

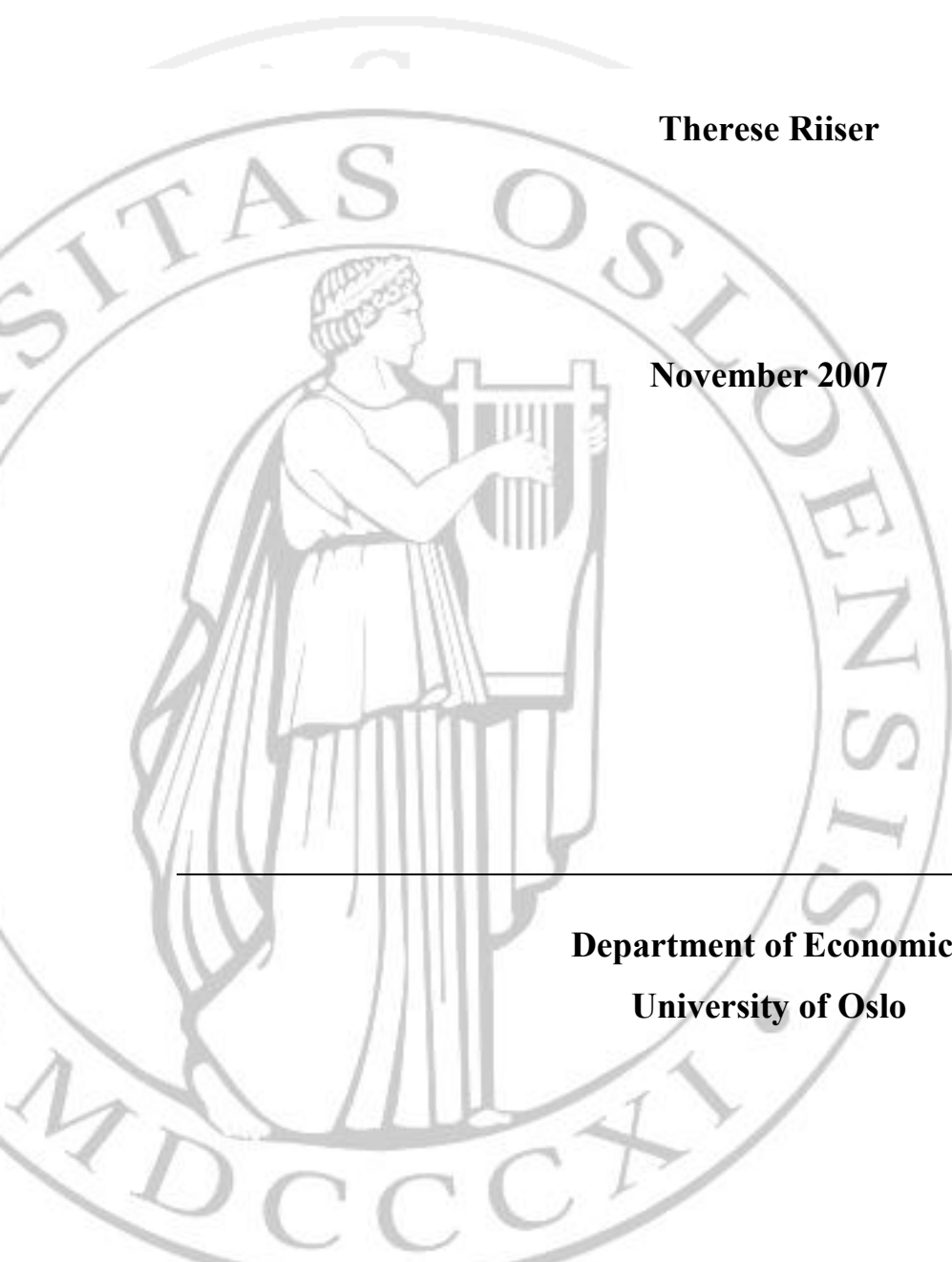
Masteroppgave for profesjonsstudiet

Inflasjonsforventninger og realrentefluktuasjoner

Therese Riiser

November 2007

**Department of Economics
University of Oslo**



Forord

Nå har jeg lagt siste finger verket som skal markere slutten på min studietid. Det har vært en interessant og utrolig lærerik prosess. En hektisk avslutning på 17 års skolegang.

Det er mange som på sin måte har bidratt til at jeg nå er i mål med denne oppgaven.

Først vil jeg takke min uvurderlige veileder, **Espen Henriksen**: Takk for ideen til oppgaven, for faglige innspill og tilbakemeldinger jeg ikke hadde greid meg uten, takk for ditt gode humør og for at døra di alltid har stått åpen. Og, ikke minst, takk for det lysende engasjementet du viser i ditt fag.

Min fantastiske svigerfamilie. **Åse, Pål og Ann Ingeborg**: Tusen takk for at dere alltid stiller hjelpende opp og for den interesse og omsorg dere viser.

Mamma og Pappa: Tusen takk for kontinuerlig støtte og tilstedeværelse. Fra min første skoledag har dere hjulpet meg, trodd på meg og lært meg viktigheten av god utdanning. Jeg hadde ikke klart dette uten dere. Takk også til mine tre søsken, **Viviann, Andreas og Fredrik**, for interessen dere viser og alt dere betyr for meg.

Til slutt vil jeg takke de tre som er mine lyspunkt i hverdagen: Takk for at dere har gitt meg andre ting å tenke på etter en lang skoledag. Takk for motivasjon til å fullføre, for tålmodighet og forståelse i perioder hvor studiene har krevd det meste av min oppmerksomhet og energi. Takk for at dere har gjort dette mulig for meg.

Blindern, 9. November 2007

Therese Riiser

Til Åse Marie, Tomas og Jens Iver

Sammendrag

Oppgavens formål har er å undersøke hvorvidt verdipapirer vi omtaler som "risikofri" virkelig gir en forutsigbar avkastning og hvordan inflasjonsforventningene våre påvirker en eventuell risiko. Jeg har brukt en generell likevektsmodell for å se om den kan reprodusere volatiliteten og de lavfrekvente elementene av rentebevegelsen i nominelle 3- måneders statskasseveksler.

Tidligere forskning utført på amerikanske dataobservasjoner har vist at generelle stokastiske likevektsmodeller på en tilfredsstillende måte forklarer bevegelser i aggregerte makrostørrelser som produksjon, konsum og investeringer, men i liten grad gjør rede for bevegelsene i realpriser. I en betydelig andel av eksisterende litteratur innen feltet er basert på realkonjunkturteori. Den klart viktigste prisen her er realrenten. I oppgaven undersøker jeg hvorvidt jeg finner tilsvarende resultater i norsk økonomi.

For å prøve å reprodusere rentebevegelsen brukte jeg en konjunktursykelmodell. Dette er en mikrofunderert modell som er betydelig forenklet i forhold til virkeligheten, men som likevel innehar de egenskaper av betydning for oppgavens formål. Jeg fant en numerisk tilnærming til verdifunksjonen og de stasjonære beslutningsreglene ved bruk av dataprogrammet Mathworks Malab. Til ulike beregninger og fremstilling av tabeller og figurillustrasjoner er programvaren Microsoft Excel benyttet. For å redegjøre for inflasjonsrisikopremien utledet jeg en konsumbasert kapitalverdimodell.

Ved bruk av tidsserier for nominelle statskasseveksler og KPI fant jeg den impliserte realrenten og beregnet ved hjelp av et Hodrick- Prescott filter de statistiske egenskapene til denne realrenten. Resultatet avslørte to viktige egenskaper ved rentebevegelsen:

- Realrenten følger en syklisk trend.

Min analyse av realrenten er basert på data fra 1971 og frem til i dag. Den viser at realrenten følger en klar sekulær trend. Dette resultatet er

overraskende fordi det i følge økonomisk teori ikke eksisterer noen trend i rentebanen, bare små avvik fra det langsiktige likevektsnivået (steady state).

- Realrenten er svært volatil. Denne observasjonen er enda tydeligere enn den første og kanskje også enda viktigere; avvikene fra trenden er veldig store. Store trendavvik i realrenten gir høy risiko i forhold til avkastingen på verdipapiret. Statskasseveksler er det verdipapiret i Norge som inneholder minst risiko og omtales ofte som "risikofritt". Resultatet fra analysen viser at selv denne typen verdipapirer inneholder en betydelig risiko.

På grunnlag av resultatet fra den empiriske analysen besluttet jeg å utlede en stokastisk neoklassisk vekstmodell for å se hvorvidt den kunne redegjøre for de statistiske egenskapene til den empiriske realrenten. For å holde ting enkelt brukte jeg en enkel konjunktursykelmodell og forholdt meg utelukkende til realkonjunkturer. Jeg kalibrerte modellen ved hjelp av norske kvartalsdata fra 1978 til 2004 og brukte deretter de kalibrerte verdiene av modellens strukturelle parametre i en diskret verdifunksjonsiterering. Itereringen ga meg variabelenes stasjonære verdier og en numerisk tilnærming til modelløkonomiens verdifunksjon og de stasjonære handlingsreglene. Resultatet var som ventet og i tråd med resultatet fra tilsvarende undersøkelser på amerikanske data, bl.a. Gommer, Ravikumar og Rupert (2006); modellen redegjør godt for aggregert konsum, investeringer og produksjon, men fungerer svært dårlig når det gjelder å reprodusere realrentebevegelsen.

I modelløkonomien er både konsum og investeringer kraftig, positivt korrelert med produksjonsnivået. Konsumet har noe lavere standardavvik enn produksjonen, mens investeringene varierer mye mer. Et resultat som er konsistent med ressursbetingelsen som sier at summen av investeringer og konsum ikke kan overstige den totale produksjonen. Det er tydelig at korte realrenter på nominelle statskasseveksler i virkeligheten følger en trend som i følge modellen skal være ikke-eksisterende. I tillegg innebærer den samme renten store trendavvik, noe som betyr at avkastningen på slike verdipapirer er svært usikker. Beregninger viser at realrentens varians relativt til BNP er hele 16 ganger større enn det modellen genererer. En svært høy verdi når vi vet at dataserien er basert nominell rente på 3-måneders statskasseveksler, som er det verdipapiret i Norge som inneholder minst risiko og derfor ofte omtales som "risikofritt".

Denne typen verdipapir er kjent for å ha lav forventet avkastning. Etter å ha dokumentert en meget volatil rentebevegelse er det derfor naturlig å prøve å spørre seg; hva kan forklare at et marked for statskasseveksler eksisterer?

Risikoen i statspapirer skyldes i sin helhet inflasjonsrisiko. Lav inflasjon gir høy realavkastning, og omvendt. I vekstmodellen viser jeg at en rasjonell samfunnsaktør har høy betalingsvillighet for aktiva med høy forventet avkastning i perioder hvor konsumet ellers er lavt. Det vil si at han ønsker at aktivumet skal fungere som en hedge; en sikkerhet i dårlige tider. Jeg stilte derfor spørsmålet om ønsket vårt om å holde nominelle obligasjoner kan skyldes at avkastningen samvarierer med konsum på en måte vi finner bekvemt? For å svare på dette spørsmålet utledet jeg en konsumbasert kapitalverdimodell.

Konsumbaserte modeller binder sammen aktivapriser og kvanta og bruker en empirisk observerbar makroøkonomisk faktor, som kan inneholde ny informasjon om aktivaprisering. Kapitalverdimodellen jeg brukte i dette kapitlet, Lucas' konsumbaserte kapitalverdimodell, er i tillegg en av de enkleste modellene innen absoluttprising av aktiva.

Inflasjonsrisikopremie er den premien investoren krever for å være villig til å ta inflasjonsrisikoen verdipapiret innebærer. Denne premien er i det som skiller en nominell obligasjon fra en reell og forteller oss derfor hvorvidt inflasjon fører til at vi blir mer eller mindre interessert i å holde nominelle verdipapirer, som statskasseveksler. Optimering av kapitalverdimodellen ga meg et uttrykk for denne inflasjonsrisikopremien. Den er i sin helhet gitt ved kovariansen mellom konsumvekst og inflasjon. Kovariansen til to variabler er produktet av standardavvikene til de gjeldene variablene og korrelasjonen mellom dem. Standardavvikene er alltid positive, slik at kovariansen er negativ hvis og bare hvis korrelasjonen er negativ.

Positiv kovarians gir økt aktivapris. Det vil si at hvis inflasjonen er lav i perioder hvor konsummengden avtar, øker investorenes betalingsvillighet, fordi det gir høy realavkastning i "dårlige tider". Verdipapiret fungerer derfor som en hedge som kompenserer for inflasjonsrisikoen. Risikopremien tilfaller da selgeren av

verdipapiret. Men hvis kovariansleddet er negativt går betalingsvilligheten ned. Risikopremien tilfaller da kjøperen, fordi økt inflasjon vil forverre hans nytte betraktelig.

Empiriske beregninger viste at kovariansen mellom konsumvekst og inflasjon er negativ. Inflasjon bidrar altså til at det blir mindre attraktivt å holde nominelle obligasjoner, fordi det fører til lavere avkastning i perioder hvor konsumet avtar. Men vi kjenner jo ikke den fremtidige inflasjonen. Jeg undersøkte derfor om vi *forventer* en inflasjon som korrelerer positivt med konsum. Inflasjonsforventinger er vanskelig å måle, men jeg konstruerte tre målemetoder og testet hvorvidt metoden påvirket risikoen ved nominelle pengemarkedspapirer. Det gjorde på samme måte som for den realiserte inflasjonen, jeg beregnet kovariansen med konsumendringen. Resultatet fra beregningene var det samme uansett målemetode; også *forventet* inflasjon korrelerer negativt med konsumveksten. Pengepolitikken bidrar altså til at realrenten blir mer prosyklisk.

Resultatet i den empiriske delen av oppgaven er vanskelig å forene med modellen. Den klarer ikke å forklare obligasjonsmarkedets eksistens gitt de egenskapene jeg har dokumentert; volatil realrente og motsyklisk inflasjon/ inflasjonsforventinger. Jeg vil derfor karakterisere denne eksistensen som et "puzzle".

Innholdsfortegnelse

Forord.....	side i
Sammendrag.....	side iii
1 Innledning.....	side 1
1.1 Disposisjon	side 3
2 Realrentens utvikling, 1971 – 2007.....	Side 4
2.1 Dekomponering av tidsserien	side 5
2.2 Fra nominelle til reelle størrelser; Fisher-ligningen	side 7
3 Konjunktursykelmodellen.....	side 9
3.1 Konjunkturteori	side 9
3.2 Standard konjunktursykelmodell	side 9
3.2.1 Forutsetninger	side 10
3.2.2 Preferanser	side 11
3.2.3 Teknologi	side 12
3.2.4 Bevegelsesloven for kapital	side 13
3.2.5 Ressursbegrensninger	side 14
3.3 Dynamisk likevekt; Sosialplanleggerens problem	side 14
3.4 Kvantifisering	side 18
3.4.1 Den balanserte vekstbane	side 18
3.4.2 Kalibrering av modellens strukturelle parametre	side 19
3.5 Kvantitative resultater	side 25
3.5.1 Makrovariablenes stasjonære verdier	side 25
3.5.2 Modelløkonomien vs. den virkelige verden	side 27
3.6 Oppsummering	side 31
4 Aktivprising.....	side 34
4.1 Den konsumbaserte kapitalverdimodellen	side 35
4.1.1 Forutsetninger	side 36
4.1.2 Preferanser	side 36
4.1.3 Ressursbegrensninger	side 37

4.2	Optimering	side 38
4.2.1	Dynamisk likevekt i realpriser	side 38
4.3	Kan markedet for nominelle obligasjoner skyldes heldig samvariasjon med konsum?	side 41
4.3.1	Å måle inflasjonsforventning	side 41
4.4	Oppsummering	side 45
5	Konklusjon.....	side 47
	Referanseliste.....	side 49
	Datakilder.....	side 50
	Appendiks	side 52
	Programvarekoder	side 52
	Tabell (A) – (E)	side 56
	Tilleggsnotat;	
	T-1: KRRRA- nyttefunksjonens egenskaper	side 64
	T-2: Produktelastisiteten med hensyn på kapitalinnsats	side 64
	T-3: Beregning av trend ved Hodrick- Prescott filtrering	side 65

1 Innledning

Er det ett begrep vi ofte hører omtalt i samfunnsdebatten, så er det "renten". Renten synes å oppta folk i alle alders- og yrkesgrupper og det er ikke uten grunn. Renten er prisen på penger og har dermed stor innvirkning på folks privatøkonomi; et boliglån på to millioner gir årlige renteutgifter på 160 000 kroner dersom renten er på 8 %, men bare 100 000 kroner dersom renten er 5 %. Medianinntekten (etter skatt) var i 2005 kroner 312 000 per husholdning, det gir et bilde på hvor mye en rentedifferanse på 3 % utgjør, både for husholdninger med gjeld og med formue. Men renten påvirker ikke bare privatøkonomiske forhold direkte, den har også stor innflytelse på sentrale makroøkonomiske størrelser, som kronekurs, varepriser, boligpriser, reallønn og produksjonsnivå. I Norge brukes renten som økonomisk styringsmiddel, det vil si at Norges Bank endrer styringsrenten for å holde økonomien stabil, i en balansert vekstbane.

Rente er enkelt forklart prisen på konsum i morgen målt i enheter av konsum i dag.

Når man snakker om renten er det viktig å være klar over at det finnes mange renter i Norge. Jeg har allerede nevnt styringsrenten, som er den renten sentralbanken fastsetter på sine rentemøter. Den skal virke som en veileder for bankene når de fastsetter sine utlåns- og innskuddsrenter. I tillegg kan disse rentene måles i både nominelle, reelle og effektive størrelser. I bankverden er det som regel den nominelle som oppgis, men det er kanskje den som forteller minst om det du ønsker å vite. Effektiv rente inkluderer gebyr og omkostninger og forteller derfor hvor mye boliglånet ditt virkelig koster. Realrenten er den størrelsen økonomer er mest opptatt av, fordi denne er korrigert for inflasjon og dermed er et mer nøyaktig mål på rentenivået. I resten av denne oppgaven vil realrenten være en svært sentral størrelse.

Selv om økonomisk teori har utviklet seg i årtusener, er det fortsatt splid blant økonomene innen mange fagområder. Men moderne økonomisk teori enes likevel om et faktum; at renten (r) er avhengig av grenseproduktet på kapital ($\partial Y/\partial K$).

