En multippel regresjonsanalyse kan brukes til å predikere skåre på den avhengige variabelen ved hjelp av skårer på de uavhengige (Green & Salkind, 2005). Fordelen med en multippel regresjonsanalyse er at den kan si noe om forholdet mellom flere variabler. Med en multippel regresjonsanalyse kan jeg gjøre en statistisk analyse av sammenhengen mellom flere uavhengige variabler og en avhengig variabel (Kleven, 2002b). Multippel regresjonsanalyse er et egnet redskap for å analysere data fra ikke- eksperimentelle undersøkelser (Green & Salkind, 2005). Dataene i denne undersøkelsen er ikke-eksperimentelle. En multippel korrelasjonskoeffisient viser den samlede effekten av flere uavhengige variabler på en avhengig variabel.

Det som er interessant for denne undersøkelsen er å se hvor mye hver enkelt uavhengig variabel kan forklare den avhengige variabelen, eller hvordan variasjonen på en variabel kan predikere variasjonen på den andre. Jeg ønsker å se om og eventuelt i hvor stor grad bruken av retrival strategi kan predikere resultatet på den lille multiplikasjonstabellen, og elevenes ferdigheter i matematikk generelt, utover det ikke-verbal intelligens (Raven) kan.

Jeg har valgt å analysere tallmaterialet for de to klassetrinnene hver for seg. Resultatene for regresjonsanalysene vil bli presentert i samme tabell. Tabellen er delt inn i en kolonne for 5. og en kolonne for 7. klasse.

8.1 Retrival og Ravens betydning for den lille multiplikasjonstabellen

Jeg ønsker å undersøke om og eventuelt hvor mye retrival strategi og raven bidrar til antall løste oppgaver på den lille multiplikasjonstabellen.

Tabell 6: Hierarkisk multippel regresjonsanalyse av raven og retrival, lille multi er avhengig variabel.

		5. klasse	7. klasse
Steg	Variabel	ΔR^2	ΔR^2
1	Raven	.00	.01
2	Retrival	.29**	.49**

Merk. R^2 Total = .29 for 5. klasse; R^2 Total = .49 for 7. klasse; **p<.01; Raven= Raven standard progressive matriser; Retrival= retrival strategi; n = 29 for 5. klasse. n = 28 for 7. klasse.

I tabell 6 er Raven lagt inn først i regresjonslikningen. Som vi ser av tabellen er ikke Raven statistisk signifikant for verken 5. eller 7. klasse. Etter at den ikke-signifikante innflytelsen av Raven er tatt høyde for, forklarer retrival strategien signifikante 29 % og 49 % av variansen i multiplikasjonsferdighetene til elevene i henholdsvis 5. og 7. klasse. Det er ikke overraskende at bruk av retrival strategi er såpass betydningsfull for antall løste oppgaver på den lille multiplikasjonstabellen. Testen ”lille multi” er sårbar for tid, da deltakerne har begrenset med tid til rådighet når de skal løse multiplikasjonsoppgavene. Retrival strategi fungerer på en slik måte at brukeren henter svaret direkte fra et slags kunnskapslager, uten å gå omveier med å regne ut eller telle seg fram til svaret. På en test som lille multi er det positivt å kunne fremkalle svaret via retrival strategi, framfor å benytte seg av back-up liknende multiplikasjonsstrategier som eksempelvis gjentatt strategi. Størrelsen på forklart varians er forskjellig i 5. og 7. klasse.

8.2 Raven og retrival sin betydning for generelle ferdigheter i matematikk

Hvor stort bidrag har Raven og/eller retrival på elevenes generelle ferdigheter i matematikk?

Tabell 7: Hierarkisk multippel regresjonsanalyse av raven og retrival, M-prøven er avhengig variabel.

		5. klasse	7. klasse
Steg	Variabel	ΔR^2	ΔR^2
1	Raven	.11	.33**
2	Retrival	.31**	.08

Merk. R^2 Total = .42 for 5. klasse; R^2 Total = .41 for 7. klasse; **p<.01; Raven= Raven standard progressive matriser; Retrival= retrival strategi; n = 29 for 5. klasse. n = 28 for 7. klasse.

På samme måte som i tabell 6 er Raven lagt først inn i regresjonsanalysen. Analysen viser ulikt resultat i 5. og 7. klasse. Vi ser i tabell 7 at Raven ikke har noen signifikant betydning for resultatet på M-prøven for de yngste deltakerne. Derimot er Raven statistisk signifikant for deltakerne i syvende klasse. For disse elevene forklarer Raven 33 % av variansen i resultatet på M-prøven. For deltakerne i 5. klasse har ikke Raven samme signifikante betydning. Etter at Raven er kontrollert for ser vi at bruk av retrival strategi forklarer 31 % av variansen på M-prøven i 5. klasse og kun ikke-signifikante 8 % i 7. klasse.

8.3 Retrival strategi og ferdigheter på lille multi - deres betydning for generelle ferdigheter i matematikk

Tabell 8: Hierarkisk regresjonsanalyse av lille multi og retrival strategi, M-prøven er avhengig variabel.

		5. klasse	7. klasse
Steg	Variabel	ΔR^2	ΔR^2
1	Lille multi	.26**	.30**
2	Retrival	.17	.00
1	Retrival	.38**	.13
2	Lille multi	.04	.17*

Merk. R^2 total = .43 for 5. klasse; R^2 total = .30 for 7. klasse; *p<.05; **p<.01; , lille multi= den lille multiplikasjonstabellen; Retrival= retrival strategi; n = 29 for 5. klasse. n = 28 for 7. klasse.

I tabell 8 har jeg lagt inn to regresjonsanalyser. I begge analysene er M-prøven den avhengige variabelen. Det som er forskjellig i de to analysene er rekkefølgen for de uavhengige variablene. I den første regresjonsanalysen har jeg lagt inn lille multi først. Resultatet blir da statistisk signifikant for begge deltakergruppene. Tallene i den første analysen kan tyde på at den lille multiplikasjonstabellen forklarer 26 % av variasjonen på M-prøvens resultat for elevene i 5. klasse, og 30 % av variansen på M-prøven for elevene i 7. klasse. Etter at lille multi er kontrollert for ser vi at bruken av retrival strategi forklarer ikke-signifikante 17 % av variansen på M-prøven for de yngste elevene. Den ikke-signifikante variansen på 17 % er marginal sammenliknet med resultatet for 7. klasse, hvor retrival strategi forklarer ikke-signifikant 0 % av resultatet på M-prøven.

I den andre regresjonsanalysen er de uavhengige variablene lagt inn i motsatt rekkefølge, retrival strategi er lagt inn først. Vi kan se i tabellen at resultatet er ikke-signifikant for elevene i 7. klasse. Dette stemmer overens med den første analysen i tabell 8, der retrival strategi ikke hadde noen signifikant betydning for de eldstes resultat på M-prøven. For deltakerne i 5. klasse viser analysen motsatt resultat sammenliknet med når lille multi ble lagt inn først. Når retrival blir lagt inn først i regresjonsanalysen blir resultatet statistisk signifikant og retrival forklarer 38 % av variasjonen på M-prøven.