Stokastiske generell-likevektsmodeller, herunder både realkonjunkturmodeller og modeller med nominelle stivheter ("ny-keynesianske modeller") kan langt på vei gjøre rede for bevegelsene til sentrale makroøkonomiske størrelser som produksjon (Y), kapitalstokk (K) og konsum (C). Mange studier, basert på blant annet rammeverket for realkonjunktursyklus som Kydland og Prescott (1982) utviklet, viser at modeller i stor grad gjengir observert volatilitet og samvariasjon mellom aggregerte verdier som produksjon, konsum og investeringer. Men det har vist seg at de samme modellene i mindre grad lykkes i å gjøre rede for egenskapene til relative priser. Hvorvidt de samme egenskapene gjelder for norsk økonomi er dårlig dokumentert. Med denne oppgaven håper jeg blant annet å kunne bidra til en slik dokumentasjon.

I realkonjunkturteorien er den viktigste relative prisen realavkastningen på en representativ kapitalenhet.

Mehra og Prescott, (1985) viste at risikopremien i det amerikanske aksjemarkedet var så høy at modellen, en kontinuerlig stokastisk konsumbasert likevektsmodell, under standard forutsetninger, ikke kunne redegjøre for den. De undersøkte samvariasjonen mellom meravkastningen på aksjer og aggregert konsumvekst, og fant at resultatet ikke kunne rettferdiggjøre en så høy risikopremie. For å forklare meravkastningen på aksjer måtte koeffisienten for risikoaversjon antas å være urimelig høy.

Mange forskere har etter publikasjonen av "The equity premium: A puzzle" kommet med kritikk og ulike forslag til modellendringer som "reduserer" eller "løser" paradokset. Kocherlakota (1996) bruker Mehra og Prescotts modell, men antar at realisert nytte av et gitt konsumnivå avhenger av konsumnivået i tidligere perioder. Justeringen resulterer i at den realiserede risikopremien, og dermed også selve "puzzelet", reduseres. I den samme publikasjonen kommenterer han andre vitenskapelige arbeid som har forsøkt å løse "the equity premium puzzle". Han omtaler blant annet Mankiw og Zeldes (1991). De undersøker hvorvidt aksjeeiere har annerledes konsummønster enn andre konsumenter. Intuisjonen er at aksjeeiers konsummønster i større grad samvarierer med aksjemarkedet. De viser

at ved å skille mellom gruppene kan "puzzelet" sannsynligvis reduseres, om ikke forklares. For at aksjonærene skal være marginalt indifferent mellom aksjer og obligasjoner, må de ha en svært høy risikoaversjon. Kocherlakotas konklusjon er at ingen så langt har kommet med en overbevisende forklaring på mysteriet.

I Mehra og Prescott (1985) og de fleste etterfølgende arbeid ble realavkastningen på korte statsobligasjoner benyttet som mål på risikofri rente. Implisitt i disse var at dette også var et godt mål på kapitalens grenseprodukt i en realkonjunkturmodell. Gomme, Ravikumar og Rupert (2006) viser at observert realavkastningen på korte statsobligasjoner ikke stemmer overens med konjunkturteori. Referansemodellen forklarer knappe 40 prosent av volatiliteten (relativt til produksjonsvolatiliteten). Ved å anta høyere risikoaversjon¹ finner de at modellen kan forklare over 60 prosent av den samme volatiliteten. De viser så at grenseproduktet av kapital målt direkte stemmer forbløffende godt overens med modellens prediksjoner.

Arbeidet som disse forskerne har utført på amerikanske data er i liten grad dokumentert på norsk økonomi. Jeg vil derfor med denne oppgaven forsøke å gi et godt bidrag til økt kunnskap om disse problemstillingene i et norsk perspektiv. Jeg mener forskningsområdene er viktige, fordi de bidrar til bedre forståelse av markedsmekanismene i både kapital- og konsummarkedene, samt gir bedre innsikt i hvordan pengepolitikken mest mulig effektivt kan føre til målsettingen om en lav og stabil prisutvikling.

Det er få måter å måle grenseproduktet på aggregert kapital. Ut fra betraktninger om ingen arbitrasje mener jeg at statssertifikatrenter må være en god tilnærming. Disse sertifikatene er alle nominelle.

I realrenten ligger det innbakt en risiko knyttet til den fremtidige, økonomiske utviklingen i form av inflasjonsusikkerhet. Så lenge vi ikke vet hva inflasjonsnivået vil være i fremtiden kan vi heller ikke vite neste periodes realrente. En rasjonell samfunnsaktør vil kreve en kompensasjon for denne risikoen, det kan for eksempel være i form av lavere nominell lånerente eller høyere forventet avkastning på

¹ Ved å øke risikoaversjon- koeffisienten fra 1 til 5

verdipapirer. Det er derfor tydelig at inflasjonen og inflasjonsforventinger er spiller en sentral rolle både i bankenes jobb med å fastsette sine renter og i finansinstitusjonenes aktivprising.

Sentralbanken har siden våren 2001 brukt inflasjonen som styringsmål.

Inflasjonsmålet er satt til 2,5 %. Hensikten med dette er at en lav og stabil inflasjon er pengepolitikens viktigste bidrag til vekst og sysselsetting, og en nødvendig forutsetning for både valuta- og finansmarkedene, så vel som eiendomsmarkedene². Som nevnt tidligere er det renten som er styringsmidlet, altså det elementet som anvendes for å påvirke inflasjonen. Norges Bank anslår at det tar opptil to år før de vesentlige virkningene av en renteendring på inflasjonsnivået gjør seg gjeldende.

Inflasjonen, prisutviklingen, påvirkes faktisk av hva vi forventer at den skal være. For å redusere risikoen knyttet til usikkerhet er det derfor viktig å kunne si noe om hva slags inflasjonsforventninger som rører seg rundt oss til enhver tid.

Inflasjonsforventinger er en subjektiv størrelse og derfor svært vanskelig å måle, men økonomer har likevel konstruert ulike måter å måle disse forventningene på. I denne oppgaven vil jeg ta for meg to spørsmål som dukker opp i forbindelse med måling av inflasjonsforventinger:

Det første spørsmålet er om måte vi konstruerer de implisitte inflasjonsforventningene har betydning for i hvilken grad en standard stokastisk generell likevektsmodell kan reprodusere volatiliteten og lavfrekvente elementer av rentebevegelsene?

Det neste, tett relaterte spørsmålet er om metoden for å måle inflasjonsforventningene har betydning for hvor risikable korte statscertifikater er – mer spesifikt om metoden man benytter for å konstruere inflasjonsforventningen har betydning for kovariansen mellom konsum og realavkastning?

I 1985 viste Mehra og Prescott hvordan den høye risikopremien amerikanske aksjer har gitt i perioden 1889 – 1978 tilsynelatende virker uforenlig med vanlig antakelser

² Gjedrem, Svein (2000) i et foredrag til Norges Bank representantskapsmøte. Se referanseliste.

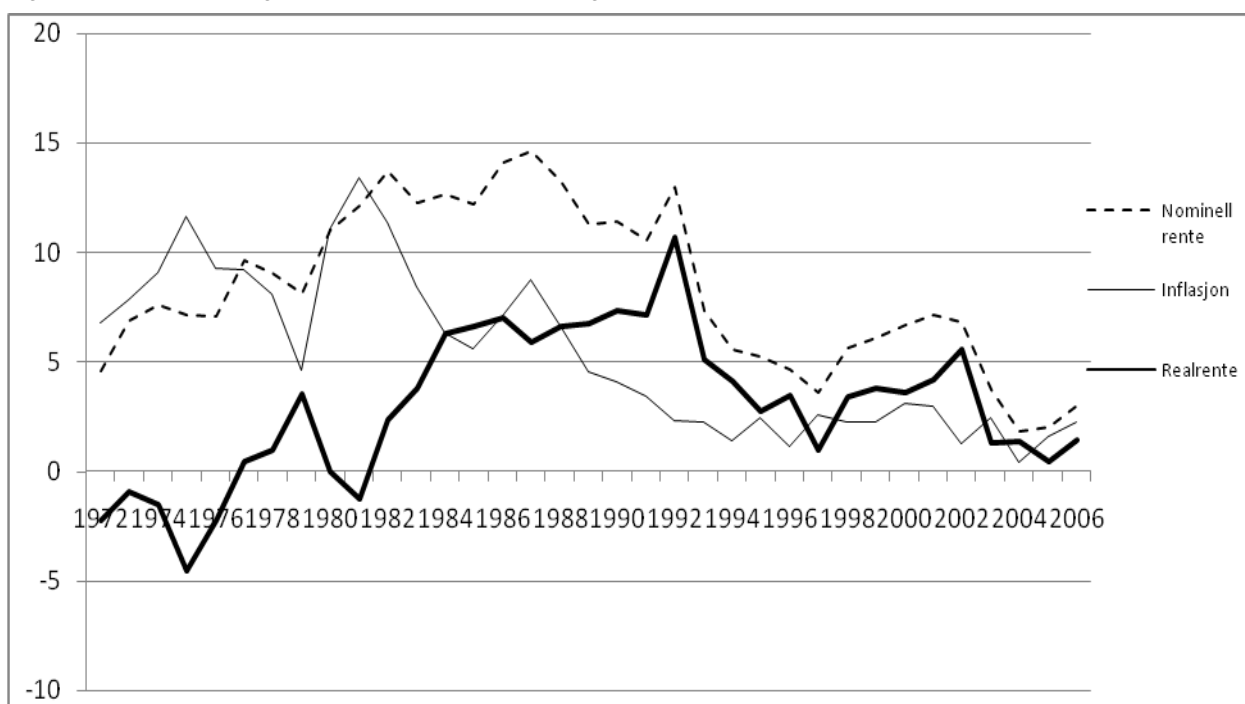
om risikoaversjon. Kjernen i publikasjonen er at aksjeavkastningen ikke samvarierer nok med aggregert konsumvekst til å rettferdiggjøre den høye risikopremien som ble observert.

1.1 Disposisjon

Oppgaven er videre delt inn i fire hoveddeler. Først en del hvor jeg dekomponerer tidsserien for den impliserte realrenten ved hjelp av et Hodrick- Prescott filter for å se om det finnes en trend og om realisert avkastning på nominelle obligasjoner er like risikofri som økonomiske modeller impliserer. I kapittel tre ser jeg nærmere på modelløkonomien. Jeg utleder en konjunktursykelmodell, finner den dynamiske likevekten og kalibrerer modellens strukturelle parametre langs den balanserte vekstbane ved hjelp av norske data. Deretter bruker jeg de kalibrerte parameterverdiene og utfører en diskret verdifunksjonsiterering i dataprogrammet Mathworks Matlab. Det gir meg en numerisk tilnærming til modelløkonomiens verdifunksjon og de stasjonære handlingsreglene. Tilslutt sammenligner jeg de modellerte dataene med empiriske observasjoner. Kapittel fire forsøker å besvare om de implisitte inflasjonsforventningene våre har betydning for hvor risikable de korte rentene er. Det gjør jeg ved å utlede en konsumbasert modell for aktivaprisering og løser den for et sosialt optimum. Med modellen finner jeg et uttrykk for inflasjonsrisikopremien, som er det eneste som skiller en nominell obligasjon fra en reell. Deretter måler jeg inflasjonsforventning på fire ulike måter og undersøker hvordan målemetoden påvirker denne risikopremien, som viser seg å være kovariansen mellom realavkastningen og konsumveksten. Oppgaven avsluttes med et drøftingskapittel hvor jeg diskuterer resultatene mine og konkluderer.

2 Realrentens utvikling 1971 – 2007

Figur (1) – Renteutviklingen 1971 - 2007, basert på årlige data



Figurene i oppgaven er basert på årlige data fordi det tydeligere fremstiller de lange bevegelsene som er av interesse for oppgaven. Alle tall er derimot basert på kvartalstall, i tråd med det meste av tidligere litteratur innen feltet.

Som figur (2) viser var første halvdel av 70-tallet preget av høy inflasjon. Selv om det nominelle rentenivået også lå forholdsvis høyt var den impliserte realrenten negativ. Den nominelle renten steg gradvis helt frem til 1987, da den nådde toppen på nesten 15 %. Inflasjonen derimot avtok etter 1974, før den igjen økte kraftig fra 1979 til 1981 og nådde et toppnivå på hele 13,43 %. Resultatet av dette var at realrenten var negativ fra 1971 til 1982, bortsett fra en liten periode helt på slutten av 70-tallet, da sterk nedgang i inflasjonen impliserte positivt fortegn på realrenten. 80-årene var preget av et høyt nominelt rentenivå. Inflasjonen sank i hele denne perioden, bortsett fra et lite positivt hopp i perioden 1985- 1987. For realrenten

impliserte dette en kraftig positiv utvikling fra -1,27 % i 1981 til 6,3 % i 1984. Etter dette utviklet inflasjonen og den nominelle renten seg nesten likt, slik at realrenten forholdt seg ganske stabil helt frem til 1991. Utover i 1990-årene var det nominell rente som preget utviklingen av realrenten. Inflasjonen var holdt seg stabil i intervallet 2,6 - 3,5 %. Som figuren viser falt den nominelle renten fra 13 % i 1992 til 3,6 % i 1997, noe som medførte et tilsvarende fall i realrenten fra 10,66 % til 1 % i samme periode. De siste ti årene har inflasjonen vært stabil og lav. Den nominelle renten varierte mellom 5 og 7 % fra 1998 til 2003 og realrenten har vært 3-4 %, med unntak av et lite hopp i 2002 som følge av nok en nedgang i inflasjonen. Siden sommeren 2003 har både inflasjonen og den nominelle renten holdt et stabilt, lavt nivå. Derfor har nødvendigvis også den impliserte realrenten vært svært lav, men ikke negativ, og derfor heller ikke historisk lav, slik som enkelte har hevdet.

2.1 Dekomponering av tidsserien

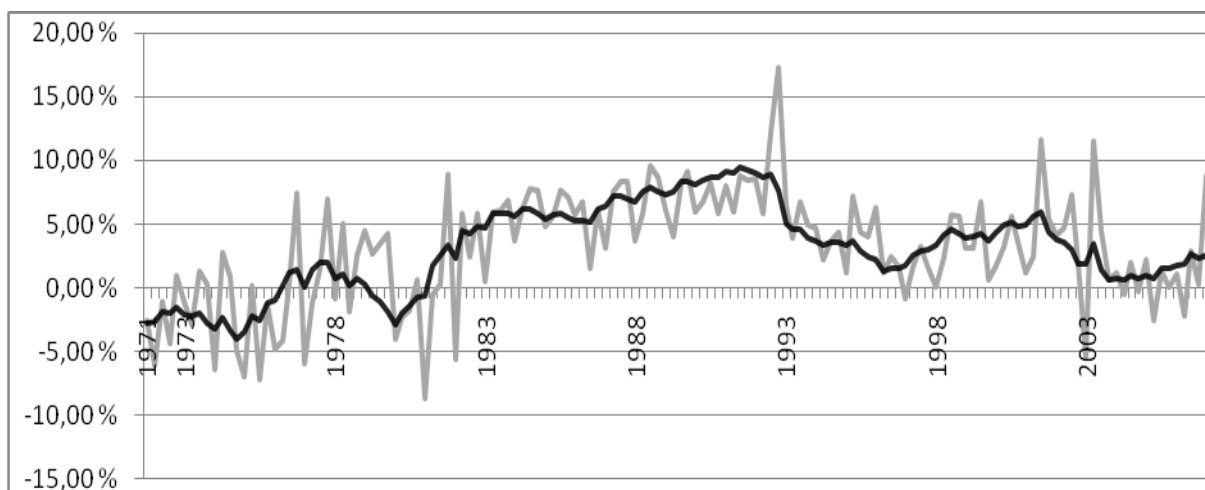
For å analysere den empiriske, impliserte realrenten er det viktig å dekomponere tidsserien, fordi eventuelle sykler kan drukne i trenden. Den dominerende trenden må derfor fjernes.

Helt frem til 1980- årene mente økonomer at den sykliske komponenten og trenden var drevet av to separate mekanismer som kunne studeres hver for seg. Trenden representerte potensialet (for eksempel potensielt BNP). Denne ble sett på som lineær og deterministisk og kunne derfor enkelt filtreres, mens svingningen ble sett på som midlertidige avvik fra trenden. Wettergreen studerte blant annet norske konjunktursykler på denne måten så sent som i 1978. Men i Nelson og Kang (1981) ble det vist at hvis man filtrerer en deterministisk trend fra en serie som heller bør beskrives med en stokastisk trend, vil dette i seg selv generere falske sykler, altså periodiske sykler som ikke finnes i serien på forhånd. Denne effekten kalles Yule-Slutsky effekten, fordi Yule(1927) og Slutsky (1937) allerede flere tiår tidligere viste at enkelte manipulasjoner av tidsseriedata kan skape slike falske sykler³.

³ Kilde; Bjørnland (2002)

Jeg vil bruke et Hodrick- Prescott filter for å skille ut den stokastiske trenden i realrente tidsserien. Dette filteret har vært svært mye brukt, spesielt i tiden etter publiseringen av Kydland og Prescott (1990). For mer om dette filteret, se tilleggsnotat 3.

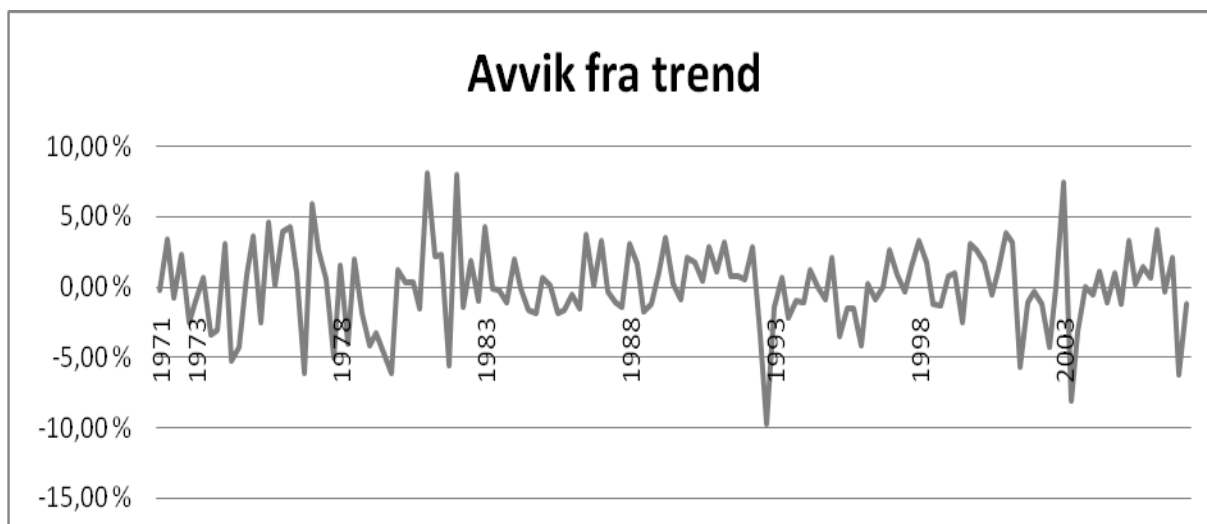
Figur (2) – trendlinje for realrente (HP1600- trend)



Figuren over viser at virkeligheten bryter med økonomisk teori. Realrenten har en tydelig sekulær trend, en trend som i følge økonomisk teori ikke eksisterer. Trenden var svært lav i 1970-årene. På 80-tallet var den svært høy, mens den mellom 1993 og 2003 var moderat, omtrent mellom 2,5% og 5%. De siste 4 årene har trenden vært noe lavere, men holder seg fortsatt på positiv side av skalaen.