Etter at retrival er kontrollert for, ser vi at retrival strategi forklarer ikke-signifikante 4 % av variasjonen på M-prøven. Resultatet indikerer at for M-prøven er mestring av den lille multiplikasjonstabellen viktig for å oppnå godt resultat på M-prøven. På en matematikkprøve med oppgaver fra hele pensumområdet stilles det krav til flere ferdigheter enn bruk av retrival strategi. Det å kunne multiplikasjonstabellen kan bidra til å løse oppgaver innen divisjon og addisjon også, og er ikke nødvendigvis kun knyttet opp mot multiplikasjonsoppgaver. På den måten kan kunnskaper og ferdigheter i multiplikasjonstabellen åpne opp for stører fleksibilitet i bruk av løsningsmuligheter. I regresjonsanalysen i tabell fem var retrival strategi ikke er helt uten betydning for mestring av den lille multiplikasjonstabellen. Bruk av retrival strategi korrelerer med antall løste oppgaver på den lille multiplikasjonstabellen, og får indirekte en betydning for mestring av multiplikasjonstabellen så vel som multiplikasjonsoppgaver. .

Det som er overraskende med analysene i tabell 8 er resultatet for elevene i 5. klasse. Når lille multi blir lagt inn først i regresjonsanalysen kommer den ut som statistisk signifikant, det samme skjer når jeg bytter om på rekkefølgen og legger retrival inn først i analysen. For 7. klasse er resultat mellom analysene mer sammenfallende i tabell 7 og 8. Der forklarer lille multi variansen på M-prøven i begge analysene.

Kapittel 9 Drøfting

I denne delen av oppgaven skal jeg drøfte funn fra undersøkelsen i lys av teori. Funnene er presentert i kapittel 6,7 og 8. Jeg vil ta utgangspunkt i de tre forskningsspørsmålene mine og drøfte funnene opp mot teori.

Forut for denne undersøkelsen var jeg opptatt av sammenhengen mellom skolelevers strategibruk og resultater i matematikk. Med bakgrunn i det jeg fra før kjente til om strategibruk i addisjon og subtraksjon, ønsket jeg å undersøke grunnskoleelevers strategibruk i multiplikasjon. Mine antagelser gikk i retning av at høy bruk av retrival strategi ville korrelere positivt med høy mestring av den lille multiplikasjonstabellen, og i tillegg korrelere med gode resultater i matematikkfaget generelt.

9.1 Hvilke strategier anvender skoleelevene når de skal løse ensifrede multiplikasjonsstykker? Er det store forskjeller i strategibruken fra 5. til 7. klasse?

Deltakernes strategibruk ble målt med utgangspunkt i strategiene de anvendte på 12 ensifrede multiplikasjonsoppgaver (av tall mellom null og ni). Ett av målene med å kartlegge strategier i bruk var å se om elevenes strategibruk utvikler seg i retning av økt bruk av retrival strategi. Lemaire og Siegler (1995) har beskrevet hvordan bruken av retrival strategi i multiplikasjon øker etter hvert som elevene blir eldre og flinkere i multiplikasjon. Ville jeg finne den samme tendensen blant deltakerne i denne undersøkelsen?

Ut fra tallene i den deskriptive analysen (tabell 2 og 3) var det tilsynelatende ingen klar økning i anvendelsen av retrival strategi, slik det er beskrevet hos blant annet Lemaire og Siegler (1995). Riktignok illustrerte gjennomsnittstallene fra

den deskriptive analysen at flertallet elevene mestret de fleste av oppgavene så godt at svarene kunne framhentes ved hjelp av retrival strategi. Men gjennomsnittsverdiene fikk det til å se ut som om deltakerne på begge klassetrinn stort sett anvendte de samme strategiene, slik at det ikke var noen økning i bruken av retrival strategi fra de yngste til de eldste elevene.
Eksisterte det ingen økning i bruken av retrival strategi fra 5. til 7. klasse? Hadde strategiutviklingen hos de eldste elevene stoppet opp?

Den tilsynelatende minimale økningen i bruk av retrival strategi overrasket meg noe. For å få et mer detaljert bilde av strategibruken måtte jeg se på histogrammene, figur 1 og 5.

9.1.1 Strategianvendelsen i 5. klasse

Histogrammene i kapittel 4 illustrerer hvordan de to deltakergruppenes strategibruk ser ut. For deltakerne i 5. klasse passet kurven for retrival strategi med normalfordelingskurven til Gauss (figur 1, kap. 4). To elevgrupper befant seg på hvert sitt ytterpunkt i kurven, enten fordi de brukte retrival strategi på alle oppgavene, eller fordi de knapt brukte strategien. Til høyre i kurven i figur 1 var det tendens til en opphopning av skårer. Det hang sammen med at flertallet av oppgavene ble løst ved hjelp av retrival strategi. Funnene kan tyde på at bruken av retrival strategi ikke har stabilisert seg helt blant alle elevene i 5. klasse. En liten gruppe bestående av fire elever skilte fra resten seg ved at de viste gode multiplikasjonsferdigheter. Analysene viste at flertallet av oppgavene ble løst ved hjelp av retrival strategi, mens strategibruken for øvrig bar preg av at elevene vekslet mellom back-up og retrival. Funnene på strategibruken i 5. klasse synes å stemme overens med strategikartleggingen fra MUM-prosjektet (Ostad, 2004). Der fant forskeren ut at det ikke var uvanlig at elevene vekslet mellom å bruke back-up og retrival strategi, avhengig oppgavenes vanskegrad. Elever som vanligvis holdt seg til retrival strategi måtte innimellom ty til back-up strategier der oppgavene ble for vanskelig.

Funn fra strategikartleggingen i 5. klasse kan tyde på at multiplikasjonsferdighetene deres var på veg, eller i utvikling til å retrivere svaret direkte fra et kunnskapslager.

9.1.2 Hva fant jeg om strategibruken til deltakerne i 7. klasse?

I 7. klasse ble retrival strategi anvendt på gjennomsnittlig åtte av 12 oppgaver. Et flertall av deltakerne tok i bruk retrival strategi på flertallet av oppgavene. Det som gjorde funnene i 7. klasse interessante var at elevene så ut til å enten *mestre* eller *ikke mestre* strategivarianten retrival strategi. To av deltakerne i 7. klasse anvendte retrival strategi på 2 eller færre oppgaver. De elevene som ikke mestret retrival strategi måtte ta i bruk back-up strategier for å finne svaret på multiplikasjonsoppgavene. Det er betenkelig at elever som nesten er ferdig med barneskolen ikke mestrer retrival strategi på flere enn to av 12 ensifrede multiplikasjonsoppgaver. Mangelen på bruk av retrival strategi kan tyde på at strategiutviklingen deres har stagnert, de har vansker med regnearten multiplikasjon. I følge Lemaire og Siegler (1995) bør bruken av retrival strategi øke i takt med at multiplikasjonsferdighetene blir bedre. For elever hvor bruken av retrival strategi ikke øker, er det nærliggende å tenke at multiplikasjonsferdighetene er svært svake og dårlig utviklet.
Den faktiske bruken av retrival strategi i 7. klasse fant jeg ved å se på figur 5, kap. 6. Det var åtte deltakere som benyttet retrival strategi som eneste løsningsstrategi. Sammenliknet med funn i 5. klasse var det dobbelt så mange elever i 7. klasse som mestret retrival strategi som eneste løsningsstrategi. Slik sett kan analysene mine tyde på at det er en økning i bruken av retrival strategi etter hvert som elevene blir eldre. Funnene synes å stemme overens med tidligere

strategiundersøkelser hvor forskerne har sett en økning i bruk av retrival strategi etter hvert som barna lærer mer multiplikasjon (Lemaire & Siegler 1995). Også Ostad (1999) og Geary (2003) fant tilsvarende økning i bruken av retrival strategi i løpet av årene elevene var i skolen. Det må presiseres at økningen Ostad (1999) og Geary (2003) beskriver primært sees blant elever som følger en normal matematikkfaglig utvikling.