For å se nærmere på volatiliteten lager jeg en figur som viser realrentens avvik fra HP-trendlinjen.

Figur (3) – Avvik HP- trend, realrente



Figuren viser at virkeligheten bryter med økonomisk teori også på det andre punktet; volatilitetsbeskrivelsen. Økonomisk teori beskriver realrenten som svært lite volatil. Det var også et slikt resultat jeg forventet å finne, da jeg vet at tidsseriedataene er hentet fra det mest risikofrie verdipapiret som utstedes i Norge. Men det kommer, overraskende nok, svært tydelig frem at realrenten på et "risikofritt" verdipapir, som statskasseveksler, i virkeligheten innebærer stor risiko i form av en veldig volatil avkastning.

Det betyr at den renten vi omtaler som "risikofri" i virkeligheten svært volatil, og derfor innebærer ganske mye risiko. Som figur (3) viser varierer trendlinjen mellom -2,5% og +9% i løpet av et tidsintervall på ti år (1980 – 1990). I figur(3) kan vi blant annet se at avviket fra trendlinjen i første halvdel av 2003 varierte mellom +7,43% og -8,09%, en varians på hele 15,52% på 6 måneder.

Figurene over viser en tydelig trend i rentebevegelsen og store avvik fra denne HP-trenden. Resultatet er overraskende og lite forenlig med selve begrepet "risikofri avkastning" som ofte knyttes til denne typen verdipapir.

Gomme, Ravikumar og Rupert (2006) finner, som nevnt i innledningen, et tilsvarende resultat for amerikanske data. De finner også at en standard realkonjunkturmodell redegjør for mindre enn 40 prosent av denne volatiliteten, sammenlignet med produksjonsvolatiliteten. Jeg ønsker å undersøke nærmere om jeg finner tilsvarende resultat for norske data og utleder derfor en vekstmodell. Ved kalibrering og numerisk tilnærming vil jeg se hvorvidt den kan reprodusere resultatet

jeg finner i empiriske data for realrenten. I tillegg vil jeg undersøke om den kan forklare de statistiske egenskapene til de andre makroøkonomiske variablene, som investering, konsum og produksjonsnivå.

2.2 Fra nominelle til reelle størrelser;

Fisher-ligningen

Fisher-ligningen er oppkalt etter den amerikanske økonomen Irving Fisher (1867-1947), den impliserer at nominell rente er lik summen av realrenten og inflasjonen.

$$(2.1) \quad R = r + \pi ,$$

der R er nominell rente, r er realrenten og π er inflasjonsraten.

Ligningen uttrykker nærmere bestemt at for en gitt forventet realrente vil en endring i inflasjonsforventningene føre til en tilsvarende endring i nominelt rentenivå. Dette 1:1-forholdet mellom forventet inflasjon og nominell rente kalles "Fisher-effekten". En høy rente på et bankinnskudd eller en statsobligasjon trenger derfor ikke nødvendigvis å signalisere at plasseringens realrente forventes å være høy, men snarere gjenspeile forventninger om høy fremtidig inflasjon. Noe som kan være av stor betydning for alle som låner eller sparer.

3 Konjunktursykelmodell

3.1 Konjunkturteori

Konjunkturer dukker opp i aggregert aktivitet, ikke i spesielle sektorer. De er tilbakevendende, men ikke periodiske og har minst to ulike nivå; ekspansjon og kontraksjon. Når økonomien trer inn i et av nivåene blir den der en stund. I en konjunktursvingning er samvariasjonen mellom de ulike variablene regelmessige og forutsigbare.

For å holde ting enkelt utelukker jeg nominelle sjokk og forholder meg til realkonjunkturteori. Reelle sjokk er den viktigste drivkraften til konjunkturer. Konjunkturer opptrer som tilbakevendende svingninger i økonomiens inntekt, produkter og innsatsfaktorer, særlig arbeidskraft, og er forårsaket av ikke-monetære kilder. Penger har svært liten betydning i realkonjunkturteori. Hovedformålet med konjunktursykelmodeller er å redegjøre for svingninger gjennom endringer i økonomiske forhold, det vil si sjokk som for eksempel teknologiske framskritt. I dag er det allment akseptert at i hvert fall deler av konjunktursvingningene kan redegjøres for som individene i samfunnets optimale responser til uforutsette endringer i de økonomiske rammebetingelsene vidt forstått. Eksempler på slike sjokk til rammebetingelsene kan være: tilfeldige endringer i teknologi, offentlig forbruk, skatter, reguleringer, kraftpris o.l.

3.2 Standard konjunktursykelmodell

En konjunktursykelmodell fokuserer på at det er reelle produktivitetssjokk som fører til svingninger i økonomien, ikke sjokk i aggregert etterspørsel⁴. Mer spesifikt er en realkonjunkturmodell en dynamisk likevektsmodell, hvor aggregerte svingninger oppstår som følge av at rasjonelle økonomiske aktører responderer på teknologiske sjokk ved å foreta intertemporale substitusjoner. Modellen bryter med tidligere syn

⁴ Kydland og Prescott (1982)

på konjunkturer blant annet ved å tillate at uforutsigbare sjokk kan ha permanent virkning på økonomisk variabler.

Jeg kommer til å ta for meg forutsetninger som er av betydning for modellen og forklare hvordan aktørene, her husholdninger, tilpasser seg i en enkel, lukket økonomi.

3.2.1 Forutsetninger

En liten, lukket økonomi:

Økonomien jeg betrakter er liten og lukket. Det vil si at den består av få samfunnsaktører som ikke har kontakt med "omverdenen". Import- og eksportperspektiver er derfor utelukket og investeringer er nøyaktig det samme som sparing. Spareraten er en eksogen del av den totale produksjonen.

En representativ husholdning:

Økonomiens eneste aktører er husholdningene. De er helt identiske og for å holde modellen enklest mulig kan jeg derfor, uten at modellens sentrale egenskaper påvirkes, anta at alle husholdningene har samme nyttefunksjon og preferanser. Dermed kan jeg forenkle modellen til å omfatte ett representativt individ, noe som gjør arbeidet med modellen lettere. Jeg normaliserer med andre ord antall husholdninger til 1, slik at jeg slipper å dele variablene på antall husholdninger for å finne per capita verdien.

Husholdningen antas videre å leve evig, være nyttemaksimerende og rasjonell i sine beslutninger. Da økonomien egentlig består av mange, like husholdninger antar jeg at disse er pristakere. Det vil si at ingen kan påvirke markedsprisen gjennom sine beslutninger.

Komplette markeder:

I likevekt er alle priser relative, slik at én vilkårlig pris kan settes lik 1.

I denne økonomien er det to markeder; konsumvaremarkedet og kapitalmarkedet. Husholdningen optimerer sin nytte og prisene bestemmes slik at markedene klareres; tilbud er lik etterspørsel.

3.2.2 Preferanser

I dette avsnittet tar jeg for meg nyttefunksjonen til den representative husholdningen og tilegner den nødvendige egenskaper for at agenten skal kunne foreta rasjonelle valg og tilpasninger.

Husholdningen ønsker å maksimere sitt totale konsum i løpet av livet. Samtidig er det reelt å anta at den ønsker minst mulig variasjon i konsumnivået fra periode til periode.

Husholdningens lever evig ($t = \{0, 1, 2, \dots, \infty\}$), slik at den står overfor samme maksimeringsproblem hver periode gitt modellens beskrankninger.

Nyttefunksjonen antas å være økende og konkav, det vil si at for hver enhet mer husholdningen i utgangspunktet konsumerer, jo mindre verdsetter den å konsumere ytterligere en enhet. Videre forutsetter jeg at funksjonen er kontinuerlig deriverbar.

Husholdningens preferanser modelleres da ved nyttefunksjonen:

$$(3.1) \quad U_0 = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t) \quad 0 < \beta < 1$$

hvor β er preferanseparameteren. Den forteller oss hvor tålmodig agenten er, eller mer presist hvor høyt han verdsetter én enhet av konsumgodet i dag i forhold til om han konsumerte det samme godet neste periode i stedet. c_t er konsumvariabelen.

Inadabetingelsene er oppfylt.

$$(3.2) \quad \begin{aligned} \lim_{c \rightarrow 0} u'(c) &= \infty \\ \lim_{c \rightarrow \infty} u'(c) &= 0 \end{aligned}$$

Den første forteller at agentens marginalnytte er uendelig for den første enheten han konsumerer, mens den andre inadaetningelsen fastslår at nytten avtar og nærmer seg null dersom agenten konsumerer et uendelig antall enheter.

Agenten forutsettes å ha konstant relativ risikoaversjon (KRRR)⁵

$$(3.3) \quad c = \frac{c^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} \quad 0 < \gamma < \infty$$

3.2.3 Teknologi

Konsumvaren produseres i henhold til produksjonsfunksjonen

$$(3.4) \quad y_t = f(k_t)$$

der y_t er produksjon og k_t er kapital i periode t .

En sentral forutsetning er at initialbeholdningen av kapital, k_0 , er positiv.

Videre antar jeg at teknologien kan beskrives ved en Cobb-Douglas produktfunksjon;

$$(3.5) \quad f(k_t) = e^{\zeta} k_t^{\alpha} = y_t$$

parameteren α forteller hvor viktig kapitalen er i produksjonsprosessen⁶. En stor fordel ved denne typen produktfunksjoner er at α tilsvarer kapitalandelen av totalinntekten⁷. En egenskap jeg har nytte av i kalibreringsdelen.

⁵ Etter økonomene Kenneth Arrow og John W. Pratt. Se tilleggsnotat for egenskapene til (2.3)

Produktfunksjonen er homogen av første grad, kontinuerlig og avtakende i kapitalinnsatsen. Den oppfyller også grensebetingelsene

$$(3.6) \quad \begin{aligned} \lim_{k \rightarrow 0} f'(k_t) &= \infty \\ \lim_{k \rightarrow \infty} f'(k_t) &= 0 \end{aligned}$$

Den første sier at marginalproduktet av første enhet kapital er uendelig, mens den andre innebærer at det er avtakende utbytte av kapitalinnsatsen i produksjonsprosessen og når bruken av kapital som innsatsfaktor er uendelig stor går grenseproduktet mot null. Inadabetingelsene forsikrer at kapitalmengden er positiv og begrenset.

Siden kapital er eneste innsatsfaktor må det nødvendigvis også være slik at

$$(3.7) \quad f(0) = 0$$

3.2.4 Bevegelsesloven for kapital

I løpet av produksjonsprosessen vil deler av kapitalbeholdningen forringes. Bygninger og maskiner vil for eksempel slites og dermed ha lavere verdi i en periode enn i forrige. Denne prosessen kalles depresiering og beskrives i modellen ved hjelp av depresieringsfaktoren, δ . For å holde produksjonen i gang er det derfor nødvendig å investere i kapital. Når agenten bestemmer hvorvidt han skal konsumere eller investere må han inkludere bevegelsesloven for kapital i sin betraktning. Denne sier at kapitalnivået i morgen er lik kapitalnivået i dag minus depresiering, pluss det han investerer i dag:

$$(3.8) \quad k_{t+1} = k_t - \delta k_t + i_t = (1 - \delta)k_t + i_t$$

der depresieringen ligger mellom 0 og 1 ($0 \leq \delta \leq 1$)

⁶ Legg merke til at α er produktelastisiteten med hensyn på kapitalinnsatsen. Se tilleggsnotat (T-2).

⁷ Viser i avsnitt 3.4.2.

3.2.5 Ressursbeskrankninger

Dersom enhver økonomi hadde hatt uendelig med ressurser hadde det vært liten bruk for samfunnsøkonomer. Men vårt livsgrunnlag; ressursbeskrankninger, er selve kjennetegnet på en økonomi. Modelløkonomien har følgende ressursbetingelse:

$$(3.9) \quad c_t + i_t \leq y_t$$

I hver periode velger agenten hvor mye han ønsker å investere og hvor mye han vil bruke på konsum. Samlet kan ikke dette overstige det som til enhver tid produseres i økonomien. Agenten har i periode t kapitalmengden k_t og maksimerer sin totale forventede livsløpsnytte.

3.3 Dynamisk likevekt;

Sosialplanleggerens problem

Første velferdsteorem sier at enhver frikonkurranselikevekt er pareto- optimal. Ved å anta at dette teoremet holder, kan jeg løse individenes problem som sosialplanleggerens problem. Løsningen på sosialplanleggerens problem er den optimale frikonkurranseløsningen. Sosialplanleggerens problem er mye enklere å løse. Han bryr seg bare om allokeringen, ikke prisene. Det vil si at jeg blir kvitt alle prisene, som her er renten, og individenes budsjettbetingelser.

Forutsetningene om agenten og markedsklarering impliserer følgende optimeringsproblem:

$$(3.10) \quad \max_{\{c_t, k_{t+1}\}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t)$$

gitt følgende betingelser

$$c_t + i_t \leq z_t f(k_t)$$

$$k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + i_t$$

$$c_t \geq 0$$

$$k_0 \geq 0$$

$$z_t = \rho z_{t-1} + \varepsilon$$

Teknologivariabelen, z , følger en AR(1)-prosess hvor

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon \sim i.i.d; \\ E_t[\varepsilon_{t+1}] = 0 \\ E_t[\varepsilon_{t+1}^2] = \sigma^2 \\ E_t[\varepsilon_{t+k} \varepsilon_{t+k+1}] = 0 \end{array} \right\} \forall t$$

For å løse maksimeringsproblemet bruker jeg rekursiv formulering. Da finner jeg den optimale investeringsfunksjonen direkte og kan bruke den til å utlede den optimale investeringssekvensen gitt en hvilken som helst kapitalstokk. Denne måten å se på problemet viser husholdningens umiddelbare reaksjon, ved en endring i økonomien, som en funksjon av den nåværende situasjonen. Ved rekursiv programmering kan alle forhold uttrykkes tidsuavhengig, de er stasjonære. Det vil si at agentens optimale valg er det samme uansett i hvilken tidsperiode han optimerer.

Først må jeg redegjøre for de ulike variablene som tas i betraktning. Det er to ulike variabeltyper;

- tilstandsvariabler, som er det variabelsettet som er tilstrekkelig for å summere all informasjon som trengs for å løse det fremoverskuelige optimeringsproblemet. Disse kan være både endogene og eksogene.
- Kontrollvariabler er de variablene som må velges

I tillegg har vi prisvariablene. De er verken tilstands- eller kontrollvariabler. De er eksogene variabler som klarerer markedene.

Tabell(1) – oversikt over modellens variabeltyper

Variabeltype	Periode	
	T	t+1
Kontrollvariabler	c_t, k_{t+1}	c_{t+1}, k_{t+2}
Endogen tilstandsvariabel	k_t	k_{t+1}
Eksogen tilstandsvariabel	z_t	z_{t+1}

Bellmanligningen er verdifunksjonen for maksimeringsproblemet:

$$\begin{aligned}
 (3.11) \quad & V(z_t, k_t) = \max_{\{k_{t+1}, c_t\}} \{u[c_t] + \beta E_t[V(z_{t+1}, k_{t+1})]\} \\
 & \Downarrow \\
 & V(z_t, k_t) = \max_{\{k_{t+1}\}} \{u[(1-\delta)k_t + z_t f(k_t) - k_{t+1}] + \beta E_t[V(z_{t+1}, k_{t+1})]\}
 \end{aligned}$$

Bellmanligningen er en sammenheng av uavhengige variabler og ukjente funksjoner som skal løses. Løsningen uttrykkes ikke som en bestemt variabel, x eller y, men som en funksjonell form.

Som vanlig i optimeringsproblemer må jeg finne førsteordensbetingelsene.

Førsteordensbetingelsen med hensyn på kontrollvariabelen, k_{t+1} , er den betingelsen

som tilfredsstiller følgende likhet:
$$\frac{\delta V(k_t, z_t)}{\delta k_{t+1}} = 0$$

$$(3.12) \quad \frac{\delta V(k_t, z_t)}{\delta k_{t+1}} = -u'(c_t) + \beta E_t \frac{\delta V(k_{t+1}, z_{t+1})}{\delta k_{t+1}}$$

$$(3.13) \quad \frac{\delta V(k_t, z_t)}{\delta k_t} = -u'(c_t)[(1-\delta) + z_t f'(k_t)]$$

Den optimale løsningen er den samme uavhengig om agenten befinner seg i periode t eller t+1, løsningen er stasjonær, kan jeg endre (3.13) på følgende måte:

$$(3.13') \quad \frac{\delta V(k_{t+1}, z_{t+1})}{\delta k_{t+1}} = [1 + z_{t+1} f'(k_{t+1}) - \delta] u'(c_{t+1})$$

Ved å kombinere (2.5) og (2.6') finner jeg at:

$$\frac{\delta V(k_t, z_t)}{\delta k_{t+1}} = -u'(c_t) + \beta E_t[(1 + z_{t+1}f'(k_{t+1}) - \delta)u'(c_{t+1})] = 0$$

(3.14)

$$\Rightarrow u'(c_t) = \beta E_t[(1 + z_{t+1}f'(k_{t+1}) - \delta)u'(c_{t+1})]$$

Definerer

$$(3.15) \quad R_t = (1 + z_{t+1}f'(k_{t+1}) - \delta)$$

hvor R_t er nominell rente i periode t.

Kombinerer (3.14) og (3.15) og ser at i likevekt må følgende betingelse gjelde:

$$(3.16) \quad E(R_{t+1}) = \beta E_t \left(\frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \right)$$

$$(3.17) \quad R_{t+1} \equiv (1 + r_{t+1}) \Rightarrow E(1 + r_{t+1}) = \beta E_t \left\{ \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \right\}$$

$$(3.18) \quad \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right) \uparrow \Rightarrow \left(\frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \right) \downarrow \Rightarrow E(r_{t+1}) \downarrow$$

Modellen viser at det er optimalt for agenten at forventet avkastning på kapitalen går ned når konsumveksten øker. Det vil si at han er villig til å betale mer for aktiva som gir høy forventet avkastning i perioder hvor konsumet ellers er lavt enn for de som gir høy avkastning i perioder med høyt konsum. Dette er en viktig observasjon i forbindelse med aktivaprisering.