9.1.3 Hvilke strategier ble brukt istedenfor retrival strategi?

I funnene fra strategikartleggingen så det ut som om deltakerne tilsynelatende enten mestret retrival strategi eller ikke. Spesielt kom dette frem i den deskriptive analysen for 7. klasse (se kap. 4 for mer detaljer). Hvilke back-up strategier erstattet retrival strategi?

I 7. klasse var det strategien dekomposisjon som erstattet retrival strategi, mens back-up strategiene gjentatt og tallserie utgjorde erstatningen for retrival strategi i 5. klasse. Noen av elevene benyttet tallseriestrategien på hele 9 av 12 oppgaver! En så høy og ensidig bruk av en back-up strategi kan henge sammen med dårlig utviklete strategikunnskaper.

Måten de to klassetrinnene anvender forskjellige back-up strategier på kan forståes på flere måter. I følge Ostad (1999) utvikler back-up strategiene seg fra enkle telle-alt strategivarianter, til mer avanserte telle-videre varianter. Back-up strategier i bruk i denne undersøkelsen synes å gjennomgå tilsvarende kvalitative utvikling. Back-up strategiene så ut til å endre seg fra en ”primitiv” tallserie strategi, til en mer avansert dekomposisjon back-up strategi.
For meg var det ikke uventet at de eldste deltakerne benyttet seg av strategien dekomposisjon i større utstrekning sammenliknet med de yngste deltakerne. Dekomposisjonsstrategi er en strategi som fungerer ved at eleven tar

utgangspunkt i et kjent stykke og regner videre fra det. Generelt sett har elever i 7. klasse mer erfaring med multiplikasjonstabellen i og med at de har 2 års lengre skolegang. Større erfaring med multiplikasjonsoppgaver kan ha bidratt til at noen av 7. klassingene har opparbeidet seg et ”lager” av svar på multiplikasjonsoppgaver. Disse erfaringene er lagret i LTM. Kunnskapene i LTM kan ved hjelp av dekomposisjonsstrategien framhentes som delsvar eleven regner seg videre fra.

I LTM ligger svar lagret som en enhet som kan hentes fram ved behov. Både retrival og dekomposisjonsstrategien bygger på kunnskaper er overlært (lært utenat). LTM utgjør en viktig del av minnefunksjonen i arbeidsminnet. Jeg beskrev Baddeleys arbeidsminnemodell i teorikapittelet. LTM fungerer som et slags lager hvor den sentrale styringsenheten henter informasjon fra. Den sentrale styringsenheten styrer elevens oppmerksomhet mot valg av strategi og løsningsmetode. Strategiene retrival og dekomposisjon støtter seg mest til bruken av LTM (Geary 2004). For at elevene skal kunne støtte seg til kunnskaper i LTM trenger eleven erfaring med den typen oppgaver de skal løse. Jeg tenker meg at økt erfaring med faget er med på å forklare funnene om strategibruken i undersøkelsen.

9.1.4 Mangelfull strategiforståelse?

Enkelte av deltakerne i 5. og 7. klasse så ut til å ha store vansker med å bruke retrival strategi når de skulle multiplisere. Kan det henge sammen med manglende erfaring og forståelse for matematikkstrategier og/eller regnearten multiplikasjon?

Underveis i strategikartleggingen var det noen elever som uttrykte at det var uvant for dem å skulle tenke eller si høyt hvordan de kom fram til svaret. Det var som om de ikke var bevisst på eller manglet erfaring i å styre egen løsningsprosess. Noen av disse elevene fremkalte svar direkte fra et kunnskapslager, mens andre igjen virket usikker og brukte lengre tid på å finne svarene. Noen av elevene hadde problemer med å finne svaret når de ikke kunne svaret utenat. De så ut til å mangle en strategi for å multiplisere. Enten kunne de retrival strategi, eller så klarte de ikke å finne svaret. Måten noen elever prøvde seg frem på for å finne svaret sa meg noe om at de var usikre på den videre løsningsprosedyren. Særlig syntes usikkerheten fremtredende når det gjaldt strategiene dekomposisjon og gjentatt addisjon. Der så vanskene ut til å dreise seg om problemer med minnespenn, å huske hvor langt de skulle telle, hvor de skulle telle fra og avslutte tellingen osv.

Beskrivelsene jeg nettopp har gitt om deltakernes strategibruk bygger på observasjoner gjort i forbindelse med den individuelle kartleggingen av elevenes strategibruk. Jeg har ikke hatt som mål å gjøre en kvalitetsstudie av deltakernes strategier. Men observasjoner fra den individuelle strategikartleggingen sier noe om hvordan enkelte elever synets å slite med å finne svar på multiplikasjonsoppgavene. Noen hadde vansker med å telle, andre så ut til å ha vansker med selve fremgangsmåten, såkalte prosedurale vansker.

Ashcraft (1992) har beskrevet hvordan kunnskaper utvikles gjennom nettverksmodell. Det handler om at kunnskaper utvikles gjennom assosiasjoner basert på erfaring med spørsmål og svar. For å få rask tilgang til løsninger på multiplikasjonsoppgaver er det viktig at elevene bygger seg opp et lager av spørsmål og svar. De trenger mye erfaring med å løse oppgaver for å bygge opp et lager av spørsmål og svar. Jeg anser det også som viktig at lagrene består av assosiasjoner av riktige svar. For å sjekke om svarene er riktige kan det være greit at elevene forstår utregningsprosedyren i multiplikasjon. Prosedyrekunnskaper handler om fremgangsmåter. Jeg har allerede nevnt hvordan flere elever viste usikkerhet i løsningsprosessen når de ikke umiddelbart kunne fremkalle svaret automatisk. Med en sikrere kunnskap om prosedyren i multiplikasjon kunne disse

elevene lettere anvendt back-up strategier der svaret ikke var tilgjengelig som retrival strategi. Elever som ikke mestrer en annen strategi enn retrival kan vanskelig sjekke ut eller kontrollregne om svaret er riktig eller galt.
Sett i lys av Ashcraft (1992) sine beskrivelser av nettverksmodellen kan det tenkes at deltakerne i undersøkelsen, som ikke klarte å finne riktig svare på multiplikasjonsoppgaven hadde lagret galt svar til oppgaven. Det er ikke utenkelig at enkelte av deltakernes mangelfulle multiplikasjonskunnskaper handlet om dårlig kontakt mellom nettverkene