3.4 Kvantifisering

Økonomien antas å være i en balansert vekstbane. Langs denne banen finnes det ulike stasjonære forhold mellom økonomiens sentrale makroøkonomiske størrelser. I økonomien jeg betrakter er det først og fremst to forhold som er av interesse; investering-kapital-raten (i/k) og kapital-produksjon-raten (k/y).

3.4.1 Den balanserte vekstbane

Når vi snakker om den balanserte vekstbane i makroøkonomiske sammenhenger ser vi for oss at økonomien befinner seg i en tilstand hvor hovedstørrelser, som oftest (men ikke alltid) produksjonen og kapitalmengden, vokser i samme tempo og realrenten holdes konstant. De fleste vekstmodeller i økonomisk litteratur er konstruert slik at de matcher dette konseptet, som delvis er basert på teoretisk bekvemmelighet, men også på historiske observasjoner. Kapital-produksjon-raten har vist seg å være stabil over tid. Spesielt i den industrialiserte delen av verden.⁸

For at en balansert vekstbane skal eksistere kreves det sterke antakelser. Den mest vanlige utledningen krever at produksjonen kan skrives som en funksjon av arbeidsmengden og den totale kapitalmengden som skytes inn i produksjonen, med avtakende marginalprodukt i begge innsatsfaktorer og konstant skalautbytte. I tillegg må enten produktfunksjonen være av Cobb-Douglas-typen eller teknologien begrenset til arbeids-forøkelses-typen⁹. Det vil si at når teknologien utvikler seg, skal det være som om økonomien har mer arbeidskraft enn tidligere og ikke som om det er mer kapital.

⁸ Kilde; Temple, Jonathan (2005): "Balanced Growth". Se referanseliste.

⁹ "labour-augmenting type"

3.4.2 Kalibrering av modellens strukturelle parametre

For å se hvorvidt modellens prediksjoner matcher bestemte dataobservasjoner må jeg finne tallverdier for parametrene i modellen. Dette kalles å kalibrere den. Jeg må også tallfeste ulike ratioer langs den balanserte vekstbanen. Cooley og Prescott (1995) viser en oversikt over en generell kalibreringsstrategi. Fremgangsmåten jeg bruker i denne oppgaven tar utgangspunkt i metoden brukt i Krueger (2005).

Først må jeg spesifisere produktfunksjonen, som jeg antar er av Cobb- Douglas typen. Deretter finner jeg den ressursallokeringen som er samfunnsøkonomisk lønnsom ved å løse husholdningens nyttemaksimeringsproblem, som et samfunnsplanleggerens optimeringsproblem.

Spesifiserer produktfunksjonen:

$$(3.19) \quad f(k_t) = e^{z_t} k_t^\alpha = y_t$$

Sosialplanleggerens problem:

$$(3.20) \quad \max_{\{c_t, k_{t+1}\}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t)$$

som skal tilfredsstille

$$c_t + k_{t+1} - (1 - \delta)k_t = e^{z_t} k_t^\alpha$$

$$c_t \geq 0$$

$$k_0 \geq 0$$

$$z_t = \rho z_{t-1} + \varepsilon_t$$

For å løse dette problemet setter jeg opp en Lagrangefunksjon og finner førsteordensbetingelsene:

$$(3.21) \quad L = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t) + \sum_{t=0}^{\infty} \lambda_t \left[e^{z_t} k_t^\alpha - c_t - k_{t+1} + (1-\delta)k_t \right]$$

Førsteordensbetingelsene for optimeringsproblemet blir da:

$$(3.22) \quad \frac{\partial L}{\partial c_t} = \beta^t u'(c_t) - \lambda_t = 0$$

$$(3.23) \quad \frac{\partial L}{\partial c_{t+1}} = \beta^{t+1} u'(c_{t+1}) - \lambda_{t+1} = 0$$

$$(3.24) \quad \frac{\partial L}{\partial k_{t+1}} = -\lambda_t + \lambda_{t+1} \left[\alpha e^{z_t} k_{t+1}^{\alpha-1} + (1-\delta) \right] = 0$$

Reformulerer:

$$(3.25) \quad \beta^t u'(c_t) = \lambda_t$$

$$(3.26) \quad \beta^{t+1} u'(c_{t+1}) = \lambda_{t+1}$$

$$(3.27) \quad \lambda_t = \lambda_{t+1} \left[\alpha e^{z_t} k_{t+1}^{\alpha-1} + (1-\delta) \right]$$

Ved å kombinere de tre ligningene over kan jeg finne et uttrykk for den optimale allokeringen av konsum og kapital

$$(3.28) \quad \begin{aligned} \beta^t u'(c_t) &= \lambda_t = \lambda_{t+1} \left[\alpha e^{z_t} k_{t+1}^{\alpha-1} + (1-\delta) \right] = \beta^{t+1} u'(c_{t+1}) \left[\alpha e^{z_t} k_{t+1}^{\alpha-1} + (1-\delta) \right] \\ &\Leftrightarrow \\ u'(c_t) &= \beta u'(c_{t+1}) \left[\alpha e^{z_t} k_{t+1}^{\alpha-1} + (1-\delta) \right] \end{aligned}$$

Dette er den intertemporale Euler- ligningen. Venstresiden uttrykker nyttetapet ved å konsumere en enhet mindre i periode t og i stedet investere den. Det vil si marginalkostnaden ved sparing i periode t. Høyresiden viser nytteøkningen i periode

$t+1$ per enhets økning i konsum multiplisert med avkastningen på den investerte enheten (målt i antall enheters økning i c).

På grunn av at nyttefunksjonen er konkav er betingelsen om at marginalkostnaden ved sparing skal være lik marginalfortjenesten en optimeringsbetingelse. En strengt konkav nyttefunksjon impliserer også at agenten foretrekker en jevn konsumstrøm

Fordi problem er stasjonært vil tidsindekseringen utelukkes i resten av kapitlet. Etter å ha forutsatt at økonomien er i en balansert vekstbane kan Euler- ligningen omskrives:

$$(3.29) \quad \frac{u'(c_t)}{u'(c_{t+1})} = \beta(\alpha \frac{e^{z_t} k^\alpha}{k} + 1 - \delta) = \beta(\alpha \frac{y}{k} + 1 - \delta) = 1$$

Realrenten er lik nettodepresieringen til kapitalens marginalprodukt. Det gjør at dette blir

$$(3.30) \quad \beta = \frac{1}{1+r}$$

Følgende parametre må kalibreres: $(r, \alpha, \beta, \delta, \sigma_\varepsilon)$

Da jeg er interessert i å undersøke modellens konjunktregenskaper og ikke ønsker å velge parametre som hjelper modellen til å levere gode konjunktur implikasjoner, velger jeg parametre som matcher langsiktige observasjoner i den norske økonomien. Parameterverdiene vil variere noe fra land til land. Tre av parametrene har tidsdimensjon (r , δ og β), jeg må derfor spesifisere periodelengden. I tråd med det meste av tidligere konjunkturforskning velger jeg å bruke kvartalsvise data. Dette vil også være forenlig med resten av oppgaven. For parametrene med tidsdimensjon vil jeg konvertere årlige data til kvartalsvise.

Realrenten (r):

En statsobligasjon har en fast rente som, på en bestemt dato en gang i året, gir en renteutbetaling av det nominelle pålydende beløpet. Ved forfallsdato utbetaler obligasjonen i tillegg til kupongrenten også det nominelle pålydende beløp.

Kupongrenten på obligasjonen reflekterer markedrenten på det tidspunkt som obligasjonen første gang ble emittert til markedet. Siden markedrentene varierer over tid er det dermed ulike kuponger på forskjellige obligasjoner. De norske statsobligasjonene utstedes normalt slik at det finnes obligasjoner med mellom 2 og 11 års løpetid. Et sertifikat er en obligasjon med løpetid under ett år. I juni 2000 ble norske statssertifikater, som en del av en internasjonal tilpasning for korte papirer, erstattet med statskasseveksler. Statskasseveksler er statssertifikater med kupongrente på null.

Risikoen på et verdipapir gjenspeiles i rentevolatiliteten og kan deles opp i likviditetsrisiko og inflasjonsrisiko. Statspapirer innebærer så godt som ingen likviditetsrisiko og for å minimere inflasjonsrisikoen velger jeg å bruke en kortsiktig rente. Korteste løpetid som tilbys på statspapirer i Norge er 3 måneder. I mangel på et godt mål på kapitalens grenseprodukt velger jeg derfor å bruke realrenten på 3-måneders statskasseveksler som "risikofritt" finansielt instrument.

Kalibrering av realrenten foretar jeg ved å bruke Fisher-ligningen. Nominell renteverdi og inflasjonsnivå finner jeg henholdsvis ved å bruke nominelle verdier av kvartalsvis rente på 3-mnd statskasseveksler, basert på statistikk fra Reuters Ecowin¹⁰ og tall på konsumprisindeksen fra Statistisk Sentralbyrå.

Tabell(2) – Rente- og inflasjonsnivå beregnet fra historiske data

Nominell rente	2,02 %	Kilde: Ecowin, tall fra 1971–2007
Inflasjonsnivå	1,29 %	Kilde: SSB, tall fra 1971–2007

Ved bruk av tallverdiene og Fisher-ligningen finner jeg at:

$$(3.31) \quad r = R - \pi = 2,02 \% - 1,29 \% = 0,73 \%$$

¹⁰ Kilde; Finansdepartementet

Den kvartalsvise realrenten har i gjennomsnitt vært 0,73 % de siste 36 årene.

Kapitalandelen (α);

En vesentlig fordel med å bruke en Cobb-Douglas produktfunksjon er at parameteren α reflekterer hvor stor del av totalutbyttet som er kapitalinntekt, slik at α tilsvarende den langsiktige kapitalandelen i dataobservasjonene. Ved å anta at inntekten kommer enten fra kapital eller lønnet arbeid er lønnsandelen $(1-\alpha)$ og kapitalandelen (α). Med en befolkning på n arbeidende individer og lønnsinntekt w må følgende likheter være tilfredsstillende:

$$(3.32) \quad wn = (1 - \alpha)y$$

$$(3.33) \quad rk = \alpha y$$

omskrevet:

$$(3.32') \quad \frac{wn}{y} = (1 - \alpha)$$

$$(3.33') \quad \frac{rk}{y} = \alpha$$

Omar Saleemi finner i sin masteroppgave, "Velferdsøkonomiske konsekvenser av en sekstimersdag" (2007), at kapitalandelen de siste 18 årene i gjennomsnitt har ligget på 0,39¹¹. Jeg baserer resten av min oppgave på denne verdien og forutsetter at den er konstant.

Depresieringsraten (δ);

Jeg antar at økonomien er i en balansert vekstbane, slik at $k_t = k_{t+1} = k$

Ved å dele begge sider av ressursbetingelsen med k og bruke det faktum at

$c_t + i_t = f(k_t)$ finner jeg at:

¹¹ <http://www.duo.uio.no/publ/okonomisk/2007/61209/Masteroppgavex-xOmarxSaleemi.pdf>, s. 18 og 54.

$$\begin{aligned}
 c_t + k_{t+1} - (1 - \delta)k_t &= f(k_t) \\
 k - k + \delta k &= f(k) - c \\
 \delta k &= i \\
 \delta &= \frac{i}{k}
 \end{aligned}
 \tag{3.34}$$

Depresieringsraten er under modellens forutsetninger lik i/k -raten. Ved bruk av norske data finner jeg at den langsiktige i/k -raten er $0,074$ ¹². Det vil si at den årlige depresieringsraten er på 7,4 %. Men jeg ønsker å forholde meg til kvartalsdata. Kapitalbeholdningen refererer til en variabel som er målt på ett bestemt tidspunkt, mens investeringsraten derimot er en flytvariabel som refererer til en tidsperiode og derfor avhenger av periodelengden. En årlig i/k -rate på $0,074$ kan på følgende måte konverteres til den kvartalsvise depresieringsraten:

$$\frac{1}{4} \frac{i}{k} = \frac{0,074}{4} = 0,0185 = 1,85\% = \delta
 \tag{3.35}$$

Kapitalbeholdningen i Norge depresierer altså med 1,85 % per kvartal.

Preferanseparameteren (β);

Preferanseparameteren måler hvor høyt agenten verdsetter c_t i forhold til c_{t+1} . Lav β betyr at agenten mye heller foretrekker å konsumere én enhet av konsumgodet innværende periode enn å vente til neste periode med å konsumere det samme godet.

Siden jeg allerede har funnet realrenten er det enkelt å kalibrere parameteren

$$\beta = \frac{1}{1+r} = \frac{1}{1+0,0073} = 0,993
 \tag{3.36}$$

Teknologisjokk (ρ);

ρ måler hvor vedvarende teknologisjokkene er. Jo høyere verdi på ρ , jo lengre er perioden hvor sjokket påvirker økonomien.

¹² Se tabell B

Ved å ta logaritmen av produktfunksjonen finner jeg at

$$(3.37) \quad \log(Y_t) = z_t + \alpha \log(k_t)$$

$$\Updownarrow$$

$$(3.38) \quad z_t = \log(Y_t) - \alpha \log(k_t)$$

Setter (3.38) inn i (3.37) og løser ut for sjokkparameteren:

$$(3.39) \quad \log(Y_{t+1}) - \alpha \log(k_{t+1}) = \rho [\log(Y_t) - \alpha \log(k_t)] + \varepsilon_t$$

$$\Updownarrow$$

$$(3.40) \quad \rho = \frac{\log(Y_{t+1}) - \alpha \log(k_{t+1})}{\log(Y_t) - \alpha \log(k_t)} - \varepsilon_t$$

Som tabell (C) viser har den gjennomsnittlige sjokkparameteren vært 1,007 de siste 34 årene.

Tabell (3) – Økonomiens langsiktige verdier, basert på historiske data

Realrente	$r = R - KPI$	0,0073
Investering/kapital	$\mathcal{S} = \frac{i}{k}$	0,0185
Preferanseparameter	$\beta = \frac{1}{1 + r}$	0,993
Kapitalandel	$\alpha = 1 - \frac{wn}{y} = \frac{rk}{y}$	0,39
Sjokkparameter	$\rho = \frac{\log(Y_{t+1}) - \alpha \log(k_{t+1})}{\log(Y_t) - \alpha \log(k_t)} - \varepsilon_t$	1,007

3.5 Kvantitative resultater

3.5.1 Makrovariablenes stasjonære verdier

For å undersøke i hvor stor grad modellen kan redegjøre for bevegelsene til produksjon, konsum, investeringer og realrente over konjunktursyklusen, må jeg løse det rekursive problemet og finne de stasjonære, tidskonsistente handlingsreglene for investeringer og konsum.

I periode t har husholdningen allerede valgt kapitalnivået for inneværende periode, men kapitalen neste periode må også bestemmes. I det rekursive problemet er k_t endogen tilstandsvariabel og k_{t+1} en kontrollvariabel.

Metoden jeg bruker for å finne en numerisk tilnærming til verdifunksjonen og de stasjonære beslutningsreglene er diskret verdifunksjonsiterering. I dataprogrammet Mathworks MATLAB definerer jeg først et "grid" for de ulike verdiene k kan ta, og beskriver modelløkonomien ved hjelp av bruker parameterverdiene jeg kalibrerte i 3.4.2.

Første programmeringskode, som er vedlagt, beskriver hvordan jeg bruker Bellmanligningen og utfører itereringen¹³. Metoden gir meg følgende stasjonære verdier:

Tabell (4) – modelløkonomiens statistiske egenskaper

	Std.avvik	Std.avvik, relativt til y	Korrelasjon med y
(y)	0.02828	1.00000	1.00000
(c)	0.02432	0.85972	0.95041
(i)	0.07378	2.60866	0.79675
(k)	0.02642	0.93418	0.81707
(r)	0.01664	0.58832	0.40191

¹³ Programkoden er opprinnelig laget av min veileder, Espen Henriksen, for bruk i kurset ECON 4310. Tusen takk for tilgang til koden, Espen.

Matrisen over summerer opp modelløkonomiens statistiske egenskaper. Den viser standardavvik, standardavvik relativt til standardavviket til y og korrelasjonen med y for henholdsvis produksjonen (y), aggregert konsum (c), investeringer (i), kapital (k) og realrenten (r).

3.5.2 Modelløkonomien vs. den virkelige verden.

En sammenligning av empiriske og modellerte data

Jeg ønsker å sammenligne makrostørrelsens modellerte statistiske egenskaper som jeg fant i forrige avsnitt med tilsvarende empiriske observasjoner. På denne måten håper jeg å kunne si noe om hvorvidt en stokastisk neoklassisk vekstmodell egner seg til å forklare den virkelige økonomien.

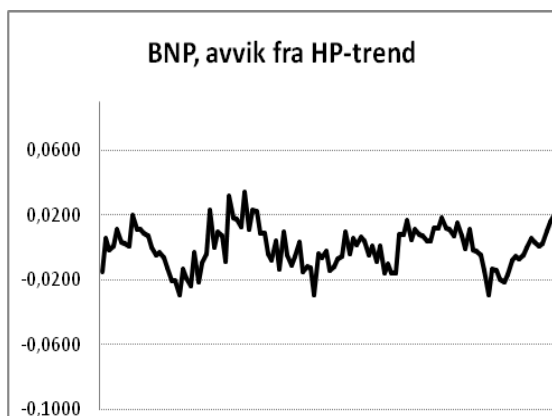
Bjørnland (2002) analyserer norske tidsserier fra 1865 til 2000. Men skiller mellom fire forskjellige tidsperioder som hun kaller "Gullstandard" (1865- 1914), "Mellomkrigstiden" (1915- 1939), "Bretton Woods" (1946- 1971) og "Petroperioden" (1972- 1999). Jeg vil bruke tallene hun finner for sistnevnte periode, da det er dette tidsintervallet oppgaven fokuserer på ellers også. Bjørnland skiller ut dataenes sykliske komponenter og ser på stabiliteten målt ved prosentvis standardavvik. I tillegg undersøker hun hvordan syklene i de ulike variablene beveger seg i forhold til produksjonen (BNP), hun måler med andre ord korrelasjonen med BNP. Bjørnland (2002) har ikke inkludert realrenten og kapitalnivået i sin analyse. Kapitalnivået utelukker også jeg fra min analyse, da dette ikke er sentralt for oppgavens formål. Det er heller aldri, så vidt jeg vet, funnet grunnlag for å trekke modellens forklaringsevne i tvil når det gjelder kapitalnivået. Realrenten har jeg til en viss grad redegjort for i 2.1, men for å kunne sammenligne det teoretiske og det empiriske resultatet på samme grunnlag, beregner jeg standardavviket og korrelasjonen.

Beregning av realrentens statistiske egenskaper:

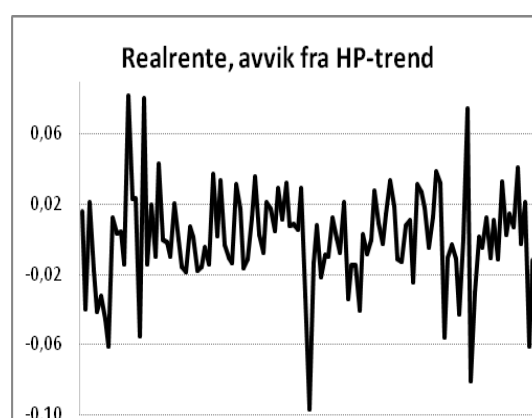
Figur (4a) og (4b) på neste side viser klart at realrenten er betydelig mer volatil enn produksjonsnivået. Beregning basert på dataseriene figurene beskriver viser at standardavviket til realrenten er 2,34 ganger høyere enn det tilsvarende standardavviket til BNP.

For å undersøke hvorvidt realrenten samvarierer med BNP beregner jeg korrelasjonen mellom de to dataseriene. Det gir meg en koeffisient på 0,004. BNP og realrente er svakt positivt korrelerte.

Figur (4a) – avvik fra HP- trend, BNP. 1978 - 2007



Figur(4b) – avvik fra HP-trend realrente, 1978 – 2007



Sammenligning

Jeg sammenligner resultatet fra dataobservasjonene med tallene modelløkonomien genererer for hver enkelt variabel. På samme måte som jeg viser i tabell (4) brukes BNP som sammenligningsgrunnlag. Dette er i tråd med de fleste konjunkturanalyser.

Konsum (c):

	Empirisk		Teoretisk		
	Std.avvik rel. til BNP	Korrelasjon med BNP	Std.avvik rel. til BNP	Korrelasjon med BNP	
Privat konsum	0,6	0,76	0,86	0,95	Aggregert konsum
Off. konsum	--	0,16			

- I modelløkonomien er korrelasjonskoeffisienten mellom konsum og produksjon svært nær 1. Mens standardavviket til konsum er omtrent 14 % lavere enn standardavviket til produksjonen.
- Bjørnland (2002) skiller mellom privat og offentlig konsum. Hun finner at privat konsum er sterkt prosyklisk med en korrelasjonskoeffisient på 0,76. Offentlig konsum er også prosyklisk, men med en mye lavere koeffisient.. Hun finner også at konsum har et betydelig lavere standardavvik enn BNP.
- På grunnlag av disse observasjonene kan jeg fastslå at det totale konsumet varierer prosyklisk både i teorien og empirien. Forholdet mellom standardavviket til BNP og privat konsum er omtrent det samme i modellen og i empirien. Selv om korrelasjonen er en anelse lavere i virkeligheten enn i modellen mener jeg at jeg har nok belegg for å kunne fastslå at modellen redegjør godt for konsumets statistiske egenskaper.

Investeringer (i):

	Standard avvik rel. til BNP	Korrelasjon med BNP
Empirisk	5,12	0,67
Teoretisk	2,61	0,8

- I modellen er investering positivt korrelert med BNP, men korrelasjonskoeffisienten, på 0,8, tilsier at investeringer ikke er like sterkt korrelert som konsumet. Standardavviket, derimot er over to en halv gang så stort som standardavviket til produksjonen.
- I Bjørnland (2002) viser det seg også at investeringer er positivt korrelert med BNP og at denne korrelasjonen er litt lavere enn konsum-produksjon korrelasjonen. Empirien viser at standardavviket i investeringstidsserien er hele 5,12 ganger så stor som standardavviket til BNP.
- Modellen redegjør svært godt for korrelasjonen med BNP. Når det gjelder å forklare standardavviket i investeringene fungerer modellen godt i den forstand at både i den fiktive og den virkelige økonomien er investeringen mye mer volatil enn BNP. Men i virkeligheten er nok denne forskjellen større enn det

modelløkonomiens anslag tilsier. Noe av årsaken kan kanskje forklares med at Bjørnland ikke betrakter offentlige investeringer, som i følge Husebø og Wilhelmsen (2005) har et lavere standardavvik enn private investeringer. De finner også at korrelasjonskoeffisienten mellom BNP og offentlige investeringer er ca 0,2. Men alt i alt finner jeg resultatet tilfredsstillende nok til å konkludere med at vekstmodellen redegjør godt for investeringsvariabelens statistiske egenskaper.

Realrente (r):

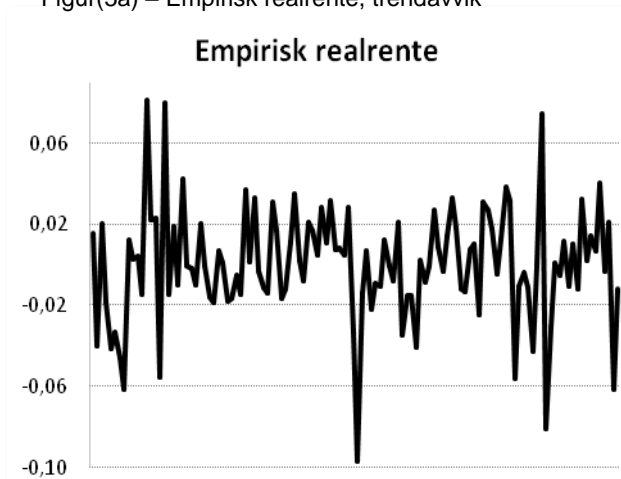
	Standard avvik rel. til BNP	Korrelasjon med BNP
Empirisk	2,34	0,004
Teoretisk	0,59	0,4

- Modelløkonomien beskriver en realrente som korrelerer positivt med produksjonsnivået med en koeffisient på 0,4. Realrenten har også veldig lavt standardavvik, omtrent 3/5 av standardavviket til BNP. Det vil si at i modellen inneholder realavkastningen på kapital lite risiko.
- De empiriske observasjonene forteller at korrelasjonen mellom realrenten og BNP er svært liten. Koeffisienten på 0,004 er så lav at jeg vil karakterisere den empiriske realrenten som asyklisk. Mer oppsiktsvekkende er likevel volatiliteten i rentebanen; standardavviket er hele 2,34 ganger større enn standardavviket til BNP. En verdi som er svært stor når vi vet at realrenten tilsvarer avkastningen på et verdipapir vi omtaler som risikofritt.
- Resultatet er svært interessant og bekrefter at resultatet Gomme, Ravikumar og Rupert (2006) finner også gjelder norsk økonomi. Dataobservasjonene forteller at realrenten er mye mer volatil enn BNP. I modellen er dette resultatet motsatt, der er realrenten bare 3/5 av standardavviket til BNP. Som jeg nevner i punktet over er det oppsiktsvekkende at selv statskasseveksler inneholder så mye risiko i form av volatil avkastning. Modellen bommer også kraftig når det gjelder å anslå korrelasjonen med BNP. I modelløkonomien er realrenten tydelig korrelert med BNP, mens empiriske beregninger viser at

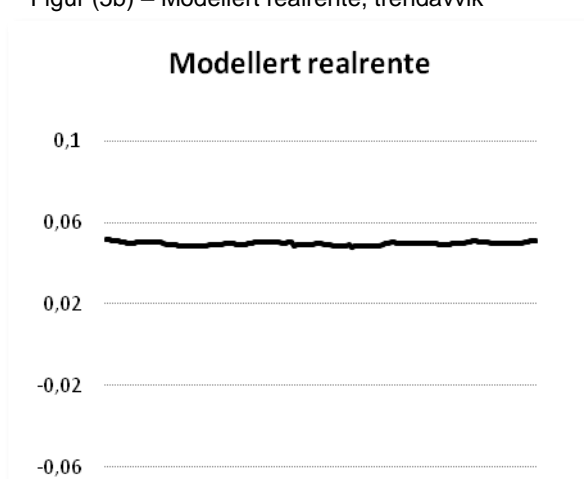
realrenten er asyklisk. Konklusjonen i dette punktet blir at modellen egner seg svært dårlig til å forklare realrentebanen og realrentens statistiske egenskaper.

For å vise tydeligere hvor stor denne forskjellen er, viser jeg den empiriske og den modellerte realrenten i to diagram med samme aksekskala. Begge kurvene er basert på et 143 kvartalers utsnitt av tidsseriedataene.

Figur(5a) – Empirisk realrente, trendavvik



Figur (5b) – Modellert realrente, trendavvik



Figurene over illustrerer tydelig at realrentebanen i virkeligheten er svært volatil, sammenlignet med realrenten i modellen, som viser en tilnærmet lineær utvikling.

En stokastisk neoklassisk vekstmodell redegjør altså godt for makroøkonomiske størrelser som produksjon, konsum og investeringer. Men den samme modellen klarer overhodet ikke å forklare reproducere volatiliteten og de lavfrekvente elementene i realrentebevegelsen. Korrelasjonen er i virkeligheten 1/100 lavere enn det i modellen, men likevel er det mest overraskende, - og særs oppsiktsvekkende, at den mest risikofrie renten vi har i Norge er mange ganger mer volatil enn produksjonsnivået.

3.6 Oppsummering

Statskasseveksler er det nærmeste vi kommer er risikofritt norsk aktivum. I mangel av et godt mål på grenseproduktet på aggregert kapital brukte jeg derfor den nominelle renteserien til dette verdipapiret som en tilnærming. For å kunne analysere realrentens statistiske egenskaper dekomponerte jeg tidsserien ved hjelp av et HP1600- filter og beregnet deretter avvikene fra trenden. Jeg fant to svært interessante elementer i rentebevegelsen:

- En betydelig volatilitet.
Høy volatilitet i rentebevegelsen betyr at det er usikkert hvor stort grenseproduktet på kapital blir i fremtiden. I denne oppgaven er dette grenseproduktet avkastningen på statskasseveksler, som er et nominelt verdipapir vi ofte omtaler som "risikofritt". Det er derfor oppsiktsvekkende at fluktuasjonen i rentebanen viser seg å være så stor.
- En helt klar sekulær trend.
Trend- eksistensen er overraskende fordi økonomisk teori beretter om er realrente som følger en jevn, lineær utvikling.

Resultatet fra den empiriske analysen av realrenten får meg til å lure på om økonomisk teori kan forklare og reprodusere de egenskapene jeg har funnet i norske data. Gomme, Ravikumar og Rupert fant nemlig i 2006 at realkonjunkturmodeller i liten grad kan forklare realrentens egenskaper.. For å finne ut av det, utleder jeg en stokastisk neoklassisk vekstmodell som jeg kalibrerer med hensyn på forhold i norsk økonomi. Jeg bruker Bellmanligningen og utfører diskret verdifunksjonsiterering i Mathworks Matlab. Dette gir meg de statistiske egenskapene til modelløkonomiens makrostørrelser; produksjon, konsum, investeringer, kapital og realrente. Jeg ønsker å sammenligne disse egenskapene med dataobservasjoner fra norsk økonomi. I Bjørnland (2002) finner jeg ønskelige tall for konsum, investeringer og produksjon. Realrentens egenskaper finner jeg selv ved hjelp av trendberegning med et HP1600- filter. Kapital utelukker jeg, da denne variabelen ikke er av betydning i oppgaven og dessuten vanskelig å finne gode tall

for. Etter å ha fått på plass alle empiriske fakta av betydning gjennomfører jeg en sammenligning av tallene og finner et meget overraskende resultat.

Sammenligning av de teoretiske resultatene fra modelløkonomien og de empiriske funnene viser at vekstmodellen forklarer bevegelsene i både investeringer, konsum og produksjon på en måte som matcher empirien godt. Men når det gjelder å reprodusere volatiliteten og de lavfrekvente elementene i rentebevegelsen viser modellen seg meget utilstrekkelig. I modellen inneholder realrenten lite risiko, den har en varians tilsvarende omtrent 1/3 av variansen til BNP. Empirien, derimot, viser at i virkeligheten er denne variansen over 16 ganger så stor. Nærmere bestemt fem ganger større enn variansen til BNP. Meget overraskende med tanke på at realrenteserien beskriver avkastningen på et verdipapir som ofte kalles "risikofritt" og som er det mest risikofri aktivumet som finnes i Norge. Modellen redegjør heller ikke for korrelasjonen mellom produksjon og realavkastning. Denne koeffisienten er 100 ganger høyere i modellen enn i virkeligheten. Resultatet samsvarer i stor grad med det Gomme, Ravikumar og Rupert (2006) finner for amerikanske dataobservasjoner.

På grunnlag av resultatene jeg har funnet og dokumentet mener jeg å ha grunnlag for å konkludere med at også i norsk økonomi redegjør den neoklassiske vekstmodellen godt for utviklingen i produksjon, investeringer og konsum, men egner seg overhodet ikke til å forklare volatiliteten og de lavfrekvente elementene i grenseproduktet på kapital, realrenten.

Jeg har dokumentert at "risikofri" aktiva i virkeligheten er betydelig usikre. I tillegg vet vi at de har lav forventet avkastning. Likevel eksisterer det et marked for denne typen verdipapir. Hva skyldes det? Kan det være at avkastningen samvarierer med konsum på en svært heldig måte?

Statspapirer inneholder ingen kredittrisiko. Usikkerheten knyttet til avkastningen på nominelle statspapirer skyldes derfor i sin helhet inflasjonsrisiko. Lav inflasjon gir høy realavkastning. Som jeg viste i vekstmodellen ønsker individene høy avkastning i perioder hvor konsumet ellers er lavt. Jeg finner det derfor naturlig å undersøke hvorvidt inflasjonen kan forklare markedet for nominelle obligasjoner, om den bidrar

til at statskasseveksler fungerer som en god hedge. Nærmere bestemt; fører korrelasjonen mellom inflasjon og konsum til at vi ønsker å holde denne "risikofri" aktiva til tross for høy volatilitet og lav forventet avkastning?

For å besvare denne problemstillingen utleder jeg i neste kapittel en modell som illustrerer hvordan prisnivået på en obligasjon dannes og hvordan dette avhenger av inflasjon og inflasjonsforventninger så vel som konsumnivået.

4 Aktivprising

Når vi priser et aktivum baserer vi oss på at prisen skal tilsvare total forventet diskontert avkastning. Da vi opererer med forventningsbegrepet her, er det nødvendigvis også knyttet en viss risiko til avkastningen på aktivumet vi priser. Investorene, som rasjonelle, nyttemaksimerende aktører, vil kreve en kompensasjon, en risikopremie, for å være villige til å ta denne risikoen. I mangel av et godt mål på grenseproduktet på kapital vil jeg også i denne delen av oppgaven bruke 3-måneders statskasseveksler som "risikofritt" finansielt instrument. Statskasseveksler innebærer nemlig null kredittrisiko¹⁴, hvilket betyr at risikoen knyttet disse sertifikatene i sin helhet skyldes usikkerhet om fremtidig inflasjon. Inflasjonsrisikoen øker med verdipapirets løpetid, fordi det er vanskeligere å spå noe om landets økonomi om to år enn det å estimere hvordan situasjonen vil være om noen få måneder. 3-måneder er korteste løpetid som tilbys på statskasseveksler i Norge.

Hvis vi befant oss i en fiktiv økonomi hvor det rådet full informasjon ville Fisher-ligningen gi oss den hele og fulle sannhet om avkastningen på en nominell obligasjon. Som jeg har vist tidligere i oppgaven sier denne sammenhengen at den nominelle renten på et verdipapir skal reflektere realrenten pluss en kompensasjon til investoren for kjøpekraftsreduksjonen fremtidig inflasjon medbringer.

Men i den virkelige verden står vi overfor inflasjonsusikkerhet fordi vi ikke vet hvor stor inflasjonen blir i fremtiden. For at en investor skal være villig til å investere i et nominelt verdipapir må den nominelle avkastningen dermed gjenspeile den risikoen fremtidig inflasjon innebærer. Det vil si at prisen må fastsettes med hensyn på ytterligere en faktor; en inflasjons risikopremie (IRP). Prisen på statskasseveksler består altså av realavkastningen investoren krever, inflasjonsforventningen hans og inflasjons risikopremie (IRP);

$$r = R - [E(\pi) + IRP]$$

IRP er i virkeligheten det som skiller en nominell obligasjon fra en real obligasjon.

¹⁴ Da jeg ikke ser det som overbærende sannsynlig at den norske stat vil gå konkurs.

Det er svært interessant å undersøke om IRP er en positiv eller negativ variabel, fordi nettopp denne variabelen kan fortelle noe om hvorvidt inflasjon bidrar til at nominelle obligasjoner blir mer eller mindre ønskelig å holde.

Jeg utleder først en modell som hjelper meg å finne et uttrykk for inflasjonsrisikopremien, slik at jeg deretter kan beregne størrelsen ved hjelp av norske data.

4.1 Den konsumbaserte kapitalverdimodellen

I dynamiske modeller med en representativ agent er det tette bånd mellom konsum og aktivaprisering. Robert Lucas (1978) utviklet en modell for aktivaprisering hvor konsumvariabelen antas å være eksogen og aktivaprisene endogene. Denne modellen kalles ofte for den intertemporale- eller konsumbaserte kapitalverdimodellen. Modellen er en konsumbasert likevektsmodell i diskret tid, hvor økonomien forutsettes å bestå av identiske individer (et representativt individ) som maksimerer sin diskonterte totalnytte gitt markedsklarerende priser og økonomiens tilgjengelige ressurser.

Konsumbaserte modeller binder sammen aktivapriser og kvanta, det vil si målbare størrelser som for eksempel produksjon, konsum og investeringer. Konsumbaserte modeller bruker også en empirisk observerbar makroøkonomisk faktor, som kan inneholde ny informasjon om aktivaprisering. Lucas' konsumbaserte kapitalverdimodell er i tillegg en av de enkleste modellene innen absoluttprising av aktiva. Absoluttprising vil si at hvert aktivum prises i forhold til hvor utsatt det er for kilder til makroøkonomisk risiko. I motsetning til relativprising hvor verdien settes ut fra erfaringer om prisen på andre aktiva (f. eks Black-Scholes opsjonsprising).

Utledningen av modellen er basert på versjonen i Krusell (2004), kap. 9 og Williamson (1999), kap. 6.

4.1.1 Forutsetninger

Jeg antar at vi befinner oss i samme enkle, lukkede økonomi som i realkonjunkturmodellen. Husholdingene er fortsatt økonomiens eneste aktører og også her kan jeg forenkle det hele ved å anta ett representativt, nyttemaksimerende individ.