Vansker med å finne svar på multiplikasjonsstykkene kan også forståes i sammenheng med hvordan kunnskapene er lagret i hukommelsen, langtidsminnet. Vansker med å følge multiplikasjonsprosedyren kan forklares som svak fungering eller kontroll på sentrale områder i arbeidsminnet, jamfør Baddeleys modell (Matlin, 2005). Det kan tenkes at de elevene som hadde problemer med telle-prosessene i back-up strategiene hadde begrenset evne til å holde på informasjon i den sentrale styringsenheten, eller vansker med den fonologiske sløyfen. Vansker på dette området gjør seg gjeldende for eksempel ved bruk av strategiene dekomposisjon og gjentatt addisjon. Jeg erfarte at det var elever som fant riktig delsvar men som ikke klarte å "holde tråden" i utregningsprosessen når de skulle regne videre fra delsvaret. For å klare å finne riktig svar var de gjerne avhengig av å bruke et kladdeark. Gjennom å skrive ned tallene de skulle addere videre fikk elevene også et visuelt støttepunkt som hjalp dem videre i utregningsprosessen. Kunnskapene deres var kanskje lagret på en uhensiktmessig eller lite fleksibel måte, slik at løsningsmåten ble preget av strategirigiditet.
Mange forhold påvirker elevers ferdighet i fag som matematikk. I undersøkelsen har jeg beskrevet og sammenliknet strategibruken hos noen få elever i 5. og 7. klasse. Funnene fra strategikartleggingen viser at strategibruken varierer både mellom elever på samme klassetrinn, og på tvers av klassetrinnene.

For en senere undersøkelse kan det være spennende å gjøre en mer kvalitativ studie av strategianvendelsen.

9.2 Hvordan var forholdet mellom strategier i bruk og generelle ferdigheter i matematikk? Var det en sammenheng mellom strategier i bruk og mestring av den lille multiplikasjonstabellen?

Gjennom korrelasjonsanalyser av datamatrisene mine kunne jeg si noe om sammenhenger. Analysene viste en signifikant sammenheng mellom retrival strategi og mål på generelle ferdigheter i matematikk, og retrival strategi og ferdigheter i den lille multiplikasjonstabellen. Funnene peker i retning av en sterk sammenheng mellom bruk av retrival strategi og generelle ferdigheter i matematikk, og bruk av retrival strategi og ferdigheter på den lille multiplikasjonstabellen. Retrival strategi korrelerte signifikant positivt med M-prøven. Deltakerne som hovedsakelig anvendte retrival strategi fremstod generelt som flinke i matematikk. Matematikkfaget består ikke bare av multiplikasjonsoppgaver, men ferdigheter i multiplikasjonstabellen kan bidra til å løse oppgaver hvor multiplikasjon er en del av løsningsprosedyren. I tillegg kan det tenkes at elever som mestrer multiplikasjonstabellen godt får god tid til å løse flere oppgaver på en matematikkprøve. Høy grad av automatisert multiplikasjonsferdighet kan bidra til å frigjøre elevenes oppmerksomhet slik at de kan fokusere på flere oppgaver og på andre sider ved en oppgave. På den måten får de løst mange oppgaver og oppnår både flere poeng og bedre resultat på prøven.

Korrelasjonsanalysene synliggjorde at høy bruk av back-up strategi kan ha en sammenheng med dårlig resultat i matematikk generelt og dårlige ferdigheter i den lille multiplikasjonstabellen. Det siste må betraktes gjennom at ferdigheter som måles på testen lille multi i tillegg er sårbar for tidsbruk. Mine antagelser om at gode ferdigheter på testen lille multi kan henge sammen med høy bruk av retrival strategi, syntes å stemme bra med funnene i undersøkelsen. Korrelasjonene viste at deltakerne som hovedsakelig anvendte ulike back-up strategier jevnt over presterte dårligere sammenliknet med brukerne av retrival strategi.

9.3 Hva bidrar til generelle ferdigheter i matematikk og mestring av den lille multiplikasjonstabellen? Kan intelligens eller strategivalg være med å predikere ferdighet og resultat i matematikk?

Med det siste forskningsspørsmålet ønsket jeg å finne ut om retrival strategi kan anvendes som prediksjonsfaktor i forhold til generelle matematikkferdigheter og multiplikasjonsferdigheter.

9.3.1 Retrival strategis prediksjonskraft

I den første regresjonsanalysen (tabell 6) fant jeg at bruken av retrival strategi synes å predikere antall løste oppgaver på testen lille multi. Analysen sier noe om at elever som hovedsakelig anvender retrival strategi løser mange multiplikasjonsoppgaver. Jeg fant tilsvarende resultater gjennom korrelasjonsanalyser (pkt 7.1.2). Det som var nytt i regresjonsanalysen i forhold til korrelasjonsanalysen var at jeg kunne kontrollere for Raven samtidig. Bruken av retrival strategi som løsningsstrategi synes å ha større prediksjonskraft på elevenes multiplikasjonsferdigheter enn generell intelligens (Raven).
Det at analysene viser en sammenheng mellom bruk av retrival strategi og multiplikasjonsferdigheter er i seg selv ikke så oppsiktsvekkende. Retrival strategi kan karakteriseres som den mest avanserte strategien fordi den innebærer en slags overlæring av gitte oppgaver. Analysen viser en klar, signifikant sammenheng mellom det å ha mange spørsmål-svar assosiasjoner lett tilgjengelig og det å løse mange multiplikasjonsoppgaver på kort tid. I analysen kom klart fram at de av deltakerne som hadde øvd mye på å lære seg

multiplikasjonstabellen utenat, og som hadde riktige svar lagret til den enkelte multiplikasjonsoppgave, profiterte på dette når de skulle løse oppgaver fra den lille multiplikasjonstabellen. Det å kunne løse mange oppgaver på kort tid ble satt på prøve i testen lille multi. Tidsfaktoren i testen lille multi brukes i mange undersøkelser som mål på reaksjonstid, eller grad av automatisering. I denne undersøkelsen har det ikke vært rettet et spesielt fokus på hurtighet omkring denne testen. Jeg benyttet testen for å få et mål på deltakernes multiplikasjonsferdigheter. Hurtig fremhenting av riktig svar frigjorde tid til å løse mange stykker i løpet av tiden som var til rådighet. Regresjonsanalysen bekreftet dette ved å illustrere at retrival strategi synes å ha en prediksjonskraft på antall løste multiplikasjonsoppgaver, slik testen lille multi måler.

9.3.2 Hva så ut til å predikere generelle ferdigheter i matematikk best, Raven eller retrival strategi?

I denne regresjonsanalysen ble resultatet forskjellig på de to klassetrinnene. Intelligens så ut til å ha en større betydning for generelle ferdigheter i matematikk i 7. klasse, mens retrival strategi kom ut som mest betydningsfull for de yngste deltakernes generelle matematikkferdigheter. Hva kan ligge bak denne forskjellen?

Det kan for eksempel handle om at pensum og krav er forskjellig oppover i klassene på barneskolen. Matematikk er et fag som er bygd opp etter et hierarkisk prisnipp, og hvert emne forutsettes kjent og forstått før neste emne gjennomgåes. Pensum bygges opp slik at vanskene gradvis økes. For eksempel kan det tenkes at pensum for 5. klasse matematikkunnskaper preges av at eleven støtter seg til prosedyremessige kunnskaper. Det handler om å støtte seg til faste oppsett og regler for oppgaveløsning. ”Kravene” til selvstendig resonnering er kanskje ikke det som blir mest vektlagt i undervisningen. Jeg har satt ”krav” i anførselstegn for å illustrere at det i denne sammenheng handler om oppgaver som er tilpasset pensum for en gjennomsnittlig 5. klassing. Dess yngre barn er dess mer synes de å støtte seg til utregningsprosedyrer med faste oppstillingsmåter og faste oppsett på regneoppgavene. Matematikkoppgavene utfordrer ikke i stor skala elevene til å generalisere eller abstrahere kunnskapene sine fra en regneart til en annen. I teorikapittelet nevnte jeg Piaget i forbindelse med bearbeiding av kunnskap. I Piagets teorier om intelligens karakteriseres barns intellektuelle utvikling som en progresjon fra det konkrete til det abstrakte (Carpenter m. fl., 1990). Yngre barn er på generell basis ikke så gode til å overføre kunnskaper fra et området i matematikk til et annet. Raven utgjør blant annet et mål på evnen til å løse nye oppgaver på bakgrunn av hvordan tidligere oppgaver ble løst. Løsningsprosessen i Raven kan sies å være avhengig av evnen til å holde flere problemløsningsstrategier i arbeidsminnet (Carpenter m. fl., 1990). I følge blant annet utviklingsteoriene til Piaget øker evnen til å abstrahere og overføre kunnskap med alderen. Det er derfor ikke utenkelig at variabelen Raven synes å fungere som prediksjonsfaktor på generelle ferdigheter i matematikk jo eldre elevene blir.

Raven som mål for intelligens er en test som utfordrer kandidatens evne til å resonnere og konstruere representasjoner av hvordan oppgavene skal løses ut fra hvordan de første, mer enkle oppgavene løses. Jeg vet ikke om krav som stilles til elever i 7. klasse i større grad tilsvarer egenskapene Raven Standard progressive matrisetest etterspør. Jeg ser for meg at løsningsprosessen er vel så viktig som selve svaret i forbindelse med oppgaveløsning jo eldre barna blir. I takt med at eleven blir eldre synes kravet om at de i større grad skal kunne resonnere abstrakt og selvstendig å øke. Det forutsetter at eleven kan konstruere eller se for seg løsninger basert på tidligere erfaringer med liknende oppgaver. I Raven standard progressive matrisetest utfordres barna blant annet gjennom at oppgavene blir gradvis vanskeligere, samtidig som det skal gå an å se et mønster fra hvordan de første, enkle oppgavene løses til de vanskeligste. De skolefaglige kravene utvikler seg i en progredierende retning opp gjennom barne- og ungdomskolen.

Matematikkferdigheter knyttes i mange sammenhenger opp mot intelligens. Gode ferdigheter i matematikk handler i stor grad om evnen til å angripe en oppgave fra flere sider, og gjenspeiler slik noe av det man ved intelligenstester ønsker å måle. Med intelligenstester måler man blant annet evnen til å se eller angripe en oppgave eller problemstilling fra flere sider. I matematikk gjenspeiles dette kravet ved oppgaver som eksempelvis likning og algebra. Der skal elevene anvende kjente regnearter, men bytte ut tall med bokstaver osv. En økende bruk av tekstoppgaver utfordrer blant annet elevenes ferdigheter i å skille vesentlig fra uvesentlig informasjon. Oppover i klassene skal elevene helst mestre å veksle mellom de fire hoved-regneartene (addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon). Oppgaver i matematikk kan være utformet på en slik måte at barna på selvstendig grunnlag skal komme frem til hvilken løsningsmetode som er den mest hensiktmessig. Det er ikke nok å ”bare” mestre et fast oppstillingsmønstre eller utregningsprosedyre. Elevene må kunne generalisere kunnskap fra en utregningsprosedyre til en annen.

9.3.3 Hva synes å ha størst prediksjonskraft på generelle ferdigheter i matematikk; ferdigheter i den lille multiplikasjonstabellen eller bruken av retrival strategi?

I den siste regresjonsanalysen ville jeg se hva som hadde størst prediksjonskraft på generelle ferdigheter i matematikk av strategibruk og mestring av den lille multiplikasjonstabellen. Analysen blir gjennomført to ganger med M-prøven som avhengig variabel. Forskjellen på de to analysene var at jeg byttet plass på de uavhengige variablene fordi jeg ville kontrollere om resultatet ble likt begge gangene.

I 7. klasse ble det tydelig gjennom begge analysene at det var mestring av multiplikasjonstabellen som best predikerte generelle ferdigheter i matematikk. På en matematikkprøve med oppgaver fra hele pensumområdet (M-prøven) stilles det krav til flere ferdigheter enn bruk av retrival strategi. Ferdigheter i multiplikasjonstabellen kan åpne opp for større fleksibilitet i oppgaveløsningsmuligheter. Divisjon bygger på addisjon og multiplikasjon, og jo bedre eleven kjenner multiplikasjonstabellen, jo enklere er det å løse divisjonsoppgaver. For deltakerne i 7. klasse var det en klar sammenheng mellom mestring av multiplikasjonstabellen og generelle ferdigheter i matematikk.

For deltakerne i 5. klasse fant jeg ikke samme klare prediksjonsfaktor. Der viste de to analysene motsatt resultat når jeg byttet plass på de uavhengige variablene. Avhengig av når i regresjonsanalysen de to uavhengige variablene retrival og lille multi ble lagt inn, så de ut til å predikere generelle ferdigheter i matematikk hver sin gang.

Retrival strategi og mestring av den lille multiplikasjonstabellen er vel nesten to sider av sammen sak. Det handler om å lære seg multiplikasjonsoppgaver utenat, og det handler om rask tilgang til et svar. Retrival strategi er en løsningsprosedyre som gir rask tilgang til et svar, men strategien trenger ikke nødvendigvis føre til riktig svar. Eksempelvis beskriver Geary (2004) hvordan enkelte barn lagrer gale svar til multiplikasjonsoppgaver. En måte å forstå funnene i den siste regresjonsanalysen kan ligge i elevenes erfaring og mestring av regnearten multiplikasjon. Elevene i 7. klasse har jobbet med multiplikasjon og faget matematikk gjennomsnittlig to år lenger sammenliknet med de i 5. klasse. I den individuelle strategikartleggingen fant jeg at flertallet av elevene i 7. klasse løste flertallet av multiplikasjonsoppgavene gjennom å anvende retrival strategi. Det kan forståes som at de eldste har flere riktige spørsmål-svar assosiasjoner på multiplikasjonsoppgaver sammenliknet med elevene i 5. klasse. På den måten kan det tenkes at de har overlært så mange oppgaver fra multiplikasjonstabellen at det er tabellen i seg selv som er viktigst, ikke strategien de anvender for å komme fram til svaret. Kan det handle om at elevene i 7. klasse i større grad har frigjort seg fra strategiavhengighet? De høster frukter av å ha pugget og lært seg den lillemultiplikasjonstabellen utenat. De yngste deltakerne har ikke samme erfaring med multiplikasjonstabellen. Multiplikasjonskunnskapene deres har ikke helt festet seg. Det kan derfor synes som om både strategi og mestring av multiplikasjonstabellen har tilnærmet samme prediksjonskraft i 5. klasse når det gjelder generelle ferdigheter i matematikk. Elevene i 5. klasse har ikke utviklet en løsningsmetode som dominerer over den andre, og for utgjør mestring av den lille multiplikasjonstabellen eller anvendelse av retrival strategi nesten like stor betydning.