Jeg betrakter et aktivamarked med full konkurranse hvor prisene avhenger av markedsstrukturen og total aktivabeholdning er konstant over tid.

I første periode, $t=0$, har individet en initialbeholdning på 1 aktivum. I hver periode, t , må han allokere sin tilgjengelige kapital mellom konsum og investeringer i et aktivum med prisen p_t og avkastning x_{t+1} . Utbyttet utbetales hver periode. Avkastningen individet baserer sin allokeringsbeslutning på først blir kjent i neste periode, noe som betyr at han med overveie risikoen i det han fatter sin beslutning. I periode t må han derfor gjøre seg opp forventinger om periode $t+1$ på grunnlag av den informasjonen han har tilgjengelig.

4.1.2 Preferanser

Individets preferanser gis ved samme nyttefunksjon som tidligere

$$(4.1) \quad U_0 = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t) \quad 15$$

Som det fremgår av nyttefunksjonen maksimerer han sin nytte ved å maksimere sitt totale livsløpskonsum. For å kunne konsumere er han avhengig av å ha midler til å betale konsumvaren, noe han skaffer seg ved å investere i aktivum som gir han fremtidig avkastning. Hele tiden står individet over for en avveining om hvorvidt han skal bruke sine tilgjengelige verdier på konsum i inneværende periode eller om han

¹⁵ (4.1) forutsettes å ha samme egenskaper som (3.1)

skal investere for å kunne konsumere verdien av avkastningen i fremtiden. Avgjørelsen avhenger av tålmodigheten hans, markedsprisene, hvor stor avkastning han forventer å ha i fremtiden og hvor mye kapital han har tilgjengelig.

4.1.3 Ressursbeskrankninger

Ressursene i økonomien må oppfylle følgende krav:

$$(4.2) \quad c_t = \sum_{t=1}^{\infty} y_t$$

Individets problem er å maksimere nytten sin innenfor den budsjetttrammen økonomien tillater og gitt prisene $\{p_t^*\}$

Budsjettbetingelsen hans er:

$$(4.3) \quad y_t + a_t [p_t + d_t] = c_t + p_t a_{t+1}$$

Der a_t er andelen av aktivumet han eier i begynnelsen av periode t , d_t er dividenden aktivumet utbetaler i periode t og p_t er aktivaprisen. Betingelsen sier at det representative individet ikke kan konsumere og investere mer enn det velferden hans og produksjonsnivået tillater.

Siden alle husholdningene er like er det nødvendigvis slik at dersom én ønsker å øke beholdningen sin ønsker også alle andre det. Dette gir bare én måte å løse modellen på; prisene $\{p_t\}$ endrer seg slik at det aldri er noe overskytende etterspørsel. I likevekt er dermed agenten indifferent mellom å kjøpe og selge. Men ulike priser fører til forskjellig konsum.

I likevekt vil alle markedene klareres slik at tilbud er lik etterspørsel.

4.2 Optimering

4.2.1 Dynamisk likevekt i realpriser

Likevekten finner jeg også her ved å sette opp verdifunksjonen og derivere den med hensyn på henholdsvis kontrollvariabelen, som her er z_t , og den endogene tilstandsvariabelen, z_{t-1} .

$$(4.4) \quad \begin{aligned} \Rightarrow u'(c_t) &= \beta E_t \left\{ \frac{(p_{t+1} + d_{t+1})}{p_t} u'(c_{t+1}) \right\} \\ \Leftrightarrow p_t &= \beta E_t \left\{ \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} (p_{t+1} + d_{t+1}) \right\} \end{aligned}$$

Ligningen sier at aktivaprisen i likevekt skal gjenspeile endringen i marginalnyttens i periode $t+1$ gitt forventet avkastning på verdipapiret. Den reelle avkastningen er usikker både på grunn av inflasjonsrisiko og direkte risiko i forhold til dividendstørrelsen og prisen.

For å finne ut hvor stor denne risikoen er definerer jeg først en måte å prise en risikofri obligasjon, for eksempel Statskasseveksler på:

$$(4.5) \quad E_t R_{t+1} \equiv E_t \left[\frac{(p_{t+1} + d_{t+1})}{p_t} \right] = E_t \left[\frac{1}{q_t} \right] = \frac{1}{q_t}$$

R_{t+1} er den nominelle avkastningen i periode $t+1$ og q_t er prisen på den risikofrie obligasjonen perioden før. Ligningen viser at obligasjonsprisen reflekterer den marginale substitusjonsraten for konsum mellom periode t og $t+1$ fullstendig.

En realobligasjon utbetaler 1 konsumenhet neste periode. Det betyr at følgende likevektsbetingelse må gjelde:

$$(4.6) \quad 1 = \beta E_t \left\{ \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \left(\frac{1}{q_t} \right) \right\} \Leftrightarrow q_t = \beta E_t \left\{ \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \right\}$$

For å kunne bruke dette i prising av en nominell obligasjon må jeg inkludere en variabel for prisnivået; X_t er prisen på obligasjonen i periode t :

$$(4.7) \quad 1 = \beta E_t \left\{ \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \left(\frac{1}{\frac{X_{t+1}}{p_t \frac{1}{X_t}}} \right) \right\} = \beta E_t \left\{ \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \left(\frac{X_t}{X_{t+1}} \right) p_t \right\}$$

Nå har jeg inkludert risiko i modellen, siden X_{t+1} er ukjent i periode t .

Definerer inflasjonen:

$$(4.8) \quad \pi_{t+1} \equiv \frac{X_{t+1}}{X_t}$$

Det vil si at $\frac{1}{\pi_{t+1}}$ beskriver endringen i kjøpekraften. Når inflasjonen øker blir pengene våre mindre verdt, ergo kjøpekraften vår svekkes.

Setter (4.8) inn i uttrykket for aktivaprisering:

$$(4.9) \quad p_t = E_t \left(\beta \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \frac{1}{\pi_{t+1}} \right)$$

Ved å bruke definisjonen for betinget kovarians¹⁶ kan aktivaprisen uttrykkes på følgende måte:

$$(4.10) \quad \begin{aligned} p_t &= E_t \left(\beta \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \right) \cdot E_t \left(\frac{1}{\pi_{t+1}} \right) + \text{cov} \left(\beta \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)}, \frac{1}{\pi_{t+1}} \right) \\ p_t &= q_t \cdot E_t \left(\frac{1}{\pi_{t+1}} \right) + \text{cov} \left(\beta \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)}, \frac{1}{\pi_{t+1}} \right) \end{aligned}$$

¹⁶ $E(X, Y) = E(X)E(Y) + \text{cov}(X, Y)$

Da individet er forutsatt å ha en isoelastisk¹⁷ nyttefunksjon, må følgende likhet gjelde:

$$(4.11) \quad \beta \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} = \beta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\gamma}$$

Aktivaprisen kan dermed omskrives:

$$(4.10') \quad p_t = q_t \cdot E_t \left(\frac{1}{\pi_{t+1}} \right) + \beta \operatorname{cov} \left(\left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\gamma}, (\pi_{t+1})^{-1} \right)$$

Ligningen sier at prisen på en nominell aksje består av:

- 1) produktet av aksjeprisen dersom aktivumet var risikofritt og forventet endring i kjøpekraft. Dette leddet er nøyaktig det samme som prisen på en reell obligasjon
pluss
- 2) kovariansen mellom den aggregerte konsumveksten og inflasjonen¹⁸. Denne kovariansen er med andre ord et mål på inflasjonsrisikoen og kan være både positiv og negativ.

Definerer $\Delta c_{t+1} = (c_{t+1}/c_t)$ og standardavvikene; $\sigma_{\Delta c} = \sqrt{\operatorname{var}(\Delta c)}$, $\sigma_{\pi} = \sqrt{\operatorname{var}(\pi)}$.

Og skriver ut korrelasjonsleddet, slik at:

$$(4.10'') \quad p_t = q_t \cdot E \left[(\pi_{t+1})^{-1} \right] + \beta \left\{ \operatorname{corr} \left[(\Delta c_{t+1})^{-\gamma}, (\pi_{t+1})^{-1} \right] \cdot \sigma_{\Delta c} \cdot \sigma_{\pi} \right\}$$

¹⁷ $c = \frac{c^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma}$

¹⁸ $\operatorname{Kov}(X, Y)$ vil ha samme fortegn som $\operatorname{kov}(1/X, 1/Y)$. Jeg ser derfor på kovariansen mellom konsumvekst og inflasjon, i stedet for kovariansen mellom kjøpekraften og den intertemporale substitusjonsraten for konsum. Forskjellen er bare en skalering og påvirker ikke fortegnet på kovariansen, forenklingen vil derfor ikke ha betydning for resultatet av oppgaven. Det kan vises ved beregninger at forskjellen bare kommer i variansleddene. Korrelasjonen derimot vil påvirkes marginalt.

4.3 Kan markedet for nominelle obligasjoner skyldes heldig samvariasjon med konsum?

Beregning ved hjelp av kvartalstall fra 1978 til 2007 viser at kovariansen mellom aggregert konsumvekst og inflasjon er $-0,0000389$. Kovariansen er produktet av standardavvikene pluss korrelasjonen. Dekomponering viser at inflasjonen og konsumveksten er negativt korrelert:

Standardavvik, π	0,0103
Standardavvik, ΔC	0,0128
Kovarians	-0,0000389
Korrelasjon	-0,2992774

Negativ korrelasjon betyr at inflasjonen er høy i de perioder hvor konsumveksten er lav. Eller med andre ord; hvis konsumet øker, så går inflasjonen ned hvilket betyr at realavkastningen på nominelle verdipapir øker. Nominelle verdipapirer er altså en ekstremt dårlig hedge.

Når vi tegner et verdipapir kjenner vi ikke den fremtidige inflasjonen. Så når vi fatter beslutning om å kjøpe, gjøres det på grunnlag av *inflasjonsforventningene* våre og ikke på grunnlag av faktisk inflasjon. Det kan tenkes at forventningene avviker fra den faktiske verdien og kanskje til og med ha en positiv korrelasjon med konsumveksten. Kanskje dette kan forklare vårt ønske om å holde nominelle obligasjoner?

4.3.1 Å måle inflasjonsforventning

Den 29. mars 2001 innførte Norge inflasjonsstyring. I stedet for en pengepolitikk med hovedvekt på stabilisering av valutakursen, forpliktet Norges Bank seg til å stabilisere inflasjonen på et nivå rundt 2,5 % årlig. Ved inflasjonsstyring er forholdet mellom renten og inflasjonen svært sentralt og det operasjonelle målet er inflasjonsprognosen. Som jeg allerede har nevnt påvirker inflasjonsforventningene våre hva inflasjonen faktisk blir og veier derfor tungt på Norges Banks rentevekt.

Inflasjonsforventninger dannes blant annet på grunnlag av løpende inflasjon, konjunkturbildet og pengepolitikken. Kortsiktige avvik mellom inflasjonsmålet og den faktiske inflasjonen trenger ikke ha stor betydning for de langsiktige forventningene dersom det er stor tillit til at inflasjonsmålet nås over tid.

I enkelte land utstedes det i tillegg til nominelle obligasjoner også obligasjoner som korrigeres for prisutviklingen; realobligasjoner. Forskjellen mellom renten på disse to obligasjonstypene vil være et omtrentlig mål på inflasjonsforventningene. Men, som alltid når vi opererer med forventninger, ligger det en usikkerhet og dermed en risikopremie innbakt i prisen. Denne risikopremien vil variere over tid. Rentedifferansen vil ikke være et nøyaktig nok mål, fordi tidsverdien på penger består av realrenten, inflasjonsforventning og en premie for inflasjonsrisiko. I Norge utsteder ikke staten obligasjoner med realavkastning.

Inflasjonsforventning kan modelleres teoretisk ved hjelp av ulike prosesser. I denne oppgaven skal jeg ta for meg følgende tre modelleringsmetoder:

(i) *Random walk-prosess*;

$$(4.12) \quad \pi_t = \pi_{t-1} + \varepsilon_t$$

der endringen i tidsserien bestemmes av et tilfeldig valgt restledd.

Restleddet oppfyller

kravene $E[\varepsilon_t] = 0$, $E[\varepsilon_t^2] = \sigma_\varepsilon^2$ og $\text{Cov}[\varepsilon_t, \varepsilon_s] = 0$ for $s \neq t$.

(ii) *Glidende gjennomsnitt prosess*:

Den avhengige variabelen kan uttrykkes som et veid gjennomsnitt av restleddets verdier i denne og foregående perioder:

$$(4.13) \quad \pi_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_s \varepsilon_{t-s}$$

(iii) *Autoregressiv prosess (AR-prosess)*:

I en autoregressiv prosess av grad k blir en variabel i periode t generert som et veid gjennomsnitt av tidligere verdier av samme variabel k perioder tilbake i tid. En ren AR(k)-prosess skrives som:

$$(4.14) \quad \pi_t = \phi_1 \pi_{t-1} + \phi_2 \pi_{t-2} + \dots + \phi_k \pi_{t-k} + \varepsilon_t$$

Jeg ønsker å undersøke hvordan de ulike målemetodene påvirker risikoen ved nominelle statskasseveksler og om noen av de eventuelt kan forklare eksistensen av markedet for slike verdipapirer. Beregningene foretas ved hjelp av kvartalsdata for inflasjon og konsumvekst fra 1978(Q2) til 2007(Q2).

Metode 1; "Random walk"

Random walk er en prosess der verdien av en variabel på et tidspunkt er gitt ved verdien på variabelen i perioden før pluss et "hvit støy" restledd:

Definisjonen på hvit støy er blant annet at forventingsverdien er lik null. Det vil si at inflasjonsforventinger som dannes i en Random walk prosess er nøyaktig lik realisert inflasjon i den perioden forventingen dannes.

Det vil si at:

$$(4.15) \quad E(\pi_{t+1}) = \pi_t + \underbrace{E(\varepsilon_t)}_{=0} = \pi_t \quad \forall t$$

Først finner jeg ut forventingsverdiene, deretter beregner jeg standardavvikene, korrelasjonen og kovariansen for forventet inflasjon og konsumvekst:

Standardavvik, $E(\pi)$	0,0103
Standardavvik, ΔC	0,0128
Kovarians	-0,0000328
Korrelasjon	-0,2514059

Metode 2; "Glidende gjennomsnitt"

Den avhengige variabelen kan uttrykkes som et veid gjennomsnitt av restleddets verdier i denne og foregående perioder. Restleddet antas også i denne perioden å være hvit støy, slik at:

$$(4.16) \quad E(\pi_{t+1}) = \mu + \underbrace{E(\varepsilon_t)}_{=0} - \theta_1 \underbrace{E(\varepsilon_{t-1})}_{=0} - \theta_2 \underbrace{E(\varepsilon_{t-2})}_{=0} - \dots - \theta_s \underbrace{E(\varepsilon_{t-s})}_{=0} = \mu$$

Jeg forutsetter at μ er gjennomsnittet av inflasjonen de fire foregående periodene og beregner inflasjonsforventingene, standardavvikene, samt kovarians og korrelasjon med konsumvekst:

Standardavvik, $E(\pi)$	0,0083
Standardavvik, ΔC	0,0128
Kovarians	-0,0000184
Korrelasjon	-0,1770537

Metode 3; "Autoregressiv prosess"

I en AR(k)-prosess blir variabelen generert som et veid gjennomsnitt av tidligere verdier av samme variabel i k antall perioder bakover i tid:

$$(4.17) \quad \pi_t = \varphi_1 \pi_{t-1} + \varphi_2 \pi_{t-2} \dots + \varphi_k \pi_{t-k} + \varepsilon_t$$

Jeg regner ut inflasjonsforventinger ut ifra en AR(1)-prosess gitt at $\varphi_1 = 0,95$.

$$(3.18) \quad E(\pi_t) = \varphi_1 \pi_{t-1} + \underbrace{E(\varepsilon_t)}_{=0} = 0,95(\pi_{t-1})$$

Resultatet blir

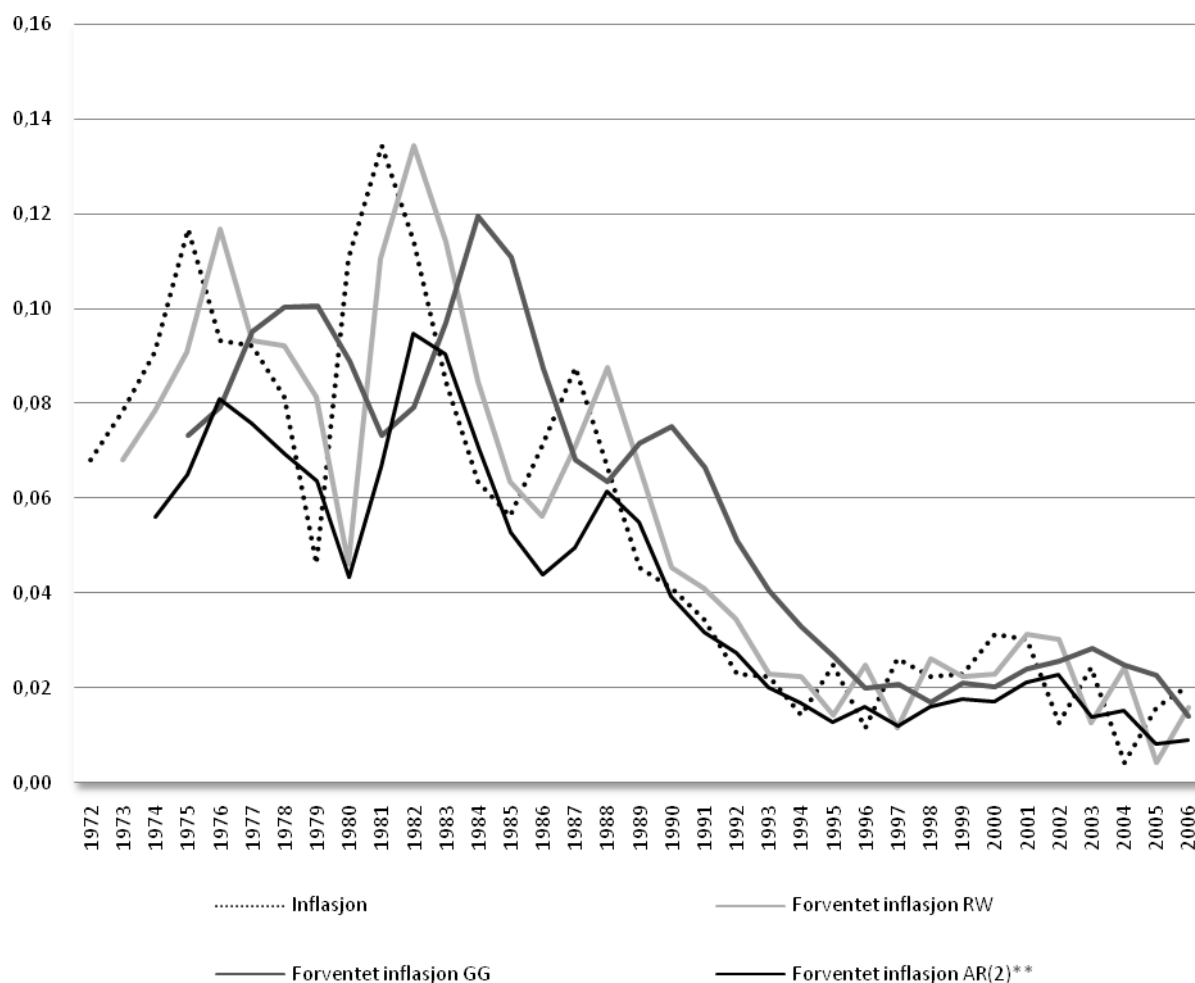
Standardavvik, $E(\pi)$	0,0097
Standardavvik, ΔC	0,0128
Kovarians	-0,0000304
Korrelasjon	-0,2455532

Random walk og AR(1) er ganske like prosesser. Random walk er simpelthen en AR(1) prosess hvor $\varphi_1 = 1$. For å se om det utgjorde noen forskjell målte jeg forventet inflasjon ved hjelp av en AR(2) prosess med $\varphi_1 = 0,5$ og $\varphi_2 = (0,5)^2$. Også denne prosessen gav negativ korrelasjon med konsumveksten.