Kapittel 10 Oppsummering

En multiplikasjonsstrategi handler om en metode eller løsningsprosedyre for å besvare en multiplikasjonsoppgave. Jeg har i denne undersøkelsen forsøkt å se på strategibruken hos et utvalg elever fra to klassetrinn på en barneskole. Elevene har løst ensifrede multiplikasjonsoppgaver med og uten tidsbegrensninger. Hensikten med å kartlegge elevenes strategibruk har vært å se om strategianvendelsen endrer seg over tid, etter hvert som elevene blir eldre. I tillegg har det vært interessant å se om det eksisterer en sammenheng mellom strategibruk og ferdigheter i den lille multiplikasjonstabellen og/eller med generelle ferdigheter i matematikk.

I kartleggingen av strategibruk fant jeg at flertallet av deltakerne vekslet mellom back-up og retrival som løsningsstrategi på ensifrede multiplikasjonsoppgaver. Selv om mange av elevene skiftet strategi fra oppgave til oppgave ble flertallet av oppgavene løst ved hjelp av retrival strategi. Det betyr at mange av elevene kunne flere multiplikasjonsstykker utenat, selv om de innimellom var nødt til å ty til back-up strategi. Det var dobbelt så mange elever i 7. klasse som anvendte retrival strategi som eneste løsningsstrategi sammenliknet med deltakerne i 5. klasse. Et slikt funn stemmer bra med tidligere undersøkelser om strategibruk i addisjon og subtraksjon (Siegler & Jenkins, 1989; Ashcraft, 1992; Ostad, 1999), der forfatterne har funnet at bruken av retrival strategi synes å øke jo eldre elevene blir.
I denne undersøkelsen oppdaget jeg noe interessant i forbindelse med elevenes bruk av back-up strategi. Elevene i 5. klasse anvendte hovedsakelig back-up strategier som gjentatt og tallserie, to ganske primitive og ressurskrevende strategier. I 7. klasse så det ut til at den mer kompliserte strategien dekomposisjon ble mest brukt av back-up strategiene. Tilsvarende funn om back-up strategier

gjorde Ostad i MUM-prosjektet (1999), hvor man så at også back-up strategiene gjennomgikk en utvikling fra de enkle til mer avanserte.

Retrival strategi har en signifikant sammenheng med mestring av den lille multiplikasjonstabellen og generelle ferdigheter i matematikk. Funn i undersøkelsen kan tyde på at elever som automatiserer flest mulig multiplikasjonsoppgaver kan profittere på ferdighetene sine gjennom at de oppnår bedre resultat i matematikk generelt, og at de rakst finner svar på multiplikasjonsoppgaver.

Intelligens betydning for generelle ferdigheter i matematikk varierte noe fra 5. til 7. klasse. I regresjonsanalysen av den lille multiplikasjonstabellen fant jeg ingen signifikant sammenheng mellom intelligens og mestring av den multiplikasjonsoppgaver. Derimot hadde retrival strategi en signifikant betydning for ferdigheter i multiplikasjon.
Intelligens så ut til å ha forskjellig betydning for 5. og 7. klasse i forhold til generelle ferdigheter i matematikk. I 7. klasse viste regresjonsanalysen at intelligens så ut til å ha en signifikant betydning i forhold generelle ferdigheter i matematikk, mens funn i 5. klasse viste at retrival strategi kom ut med størst betydning for utfallet på den samme variabelen. Undersøkelsen min tyder helt klart på at intelligens først synes å spille en signifikant rolle overfor matematikkprestasjoner når elevene blir litt eldre. I denne undersøkelsen tyder funnene på at yngre elever synes å være mer avhengig av spesifikke ferdigheter i selve faget (multiplikasjonsferdigheter, strategibruk), fremfor mer overordna områder som intelligens.

Med bakgrunn i funnene i denne undersøkelsen tenker jeg at det er relevant å rette søkelyset på strategiopplæring i faget matematikk. Tilbakemeldinger fra barna underveis i testingen sa meg noe om at flertallet ikke var vant til å reflektere over egen løsningsmetode. Analysene mine antyder noe om hva som kan tenkes å være avgjørende for generelle ferdigheter i matematikk, spesielt for litt yngre elever. Det å gi elevene kunnskaper om strategibruk, gjøre dem bevisst omkring egne løsningsmetoder kan kanskje bidra til at flere elever mestrer faget. Elevene bør få lære seg hva som ligger bak utregningsprosedyrene, og derigjennom lære seg å anvende slik kunnskap for bedre å løse matematikkoppgaver av ulike slag. Blant forfattere jeg har lest synes det å være rimelig stor enighet i at enkelte matematikkløsningsstrategier fungerer bedre enn andre. Det at noen strategier er bedre enn andre kan eksempelvis handle om strategier som bidrar til kortere responstid mellom spørsmål og svar. En annen måte å betrakte gode strategier på er at de er resursbesparende i forhold til hva som kreves av kognitiv kapasitet. Det er forsket på strategibruk i tilknytning til elever med og uten matematikkvansker, hvor det kommer fram at strategibruken er forskjellig (Ostad, 1999; Geary, 2003).

Det å jobbe bevisst og hjelpe barn med å bygge seg opp et rikt og tilgjengelig lager av oppgave-svar assosiasjoner har blant annet Ashcraft (1992) vist til som betydningsfullt. Jeg fant i mine analyser ut at tilgang til svar gjennom retrival strategi kan ha en sammenheng med generelle ferdigheter i matematikk. For å hjelpe elevene med å utvide strategiferdighetene sine trenger de å lære at det finnes flere strategivarianter. Jeg fant i undersøkelsen en tendens til at back-up strategiene beveger seg i retning av økt bruk av mer avanserte back-up strategier. Elever som synes å stagnere i faget trenger å lære seg å ta i bruk nye, mer effektive strategier. For at læreren skal kunne bygge videre på elevens strategikunnskap er det viktig at også læreren kjenner til de forskjellige variantene. Gjennom å kartlegge elevens aktuelle strategibruk er det mulig å si noe om hvor i strategiutviklingen eleven befinner seg. Med utgangspunkt i det kan læreren bygge videre og utvide elevens strategirepertoar.

Figurliste

Figur 1: Fordeling av deltakernes bruk av retrival strategi ved multiplikasjon............... 60
Figur 2: Samlet poeng på M4 61
Figur 3: Antall korrekt løste ensifrede multiplikasjonsoppgaver 62
Figur 4: Skåre på Raven standard progressive matrisetest 63
Figur 5: Fordeling av deltakernes bruk av retrival strategi... 65
Figur 6: Samlet poeng på M6 66
Figur 7: Antall korrekt løste ensifrede multiplikasjonsoppgaver 67
Figur 8: Skåre på Raven standard progressive matrisetest 68

Tabelliste

Tabell 1: Multiplikasjonsstrategier 26
Tabell 2: Deskriptive data med antall, minimum (Min.)- og maksimumskåre (Maks.), gjennomsnitt (M) og standardavvik (SD) målt i 5. klasse (10-11 år). 58
Tabell 3: Deskriptive data med antall, minimum- (Min.) og maksimumskåre (Maks.), gjennomsnitt (M) og standardavvik (SD) for variablene målt i 7. klasse, (12-13 år)...... 64
Tabell 4: Korrelasjoner mellom mål på fem strategivarianter, generelle ferdigheter i matematikk, lille multi og Raven. 75
Tabell 5: Korrelasjoner mellom mål på fem strategivarianter, generelle ferdigheter i matematikk, lille multi og Raven. 77
Tabell 6: Hierarkisk multippel regresjonsanalyse av raven og retrival, lille multi er avhengig variabel. 82
Tabell 7: Hierarkisk multippel regresjonsanalyse av raven og retrival, M-prøven er avhengig variabel. 83
Tabell 8: Hierarkisk regresjonsanalyse av lille multi og retrival strategi, M-prøven er avhengig variabel. 84

LITTERATURLISTE

Befring, E., (1997). *Læring og skole, vilkår for et verdig liv*. Oslo: Det norske samlaget.

Brace, N., Kemp, R. & Snelgar, R. (2003). *SPSS for Psychologists. A guide to data Analysing using SPSS for Windows*. Palgrave Macmillian

Bråten, I. & Olaussen, B., S. *Strategisk læring hos norske høgskolestudenter: en foreløpig rapport.* HiO-rapport:1997, nr.3. Oslo: Høgskolen i Oslo, 1997.

Carpenter, P., A., Just, M., A. &Shell, P. (1990) What One Intelligence Test Measures: A Theoretical Account of the Processing in the Raven Progressive Matrices Test. *Psychological Review.* 97 (3), 404-431.

Carr, M., & Hettinger, H. (2003), Perspectives on Mathematics Strategy Development. I: Royer, J., M.(red.) M*athematical cognition.* Connecticut: Information age publishing

Daniels, H. (2001). *Vygotsky and Pedagogy*. London: RoutledgeFalmer.

Evenshaug, O. & Hallen, D. (2000). *Barne- og ungdomspsykologi.* Oslo: Gyldendal Akademisk.

Geary, D., C. (2003). Learning Disabilities in Arithmetic: Problem-Solving Differences and Cognitive Deficits. Swanson, H., L., Harris, K., R. & Graham, S. (red.) *Handbook og Learning Disabilites.* The Guilford Press.

Geary, D., C. (2004). Mathematics and Learning Disabilities. *Journal of learning disabilities*, 37, nr.1, 4-15.

Gjærum, B. & Grøsvik, K. (2002). Psykisk utviklingshemming/mental retardasjon. I: Gjæreum, B. & Ellertsen, B. (red.) *Hjerne og atferd. Oslo:* Gyldendal Norsk Forlag, 2. utgave.

Goldman, S.R., Pellegrino, J., W. & Mertz D., L.(1988). Extended practice of basic addition facts: Strategy changes in learning disabled students. *Cognition and instruction,* 5, 223-265

Goldman, S., R. (1989). Strategy instruction in mathematics. *Learning Disability Quarterly,* 12, 43-55.

Hecht, S., A. (1999). Individual solution process while solving addition and multiplication math facts in adults. *Memory and cognition,* 27, 1097-1107.

Holm, M. (2002). *Opplæring i matematikk – for elever med matematikkvansker og andre elever*. Oslo: J. W. Cappelens forlag.

Kleven, T., A., (2002 a). Kleven, T., A. (red). *Innføring i pedagogisk forskningsmetode.* Oslo: Unipub forlag.

Kleven T., A. (2002b). Lund T. (red.) *Innføring i forskningsmetodologi*. Oslo: Unipub forlag.

Lemaire, P. & Siegler, R., S. (1995). Four Aspects of Strategic Change: Contribution to Children's Learning of Multiplication. *Journal of Experimental Psychology:* General 124 (1), 83-97.

Lund, T. og Christophersen, K.-A. (1999). *Innføring i statistikk.* Oslo: Universitetsforlaget AS.

L-97 *Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen*. Det kongelige kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet-1996.

Matlin, M., W. (2005). *Cognition.* NJ 07030: John Wiley & Sons, Inc.

Mulligan J.,T. & Mitchelmore M., C. (1997). Young Children's Intuitive Models of Multiplication and Division. *Journal for Research in Mathematics Education.* 28 (3), 309-330.

Ostad, S., A. (1992a). Fra det konkrete til det symbolske. *Matematikklæring og matematikkvansker, en artikkelsamling.* Oslo: Institutt for spesialpedagogikk, UiO 2004.

Ostad, S., A. (1992b). Bærekraftige matematikk kunnskaper – en funksjon av ferdighet eller forståelse. *Matematikklæring og matematikkvansker, en artikkelsamling*. Oslo: Institutt for spesialpedagogikk, UiO 2004.

Ostad, S., A. (2001). Matematikkvansker. Et resultat av forsinket eller kvalitativ Forskjellig utvikling. *Matematikklæring og matematikkvansker, en artikkelsamling*. Oslo: Institutt for spesialpedagogikk, UiO 2004.

Ostad S., A. (2003). Strategiopplæring i matematikk. *Matematikklæring og matematikkvansker, en artikkelsamling*. Oslo: Institutt for spesialpedagogikk, UiO 2004.

Ostad, S., A. (2003 b). Strategiopplæring i matematikk. *Tangenten* nr. 2, 2003.

Ostad, S., A. (1999) *Elever med matematikkvansker, Studier av kunnskapsutviklingen i strategisk perspektiv.*, Oslo: Unipub Forlag, Akademika AS.

Paris, S., G., Newman, R., S. & Jacobs J., E. (1985). Social context and functions of children's remembering. M. Pressley & C.J. Brainerd (red.) *Cognitive learning and memory in children* (15-51). New York: Springer-Verlag

Pedagogisk-psykologisk ordbok, Kunnskapsforlaget Aschehoug – Gyldendal

Raven, J. and others (2000). *Manual for Raven's Progressive Matrices and vocabulary Scales*. Oxford Psychologists Press.

Ringdal, K. (2001). *Enhet og mangfold Samfunnsvitenskapelig forskning og kvantitativ metode*. Bergen: Fagbokforlaget Vigmostad & Bjørke AS.

Rittle-Johnson, B., Siegler, R., S. & Alibali, M.,W. (2001). Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: An iterative process. *Journal of educational psychology.*, 93, 346-362.

Sjøvoll, J. (1998). *Matematikkvansker. Tilpasset opplæring i matematikk.* Oslo: Ad Notam Gyldendal.