Uansett hvilken av disse måle metodene jeg bruker er resultatet entydig; korrelasjonen mellom konsumvekst og forventet inflasjon er negativ.

Figuren på neste side illustrerer hvordan inflasjonsforventingene dannes i forhold til den faktiske inflasjonen. Kurvene i diagrammet er basert på årlige data, da det gir en mer oversiktlig figur enn kvartalstall ville gjort. Dette har ellers ingen betydning for resultatet. Tabell (E) viser tallseriene jeg har brukt.

Figur(6) – inflasjonsforventinger og realisert inflasjon, 1972 – 2006



4.4 Oppsummering

Forskjellen på en nominell og en reell obligasjon er at prisen på den nominelle obligasjonen inneholder en premie for inflasjonsrisikoen en investor tar i det han tegner et slikt verdipapir. Størrelsen på denne premien er av stor interesse nettopp fordi den forteller oss hvorvidt inflasjon påvirker viljen vår til å holde nominelle verdipapirer.

Mehra og Prescott (1985) viste at den gjennomsnittlige risikopremien på S&P 500 aksjer historisk sett har vært så høy at aksjeavkastningen ikke samvarierer nok med

aggregert konsumvekst til å rettferdiggjøre verdien. Resultatet blir at risikoaversjonskoeffisienten som kreves for å forklare den er urimelig stor.

Med en konsumbasert modell for aktivaprisering viste jeg at inflasjonsrisikopremien kan uttrykkes som kovariansen mellom konsumveksten og inflasjonen. Empiriske beregninger basert på norske tall viste at denne kovariansen er negativ. Ved dekomponering av kovariansen fant jeg også korrelasjonen mellom inflasjon og konsumvekst er negativ. Det betyr at når konsumet øker vil inflasjonen avta. Lav inflasjon impliserer høy realavkastning og stor kjøpekraft.

Et alternativ som kan forklare de motstridende resultatene i teorien og empirien er at inflasjonsforventningene våre er forskjellige fra den realiserte inflasjonen.

Forventinger er subjektive størrelser og derfor er svært vanskelig å måle. Jeg prøvde beregnet derfor forventet inflasjon på tre alternative måter, alle basert på tidligere realiserte verdier, og regnet ut korrelasjonen med konsumvekst. Uansett hvilken av de tre metodene jeg brukte var resultatet entydig; også inflasjonsforventningene våre er negativt korrelert med konsumveksten.

Pengepolitikken styres etter et inflasjonsmål. En konklusjon jeg kan slutte etter å ha foretatt denne analysen er derfor at pengepolitikken bidrar til at realrenten blir mer prosyklisk, at høy produksjon fører til høy realrente.

Gitt de egenskapene jeg har dokumentert i oppgavens to analysedeler; inflasjonsforventningenes negative samvariasjon med konsumvekst og realrentens volatile bevegelse, har oppgaven ikke klart å besvare hvorfor vi er villige til å holde nominelle, korte pengemarkedspapirer. Den har snarere skapt et puzzle.

5 Konklusjon

Oppgavens formål har vært å undersøke hvorvidt verdipapirer vi omtaler som "risikofri" virkelig gir en forutsigbar avkastning og hvordan inflasjonsforventningene våre påvirker en eventuell risiko. Jeg har brukt en generell likevektsmodell for å se om den kan reprodusere volatiliteten og de lavfrekvente elementene av rentebevegelsen i nominelle statskasseveksler.

Ved en enkel dekomponering av realrentebevegelsen fant jeg to interessante elementer:

- Realrenten er svært volatil.
- Realrenten følger en klar syklisk trend.

Etter å ha sammenlignet empiriske observasjoner med en stokastisk neoklassisk modelløkonomi finner jeg at modellen redegjør godt for aggregert konsum, investeringer og produksjon, men fungerer svært dårlig når det gjelder å reprodusere realrentebevegelsen. Dette stemmer godt overens med resultatene Gomme, Ravikumar og Rupert (2006) finner for amerikanske data. De viser at den empiriske realavkastningen på korte statsobligasjoner ikke stemmer overens med konjunkturteori. Men at modellen er forklaringsdyktig i forhold til den verdien av grenseproduktet på kapital de måler. De forsøker også å utvide analysen ved å undersøke hvorvidt økt risikoaversjon-koeffisient, udelelig arbeid¹⁹ og hjemmeproduksjon²⁰ bidrar til å øke modellens forklaringssevne. De finner at for høyere risikoaversjon gir modellen er bedre forklaring av rentebevegelsen.

I modelløkonomien er både konsum og investeringer er kraftig, positivt korrelert med produksjonsnivået. Konsumet har noe lavere standardavvik enn produksjonen, mens investeringene varierer mye mer. Det er tydelig at korte realrenter på nominelle statskasseveksler i virkeligheten følger en trend som i følge modellen ikke eksisterer. I tillegg er den samme realrente svært volatil, et meget overraskende funn når vi vet at dataserien er basert nominell rente på 3- måneders

¹⁹ Hansen (1985) – Rogerson (1988)

²⁰ Benhabib, Rogerson og Wright (1991), Greenwood og Hercowitz (1991)

statskasseveksler, som er det verdipapiret i Norge som inneholder minst risiko og derfor ofte omtales som "risikofritt".

Etter å ha dokumentert en meget volatil rentebevegelse er det naturlig å prøve å finne ut hva som kan forklare markedet for statskasseveksler, når vi vet at de i tillegg til å være risikable også har lav forventet avkastning. Jeg stilte spørsmålet om ønsket vårt om å holde nominelle obligasjoner kan skyldes at avkastningen samvarierer med konsum på en måte vi finner bekvemt?

Men empiriske analyser av både inflasjon og inflasjonsforventninger tilsier at inflasjon bidrar til at det blir mindre attraktivt å holde nominelle obligasjoner. Avkastningen på denne typen verdipapir gir lav avkastning i lavkonjunktur. De fungerer altså heller ikke som en hedge.

Resultatet viser at pengepolitikken bidrar til at realrenten blir mer prosyklisk. Et oppsiktsvekkende resultat av tre grunner:

- For det første fordi en kontrasyklisk kapitalavkastning kan bidra til en mykere landing i nedgangstider. Dette skyldes at avkastningen gir forbrukerne mer penger og dermed muligheten til å investere og konsumere, noe som vil hjelpe til å holde produksjonshjulet i gang
- En realrente som vokser i nedkonjunktur vil øke det totale velferdsnivået, rett og slett fordi vi setter høyere pris på å kunne konsumere en konsumentenhet ekstra når vi har lavt totalforbruk enn det vi gjør når konsumnivået er høyt.
- Den tredje årsaken henger delvis sammen med nummer to; investorer har høyere betalingsvillighet for investeringer som gir dem motsyklisk avkastning. Det kan derfor tenkes at pengepolitikken bidrar til å vanskeliggjøre tilgangen på kapital for de bedrifter, entreprenører og lignende, fordi de mest risikoaverse investorene uteblir fra markedet.

Resultatet i den empiriske delen av oppgaven er vanskelig å forene med modellen. Den klarer ikke å forklare obligasjonsmarkedets eksistens gitt de egenskapene jeg har dokumentert; volatil realrente og motsyklisk inflasjon/ inflasjonsforventninger. Resultatet stemmer godt overens med hva Gomme, Ravikumar og Rupert (2006) fant i data fra USA. Direkte mål av grenseproduktet for kapital i Norge og videre

diskusjon av hvordan man bør ta modellene til data, overlater jeg til videre forskning og diskusjon.

Referanseliste

- Benhabib, Rogerson og Wright (1991): "Homework in Macroeconomics: Household Production and Aggregate Fluctuations", *The Journal of Political Economy*, vol. 99 (6)
- Bjørnland, Hilde C. (2002): "Moderne konjunkturforskning i et historisk lys. Er konjunktursvingninger like reelle som før?" Plenumsforedrag holdt på det 24. forskermøtet for økonomer, 7. januar 2002. (<http://folk.uio.no/hildecb/cycles.pdf>).
- Cooley, T. og Prescott, E.C. (1995): "Economic growth and business cycles", Princeton University press.
- Gjedrem, Svein (2000): "Økonomiske perspektiver". Foredrag til Norges Banks representantskapsmøte, 17. februar 2000
- Gomme, P., B. Ravikumar og P. Rupert (2006): "The return to capital and the business cycle", Federal Reserve Bank of Cleveland, working paper 0603
- Greenwood, J. og Hercowitz, Z. (1991): "The allocation of capital and time over the business cycle", *The Journal of Political Economy*, vol.99 (6)
- Hansen, G.D. (1985): "Indivisible Labor and the Business Cycle", *Journal of Monetary Economics*, vol. 16 (3)
- Husebø, T.A og Wilhelmsen, B. R. (2005): "Norwegian Business Cycles 1982-2003", Staff Memo N° 2005/2, Norges Bank.
- Kocherlakota, N.R. (1996): "The equity premium: It's still a suzzle", *Journal of Economic Literature*, vol. 34 (1)
- Kydland, F.E. og Prescott, E.C. (1982): "Time To Build and Aggregate Fluctuations", *Econometrica*, 50, 1345-70.
- Kydland, F.E. og Prescott, E.C. (1990): "Business cycles: Real facts and a monetary myth", *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*
- Krueger, D. (2005): "Quantitative Macroeconomics", kap. 8
<http://www.wiwi.unifrankfurt.de/Professoren/krueger/teaching/QuantMacro.pdf>
- Krusell, P. (2004): "Lecture notes for macroeconomics I", kap 9.
<http://www.econ.yale.edu/smith/econ510a/book.pdf>
- Lucas Jr., R. E. (1978): "Asset prices in an exchange economy": *Econometrica*, vol.46, no.6
- Mankiw, N.G. og Zeldes, S.P. (1991): "The consumption of stockholders and nonstockholders", *Journal of Financial Economics*, vol. 29(1).

Mehra, R. og Prescott, E.C. (1985): "The equity premium. A puzzle", Journal of monetary Economics 15

Prescott, E.C. (1986): "Theory ahead of Business Cycle Measurement", Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review, vol. 21.

Rogerson, Richard (1988): "Indivisible Labor, Lotteries and Equilibrium", Journal of Monetary Economics, vol. 21 (1)

Saleemi, Omar (2007): "Velferdsøkonomiske konsekvenser av en sekstimersdag"
<http://wo.uio.no/as/WebObjects/theses.woa/wa/these?WORKID=61209>

Temple, Jonathan (2005): "Balanced Growth", Department of Economics, University of Bristol

Williamson, Steve (1999): "Notes on Macroeconomic Theory", kap 6.

Datakilder

Bruttonasjonalprodukt:

Årlig:

Statistisk sentralbyrå: "Årlig nasjonalregnskap fra 1970-2006",

Tabell 1; "[Makroøkonomiske hovedstørrelser. Millioner kroner](#) [[csv fil](#)]"

→ csv fil → rad 48; "BNP for fastlands-Norge"

Kvartalsvis:

Statistisk sentralbyrå: "Nasjonalregnskap, kvartalsvis"

Tabell 6; "[Makroøkonomiske hovedstørrelser. Sesongjustert. Faste 2004-priser. Millioner kroner\(2\)](#) [[csv fil](#)]" → csv fil → rad 47; "BNP for fastlands-Norge"

Beregning av HP-trend:

Trenden er basert på kvartalstallene og beregnet i [web:reg], "excel add-ins":

http://www.web-reg.de/hp_addin.html

Nominelle renter:

Reuters Ecwin²¹; "3-mnd statssertifikatrente, 1971- 2006." Kvartalstall.

Beregning av HP-trend:

Trenden er basert på kvartalstallene og beregnet i [web:reg], "excel add-ins":

http://www.web-reg.de/hp_addin.html

Inflasjon:

Statistisk sentralbyrå: "Konsumprisindeks"

[Tabell 1. Konsumprisindeksen fra 1865. 1998 = 100](#)

²¹ Kilde; Hans Christian Tronstad, Finansdepartementet

Kapital og investering:

Statistisk sentralbyrå: "Nasjonalregnskap"

[Tabell 05208: Kapitalbeholdninger og investeringer, etter art og hovednæring](#)

→ lag tabell 1970-2004 for:

- "bruttoinvesteringer for fast kapital"
- "fast realkapital"

Konsumvekst:

Årlig:

Statistisk sentralbyrå: "Nasjonalregnskap, årlig"

Tabell 21; [Hovedtall for konsum. Årlig volumendring i prosent](#) [csv fil]

→ csv fil → rad 6; "Konsum i alt" (1972-2006))

Kvartalsvis:

Statistisk sentralbyrå: "Kvartalsvis nasjonalregnskap, tabeller"

Tabell 26; " [Hovedtall for konsum. Prosentvis volumendring fra samme periode året før](#) [csv fil] → csv fil → rad 5; "Konsum i alt" (1979,Q1- 2007,Q2)

Programmeringskoder

Programvarekodene jeg har brukt i Mathworks MatLab for å foreta dynamisk programmering.

Kodene er laget av min veileder, Espen Henriksen, for bruk i kurset ECON 4310. Tusen takk for tilgang til koden, Espen.

KODE 1; Verdifunksjon - iterering

(løsningsalgoritme → utleder stasjonære verdier)

```
clear all

load egendefinert

if mod(g,2) == 0           % modulus after division
    endostate = g/2;
else
    endostate = (g-1)/2 + 1;
end
exostate = 4;

kprime = kgrid(endostate);

for ctr = 1 : 10000
    kcurr = kprime;
    draw = rand;
    if draw < Pi(exostate,1)
        exostate = 1;
    elseif draw < sum(Pi(exostate,1:2))
        exostate = 2;
    elseif draw < sum(Pi(exostate,1:3))
        exostate = 3;
    elseif draw < sum(Pi(exostate,1:4))
        exostate = 4;
    elseif draw < sum(Pi(exostate,1:5))
        exostate = 5;
    elseif draw < sum(Pi(exostate,1:6))
        exostate = 6;
    elseif draw < sum(Pi(exostate,1:7))
        exostate = 7;
    end
    endostate = kgridrule(endostate,exostate);

    kprime = kgrid(endostate);

    k(ctr,1) = kcurr;
    i(ctr,1) = kprime - (1-delta)*kcurr;
    y(ctr,1) = gamma(exostate)*kcurr^alpha;
    c(ctr,1) = y(ctr) - i(ctr);
end
```

```

    r(ctr,1) = gamma(exostate)*alpha*kcurr^(alpha-1);
end
clear ctr draw

y = y(1000:10000);
i = i(1000:10000);
k = k(1000:10000);
c = c(1000:10000);
r = r(1000:10000);

ystd = std(y)/mean(y);
istd = std(i)/mean(i);
kstd = std(k)/mean(k);
cstd = std(c)/mean(c);
rstd = std(r)/mean(r);

ystdy = ystd/ystd;
istdy = istd/ystd;
kstdy = kstd/ystd;
cstdy = cstd/ystd;
rstdy = rstd/ystd;

ycorrey = corrcoef(y,y);
icorrey = corrcoef(y,i);
kcorrey = corrcoef(y,k);
ccorrey = corrcoef(y,c);
rcorrey = corrcoef(y,r);

fprintf(' \n')
fprintf(' \t Std. dev. \t Std rel y \t Cont.corr y \n');
fprintf(' y \t %1.5f \t %1.5f \t %1.5f \n', [ystd ystdy ycorrey(1,2)])
fprintf(' c \t %1.5f \t %1.5f \t %1.5f \n', [cstd cstdy ccorrey(1,2)])
fprintf(' i \t %1.5f \t %1.5f \t %1.5f \n', [istd istdy icorrey(1,2)])
fprintf(' k \t %1.5f \t %1.5f \t %1.5f \n', [kstd kstdy kcorrey(1,2)])
fprintf(' r \t %1.5f \t %1.5f \t %1.5f \n', [rstd rstdy rcorrey(1,2)])

%for i = 1 : 5000

```

KODE 2; Simulering av økonomien

(finne avvik fra trend og vise at trenden ikke er konstant)

```

clear all;
tic

alpha = .39;
beta = .993;
delta = .0185;
sigma = 1;

dim = 7; % Antall verdier den eksogene tilstandsvariabelen kan ta
g = 101; % Antall gridpunkt for den endogene tilstandsvariabelen

gamma = [4.80, 4.87, 4.93, 5.00, 5.07, 5.13, 5.20];

Pi = [.79 .20 .01 .00 .00 .00 .00
      .08 .74 .17 .01 .00 .00 .00
      .01 .10 .75 .13 .01 .00 .00
      .00 .01 .11 .76 .11 .01 .00
      .00 .00 .01 .13 .75 .10 .01
      .00 .00 .00 .01 .17 .74 .08
      .00 .00 .00 .00 .01 .20 .79];

kstar = ((1/beta - 1 + delta)/(alpha*gamma(4)))^(1/(alpha-1));
kgrid = linspace(0.95*kstar,1.05*kstar,g)';

c = zeros(g,g,dim);
for i = 1 : g
  for j = 1 : g
    for l = 1 : dim
      if (gamma(l)*kgrid(i)^alpha + (1-delta)*kgrid(i) - kgrid(j)) > 0
        c(i,j,l) = gamma(l)*kgrid(i)^alpha + (1-delta)*kgrid(i) - kgrid(j);
        % i er en "counter" for den endogene tilstandsvariabelen k
        % j er en "counter" for kontrollvariabelen k'
        % l er en "counter" for den eksogene tilstandsvariabelen gamma
      end
    end
  end
end
%keyboard

if sigma == 1
  u = log(c);
else
  u = (c^(1-sigma)-1)/(1-sigma);
end

clear c