Siegler, R., S. & Jenkins, E. (1989). *How children discover new strategies.* Hillsdale, NJ: Erblaum.

Tetzchner, S., V. (2001). *Utviklingspsykologi Barne- og ungdomsalderen.* Oslo: Gyldendal Norsk Forlag AS.

Tronsky l., N. & Royer, J., M. (2003). Relationships among basic computational automaticity, working memory, and complex mathematical problem solving. Royer, J., M.(red.) *Mathematical cognition.* Connecticut: Information age publishing.

Vygotsky, L., (2001). *Tenkning og tale*. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag AS.

Vedlegg:

Forespørsel om deltakelse i et matematikkprosjekt.

Jeg heter Eirin Gamst-Nergård og studerer pedagogikk ved universitetet i Oslo. Viser til brev til dere fra Finnsnes barneskole, desember 2004, vedrørende deltakelse i et matematikkprosjekt.

Prosjektet er en del av min masteroppgave i pedagogikk. Det er professor Snorre Ostad ved universitetet i Oslo som er veileder for prosjektet. Han har drevet med mye forskning på ulike områder innen matematikk som fag i skolen.
I forbindelse med prosjektet trenger jeg skoleelever i femte og syvende klasse som kunne tenke seg å delta. Det er frivillig og opp til hver enkelt om de ønsker å være med.

De elevene som kunne tenke seg å delta i prosjektet vil selvsagt bli anonymisert. Alle navn blir erstattet med et nummer som kun sier noe om alder og kjønn. Det vil ikke være mulig for noen å gjenkjenne hvilke elever eller hvilken skole som har deltatt i prosjektet.

Målet med prosjektet er å si noe om hvordan barn arbeider når de skal løse gangestykker (multiplikasjonsstykker) i matematikk. Undersøkelsen skal ikke si noe om ferdighetsnivået hos den enkelte elev. Jeg er først og fremst ute etter å beskrive hva som kjennetegner strategiene (fremgangsmåtene) elevene bruker når de skal multiplisere.

Prosjektet består av ulike multiplikasjonsoppgaver, primært ensifrede multiplikasjonsstykker. I tillegg skal elevene gjøre en oppgave fagfolk ofte benytter for å si noe om generelle forutsetninger for å klare skolefagene. Prosjektet vil totalt bruke fra 1½ til 2 skoletimer. De fleste oppgavene skal elevene (de som sier seg villig til å delta) gjøre samtidig, i en hel klasse. På den måten går de ikke glipp av felles undersvisning. Valg av tidspunkt vil skje i nært samarbeid med de respektive klasselærerne for henholdsvis femte og syvende trinn.

Ved å delta i prosjektet kan elevene hjelpe med å bevisstgjøre fagfolk om hvordan barn tenker når de regner matematikk. Det kan blant annet bidra til å utvikle bedre lærebøker eller utdanne lærere som skal undervise i matematikk. Jeg håper at flest mulig ønsker å delta i prosjektet. Prosjektet vil starte i uke 3, rundt den 17. januar 2005.

Vedlagt ligger en svarslipp med **svarfrist fredag 14. januar.** Jeg ønsker at både de som vil delta, og de som ikke kan delta fyller ut svarslippen. Svarslippen leveres på skolen.

Dersom det er noen som har spørsmål vedrørende prosjektet kan de ringe meg

tirsdag 11. januar mellom kl 1800 og 2000, eller onsdag 12. januar mellom kl 1000 og 1300, tlf **926 66018**.

Med vennlig hilsen

Eirin Gamst-Nergård

Svarslipp vedrørende matematikkprosjekt

☐ Jeg/vi sier **ja** til at ……………………………………………kan delta i prosjektet.
Barnets navn

☐ Jeg/vi sier **nei** til at ……………………………………………kan delta i prosjektet.
Barnets navn

Dato………..

Foresattes underskrift …………………………………………………………………….

Svarslippen må leveres skolen innen 14. januar 2005.

28.JUN.2006 13:23 HABILITERINGSENHETEN NR.665 S.2/3

HABILITERINGSENHETEN

Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS
NORWEGIAN SOCIAL SCIENCE DATA SERVICES

NSD

Hans Holmboes gate 22
N-5007 Bergen
Norway
Tel: +47/ 55 58 21 17
Fax: +47/ 55 58 96 50
nsd@nsd.uib.no
www.nsd.uib.no
Org.nr. 985 321 884

Snorre A. Ostad
Institutt for spesialpedagogikk
Universitetet i Oslo

Postboks 1140 Blindern
0318 OSLO

Vår dato: 21.03.2005 Vår ref: 200500378 PB / RH Deres dato: Deres ref:

MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 18.02.2005. All nødvendig informasjon om prosjektet forelå i sin helhet 18.03.2005. Meldingen gjelder prosjektet:

12350	*Strategibruk i regnearten multiplikasjon*
Behandlingsansvarlig	*Universitetet i Oslo, ved institusjonens øverste leder*
Daglig ansvarlig	*Snorre A. Ostad*
Student	*Eirin Gamst-Nergård*

Meldingen er behandlet av Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS (NSD). Etter gjennomgang av opplysninger gitt i meldeskjemaet og dokumentasjon, finner vi at prosjektet ikke medfører behandling av personopplysninger i henhold til personopplysningsloven §§ 1 til 3, og følgelig ikke utløser meldeplikt eller konsesjonsplikt etter personopplysningslovens §§ 31 og 33.

Vedlagt følger vår vurdering. Prosjektet kan settes igang.

Dersom prosjektopplegget endres i forhold til de punktene som ligger til grunn for vår vurdering, skal prosjektet meldes på nytt.

Vennlig hilsen

Bjørn Henrichsen

Pernilla Bollman

Vedlegg: Prosjektbeskrivelse

Kopi: Eirin Gamst-Nergård
Jarlsborgveien 9 B
0379 OSLO

HABILITERINGSENHETEN

Prosjektbeskrivelse

Daglig ansvarlig/veileder

Snorre A. Ostad
Institutt for spesialpedagogikk
Universitetet i Oslo

Postboks 1140 Blindern
0318 OSLO

Student

Eirin Gamst-Nergård
Jarlsborgveien 9 B
0379 OSLO

12350 **Strategibruk i regnearten multiplikasjon**

Formålet med prosjektet er å kartlegge og beskrive elevers strategibruk i matematikkfaget.

Utvalget består av 50-60 elever i femte og syvende klasse. Førstegangskontakt opprettes ved hjelp av skolen og elever, og foresatte mottar skriftlig informasjon om prosjektet.

Datainnsamlingen foregår ved hjelp av fem deltester i matematikk. Testene vil være nummerert slik at tester utført av hver elev kan sammenholdes. Klasselister som benyttes for å organisere nummereringen vil bli makulert før prosjektleder mottar besvarelsene fra elevene. Dermed vil det ikke på noe tidspunkt foreligge noen kobling mellom personopplysninger og datamaterialet for øvrig.

På bakgrunn av de opplysninger som prosjektleder har gitt, vurderer personvernombudet prosjektet som ikke meldepliktig i henhold til personopplysningsloven.