```

```

v = zeros(g,dim);
convcrit = 1E-9;           % valgt konvergeringskriterie
diff = 1;                  % "arbitrary initial value greater"
iter = 0;                  % itereringsteller

while diff > convcrit
    diff = 0;
    for i = 1 : dim
        objfn(:,i) = u(:,i) +
beta*(Pi(i,1)*v(:,1)*ones(1,g)+Pi(i,2)*v(:,2)*ones(1,g)+Pi(i,3)*v(:,3)*ones(1,g) + ...
Pi(i,4)*v(:,4)*ones(1,g)+Pi(i,5)*v(:,5)*ones(1,g)+Pi(i,6)*v(:,6)*ones(1,g) + ...
        Pi(i,7)*v(:,7)*ones(1,g)');
        Tv(:,i) = max(objfn(:,i),[],2);
        diff = diff + norm(v(:,i)-Tv(:,i));
        v(:,i) = Tv(:,i);
    end
    iter = iter + 1;
    if mod(iter,100) == 0
        fprintf('\t %4.0f \t %3.14f', [iter diff])
        fprintf('\t Time elapsed is %f seconds \n',[toc])
    end
end

for i = 1 : dim
    [y,j] = max(objfn(:,i),[],2);
    kgridrule(:,i) = j;
    kdecrule(:,i) = kgrid(j);           % handlingsregelen for kapital
end

clear diff convcrit i j y
clear objfn Tv
clear u

for i = 1 : dim
    cdecrule(:,i) = (gamma(i)*kgrid.^alpha +(1-delta)*kgrid) - kdecrule(:,i); % ..and for
consumption
end
clear i

figure;plot(kgrid,v);           % figurplott
title('Value function')
figure;
plot(kgrid,kdecrule);
title('Decision rules for capital');
figure;
plot(kgrid,cdecrule);
title('Decision rules for consumption');

save assign4q3

```

Tabell (A) - Inflasjon 1971 – 2007. Beregnet ut ifra konsumprisindeksen

År	Kvartal	Realrente årlig	År	Kvartal	Realrente årlig
1971	Q4	-2,62 %	--	--	--
1972	Q1	-6,12 %	1982	Q1	-5,67 %
	Q2	-1,11 %		Q2	5,90 %
	Q3	-4,40 %		Q3	2,38 %
	Q4	0,96 %		Q4	5,84 %
1973	Q1	-1,12 %	1983	Q1	0,51 %
	Q2	-2,90 %		Q2	5,93 %
	Q3	1,34 %		Q3	6,05 %
	Q4	0,29 %		Q4	6,87 %
1974	Q1	-6,40 %	1984	Q1	3,65 %
	Q2	2,80 %		Q2	6,21 %
	Q3	0,89 %		Q3	7,74 %
	Q4	-5,01 %		Q4	7,71 %
1975	Q1	-7,03 %	1985	Q1	4,79 %
	Q2	0,19 %		Q2	5,58 %
	Q3	-7,21 %		Q3	7,62 %
	Q4	-1,28 %		Q4	7,11 %
1976	Q1	-4,88 %	1986	Q1	5,74 %
	Q2	-4,17 %		Q2	6,77 %
	Q3	0,22 %		Q3	1,49 %
	Q4	7,47 %		Q4	6,04 %
1977	Q1	-5,94 %	1987	Q1	3,09 %
	Q2	-1,25 %		Q2	7,57 %
	Q3	1,45 %		Q3	8,32 %
	Q4	7,01 %		Q4	8,35 %
1978	Q1	-0,83 %	1988	Q1	3,64 %
	Q2	5,09 %		Q2	5,87 %
	Q3	-1,88 %		Q3	9,62 %
	Q4	2,52 %		Q4	8,70 %
1979	Q1	4,43 %	1989	Q1	6,12 %
	Q2	2,70 %		Q2	4,06 %
	Q3	3,47 %		Q3	8,14 %
	Q4	4,23 %		Q4	9,16 %
1980	Q1	-4,10 %	1990	Q1	6,01 %
	Q2	-2,35 %		Q2	6,76 %
	Q3	-1,81 %		Q3	8,29 %
	Q4	0,64 %		Q4	5,82 %
1981	Q1	-8,73 %	1991	Q1	8,00 %
	Q2	-0,51 %		Q2	5,91 %
	Q3	0,28 %		Q3	8,75 %
	Q4	8,90 %		Q4	8,45 %

År	Kvartal	Realrente årlig		År	Kvartal	Realrente årlig
1992	Q1	8,54 %		2000	Q1	1,71 %
	Q2	5,87 %			Q2	3,18 %
	Q3	12,24 %			Q3	5,65 %
	Q4	17,35 %			Q4	3,60 %
1993	Q1	6,44 %		2001	Q1	1,15 %
	Q2	3,87 %			Q2	2,45 %
	Q3	6,78 %			Q3	11,62 %
	Q4	4,92 %			Q4	5,37 %
1994	Q1	4,70 %		2002	Q1	4,18 %
	Q2	2,17 %			Q2	4,68 %
	Q3	3,64 %			Q3	7,34 %
	Q4	4,36 %			Q4	1,88 %
1995	Q1	1,21 %		2003	Q1	-5,56 %
	Q2	7,16 %			Q2	11,53 %
	Q3	4,39 %			Q3	4,46 %
	Q4	4,01 %			Q4	0,58 %
1996	Q1	6,26 %		2004	Q1	1,20 %
	Q2	1,13 %			Q2	-0,55 %
	Q3	2,41 %			Q3	1,97 %
	Q4	1,60 %			Q4	-0,31 %
1997	Q1	-0,91 %		2005	Q1	2,15 %
	Q2	1,67 %			Q2	-2,55 %
	Q3	3,22 %			Q3	1,29 %
	Q4	1,54 %			Q4	0,07 %
1998	Q1	0,09 %		2006	Q1	1,10 %
	Q2	2,37 %			Q2	-2,19 %
	Q3	5,77 %			Q3	2,92 %
	Q4	5,56 %			Q4	0,26 %
1999	Q1	3,14 %		2007	Q1	8,75 %
	Q2	3,06 %			Q2	2,15 %
	Q3	6,77 %				
	Q4	0,59 %				

Tabell (B) - Data for beregning av investerings-/kapitalforhold

Løpende priser (mill.NOK)

År	Investeringer (i)	Kapital (k)	(i/k)
1970	21384	251083	0,085
1971	24770	274275	0,090
1972	27275	303938	0,090
1973	30003	337114	0,089
1974	36295	403989	0,090
1975	43081	463777	0,093
1976	49358	531475	0,093
1977	58255	611592	0,095
1978	64075	677355	0,095
1979	64561	738978	0,087
1980	71312	844735	0,084
1981	78646	954016	0,082
1982	82173	1070493	0,077
1983	85847	1165858	0,074
1984	92051	1263371	0,073
1985	103391	1375159	0,075
1986	126252	1532911	0,082
1987	138832	1742128	0,080
1988	139655	1938137	0,072
1989	120815	1971706	0,061
1990	109202	1966933	0,056
1991	104810	1983988	0,053
1992	100937	1990526	0,051
1993	99986	2018123	0,050
1994	115506	2088198	0,055
1995	135071	2229122	0,061
1996	151422	2343046	0,065
1997	170074	2466937	0,069
1998	188910	2607970	0,072
1999	190745	2749597	0,069
2000	194107	2931972	0,066
2001	206641	3112306	0,066
2002	209887	3221009	0,065
2003	202723	3334617	0,061
2004	230041	3562311	0,065
gj.snitt	110516,9	1630249,9	0,074

Tabell (D) – kovarians mellom konsumvekst og inflasjon

År		Inflasjon(Δ KPI)	Konsumvekst(Δ C)
1978	Q1		
	Q2	0,0158	0,0190
	Q3	0,0214	0,0070
	Q4	0,0115	-0,0120
1979	Q1	0,0028	0,0300
	Q2	0,0141	0,0140
	Q3	0,0121	0,0000
	Q4	0,0156	0,0000
1980	Q1	0,0360	0,0140
	Q2	0,0349	-0,0110
	Q3	0,0303	0,0080
	Q4	0,0245	0,0110
1981	Q1	0,0493	-0,0200
	Q2	0,0297	-0,0020
	Q3	0,0273	0,0010
	Q4	0,0122	0,0270
1982	Q1	0,0439	-0,0130
	Q2	0,0225	0,0060
	Q3	0,0272	0,0060
	Q4	0,0175	-0,0120
1983	Q1	0,0273	0,0240
	Q2	0,0161	-0,0050
	Q3	0,0140	0,0130
	Q4	0,0126	-0,0090
1984	Q1	0,0213	0,0220
	Q2	0,0157	-0,0010
	Q3	0,0103	0,0140
	Q4	0,0119	0,0160
1985	Q1	0,0162	0,0530
	Q2	0,0171	0,0010
	Q3	0,0108	0,0220
	Q4	0,0118	0,0240
1986	Q1	0,0175	0,0200
	Q2	0,0192	0,0110
	Q3	0,0296	-0,0290
	Q4	0,0189	0,0120
1987	Q1	0,0287	0,0010
	Q2	0,0161	-0,0010
	Q3	0,0135	0,0020
	Q4	0,0143	0,0040

1988	Q1	0,0244	-0,0040
	Q2	0,0177	-0,0140
	Q3	0,0078	-0,0090
	Q4	0,0091	-0,0110
1989	Q1	0,0124	0,0120
	Q2	0,0165	0,0020
	Q3	0,0066	0,0000
	Q4	0,0062	0,0020
1990	Q1	0,0135	0,0000
	Q2	0,0117	0,0080
	Q3	0,0060	0,0110
	Q4	0,0131	-0,0090
1991	Q1	0,0070	0,0130
	Q2	0,0105	-0,0110
	Q3	0,0038	0,0130
	Q4	0,0050	0,0030
1992	Q1	0,0046	0,0130
	Q2	0,0107	-0,0020
	Q3	0,0030	-0,0090
	Q4	0,0038	0,0180
1993	Q1	0,0082	-0,0010
	Q2	0,0096	-0,0040
	Q3	-0,0004	0,0250
	Q4	0,0018	0,0150
1994	Q1	0,0011	-0,0030
	Q2	0,0073	0,0050
	Q3	0,0054	0,0060
	Q4	0,0040	0,0050
1995	Q1	0,0097	0,0170
	Q2	0,0071	0,0070
	Q3	0,0021	0,0100
	Q4	0,0025	0,0090
1996	Q1	-0,0032	0,0300
	Q2	0,0085	-0,0020
	Q3	0,0060	0,0140
	Q4	0,0063	0,0200
1997	Q1	0,0104	-0,0180
	Q2	0,0041	0,0200
	Q3	0,0017	0,0080
	Q4	0,0058	0,0280
1998	Q1	0,0095	-0,0220
	Q2	0,0054	0,0200
	Q3	0,0027	0,0020
	Q4	0,0057	0,0030

1999	Q1	0,0086	0,0110
	Q2	0,0072	-0,0040
	Q3	-0,0020	0,0220
	Q4	0,0127	0,0190
2000	Q1	0,0103	0,0150
	Q2	0,0080	0,0000
	Q3	0,0032	0,0010
	Q4	0,0092	0,0020
2001	Q1	0,0150	0,0110
	Q2	0,0117	0,0030
	Q3	-0,0104	0,0030
	Q4	0,0037	0,0140
2002	Q1	0,0055	0,0070
	Q2	0,0055	-0,0020
	Q3	-0,0003	0,0070
	Q4	0,0115	0,0310
2003	Q1	0,0282	-0,0130
	Q2	-0,0166	-0,0020
	Q3	-0,0036	0,0170
	Q4	0,0048	0,0300
2004	Q1	0,0015	0,0130
	Q2	0,0059	0,0040
	Q3	-0,0003	0,0040
	Q4	0,0053	0,0150
2005	Q1	-0,0009	0,0040
	Q2	0,0111	0,0150
	Q3	0,0020	0,0090
	Q4	0,0055	-0,0010
2006	Q1	0,0034	0,0180
	Q2	0,0126	0,0130
	Q3	0,0005	0,0110
	Q4	0,0082	0,0100
2007	Q1	-0,0109	0,0310
	Q2	0,0057	0,0090
Kovarians($\Delta C, \Delta KPI$)		-0,00003895	
Varians(ΔC)		0,0002	
Varians(ΔKPI)		0,0001	
Korrelasjon($\Delta C, \Delta KPI$)		-0,2993	

Tabell (E) – Tallserie for måling av inflasjonsforventning

År	Kons.vekst	Inflasjon	Forventet inflasjon			
			RW	GG	AR(1)*	AR(2)**
1972	0,026	0,07				
1973	0,037	0,08	0,07		0,06	
1974	0,032	0,09	0,08		0,07	0,06
1975	0,055	0,12	0,09	0,07	0,09	0,07
1976	0,061	0,09	0,12	0,08	0,11	0,08
1977	0,065	0,09	0,09	0,10	0,09	0,08
1978	-0,018	0,08	0,09	0,10	0,09	0,07
1979	0,041	0,05	0,08	0,10	0,08	0,06
1980	0,02	0,11	0,05	0,09	0,04	0,04
1981	0,001	0,13	0,11	0,07	0,10	0,07
1982	0,009	0,11	0,13	0,08	0,13	0,09
1983	0,02	0,08	0,11	0,10	0,11	0,09
1984	0,033	0,06	0,08	0,12	0,08	0,07
1985	0,097	0,06	0,06	0,11	0,06	0,05
1986	0,05	0,07	0,06	0,09	0,05	0,04
1987	-0,008	0,09	0,07	0,07	0,07	0,05
1988	-0,023	0,07	0,09	0,06	0,08	0,06
1989	-0,008	0,05	0,07	0,07	0,06	0,06
1990	0,006	0,04	0,05	0,08	0,04	0,04
1991	0,023	0,03	0,04	0,07	0,04	0,03
1992	0,024	0,02	0,03	0,05	0,03	0,03
1993	0,024	0,02	0,02	0,04	0,02	0,02
1994	0,035	0,01	0,02	0,03	0,02	0,02
1995	0,04	0,03	0,01	0,03	0,01	0,01
1996	0,067	0,01	0,03	0,02	0,02	0,02
1997	0,033	0,03	0,01	0,02	0,01	0,01
1998	0,029	0,02	0,03	0,02	0,02	0,02
1999	0,037	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
2000	0,043	0,03	0,02	0,02	0,02	0,02
2001	0,022	0,03	0,03	0,02	0,03	0,02
2002	0,031	0,01	0,03	0,03	0,03	0,02
2003	0,029	0,02	0,01	0,03	0,01	0,01
2004	0,055	0,00	0,02	0,02	0,02	0,02
2005	0,032	0,02	0,00	0,02	0,00	0,01
2006	0,043	0,02	0,02	0,01	0,02	0,01
Korr. m/konsumvekst:		-0,20	-0,20	-0,07	-0,20	-0,18

*) AR(1) prosess med "rho" lik 0,95

***) AR(2) prosess med "rho1" lik 0,5 og "rho2" lik $(0,5)^2$

RW = Random walk prosess GG = Glidende gjennomsnitt prosess

Tilleggsnotat

T-1: KRRR-nyttefunksjonens egenskaper

I et deterministisk miljø er γ^{-1} den intertemporale substitusjonskoeffisienten, men i tilfeller med usikkerhet er γ KRRR-koeffisienten.

$$(T-1.1) \quad KRRR \equiv -\frac{-u''(c) \cdot c}{u'(c)} = -\frac{-\gamma c^{-(1+\gamma)} c}{c^{-\gamma}} = \gamma$$

Den samme parameteren måler hvor villig agenten er til å substituere konsum

- (i) mellom periodene
- (ii) mellom ulike tilstander ("states of nature").

Høy γ impliserer ønske om stabilitet i konsumet over hele livslinjen; uansett om variasjon kommer av deterministisk vekst eller stokastiske avvik. Rent teknisk måler γ kurvaturen i nyttefunksjonen. Når $\gamma = 1$ defineres $U(c, \gamma)$ som den log -unksjonen som er grensen til (***) når γ går mot 1.

T-2: Produktelastisiteten med hensyn på kapitalinnsats

Ved å regne ut log verdien av produksjonsfunksjonen

$$(T-2.1) \quad y_t = e^{z_t} k^\alpha$$

↓

$$(T-2.2) \quad \log(y_t) = z_t + \alpha \log(k_t)$$

finner jeg elastisiteten til y med hensyn på k

$$(T-2.3) \quad \frac{d \log(y_t)}{d \log(k_t)} = \alpha$$

T-3 Beregning av trend ved Hodrick-Prescott filtrering

Ved å anta at en tidsserie (r_t) er sammensatt av to komponenter; den stokastiske trendkomponenten (h_t^{HP}) og den sykliske komponenten (c_t) slik at

$$(T-3.1) \quad c_t = r_t - h_t^{HP}$$

kan man ved å bruke et Hodrick-Prescott filter glatte man ut tidsserien. Filteret isolerer den sykliske komponenten ved følgende minimeringsproblem:

$$(T-3.2) \quad \min_{\{h_t\}_{t=1}^T} \left[\sum_{t=1}^T (r_t - h_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} ((h_{t+1} - h_t) - (h_t - h_{t-1}))^2 \right]$$

Første ledd sier at vi ønsker å minimere avstanden mellom trenden og det faktisk observerte nivået. Som i en OLS- regresjon. Den andre delen forteller hvor glatt trenden skal være. λ er "glattingsparameteren". Den begrenser variasjonen i trendens vekstrate og må justeres. Når λ går mot uendelig vil serien være helt glatt og dermed log - lineær, mens $\lambda=0$ betyr at serien ikke er glattet i det hele tatt, trenden er derfor nøyaktig lik den opprinnelige tidsserien. Kydland og Prescott (1990) foreslo en verdi på $\lambda=1600$ for kvartalstall, og dette har etter hvert festet seg som en internasjonal standard. De fant at denne verdien ved minimering av ga en trend som var rimelig. Filteret er kanskje mest kjent under navnet HP 1600.